

## 直角棱镜棱脊不平度的检测方法

赵军丽<sup>1,2</sup>, 吴易明<sup>1</sup>, 高立民<sup>1</sup>

(1. 中国科学院西安光学精密机械研究所, 陕西 西安 710119; 2. 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘要:** 方位瞄准系统中, 通常借助直角棱镜实现对惯性器件方位敏感轴的监测。直角棱镜棱脊不平度将会引起方位瞄准误差, 通过建立棱脊不平度对方位瞄准精度影响的数学模型, 推导出了精确的矢量表达式, 给出了目前常用的棱脊不平度测量原理及其工程实现手段, 在此基础上, 提出了一种基于斜方棱镜进行棱脊不平度检测、标定的新方法, 分析了测量原理及影响测量精度的重要误差源。基于自研“斜方棱镜装置”, 搭建测试平台, 实验结果表明, 装置沿棱脊方向的水平状态对测量精度影响较大, 经标定后的系统, 测量精度可以达到 10" 以内, 具有操作高效、简便等显著优点, 对于提高方位瞄准精度, 有着非常重要的现实意义。

**关键词:** 直角棱镜; 棱脊不平度; 斜方棱镜; 误差分析

**中图分类号:** TH712 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2013)01-0228-05

## Detecting method of right-angled prism tilting

Zhao Junli<sup>1,2</sup>, Wu Yiming<sup>1</sup>, Gao Limin<sup>1</sup>

(1. Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710119, China;

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** In the azimuth aiming system, the sensitive-axis direction of inertial unit is monitored usually with the help of right-angled prism. The azimuth aiming error was produced by the right-angled prism tilting, through building the mathematical model of the influence of prism tilting on the aiming accuracy, the accurate vector expression was founded, in addition, the conventional measuring way and technique were introduced, furthermore, a new detecting and calibrating method of prism tilting based on the rhombic prism was studied, and some leading causes that affecting the measuring accuracy of the system were discussed. Then, experiment platform was built based on our own rhombic-equipment. The acquired data proves that the measurement results are greatly influenced by the device level state along the direction of prism tilting, the calibrated system has achieved high measuring accuracy less than 10". At the same time, this new system has obvious advantages on high measuring efficiency, and can be operated very simply and conveniently, it has a very important practical significance to improve the azimuth aiming precision.

**Key words:** right-angled prism; prism tilting; rhombic prism; error analysis

收稿日期: 2012-05-07; 修订日期: 2012-06-10

基金项目: 国防预研项目

作者简介: 赵军丽(1984-), 女, 博士生, 主要从事光电瞄准、几何量测量方面的研究。Email: zhao.junli@163.com

导师简介: 吴易明(1975-), 男, 研究员, 博士生导师, 主要从事光电精密测量方面的研究。Email: wym34@opt.ac.cn

### 0 引言

直角棱镜作为确定方位瞄准系统中惯性器件敏感轴方向的合作目标,用以保障敏感轴方向与发射方向或已知方向(与发射方向保持已知角度)所在的铅垂面相垂直,从而保证火箭的初始方位精度<sup>[1]</sup>。如果直角棱镜棱脊不平,将会产生方位瞄准误差,使得射面偏离计算平面。李庆辉等<sup>[2]</sup>给出了棱镜出射光矢量的完整表达式,并讨论了棱镜放置误差及角度误差对方位瞄准精度的影响;高立民等<sup>[3]</sup>给出了棱脊不平情况下反射光矢量和像旋的表达式,推导出了棱脊不平将造成线阵 CCD 的准直测角误差,指出像旋造成的测角误差在高精度准直测量中是可以忽略的;郭贺等<sup>[4]</sup>解决了棱脊大角度倾斜导致的自准直仪视场不足的问题,但是三者均没有给出棱脊不平度的测量原理及如何在工程实践中得以实现。鉴于此,文中结合坐标转换及矩阵理论<sup>[5]</sup>的相关知识,从棱脊不平度对方位瞄准精度影响的矢量表达式入手,给出了目前常用的棱脊不平度的测量原理及其工程实现手段,在此基础上,提出了一种基于斜方棱镜进行棱脊不平度检测、标定的新方法,并分析了测量原理及影响测量精度的重要误差源。

### 1 棱脊不平度对方位瞄准的影响

图 1 是直角棱镜作为合作目标,利用高精度瞄准设备进行方位瞄准的原理图。

建立测量坐标系 OXYZ,其中,以瞄准设备成像物镜的主点为坐标原点 O,Y 轴铅垂向上,X 轴垂直于 Y 轴,位于由瞄准设备出射光与 Y 轴所确立的平面内,Z 轴遵循右手螺旋法则。

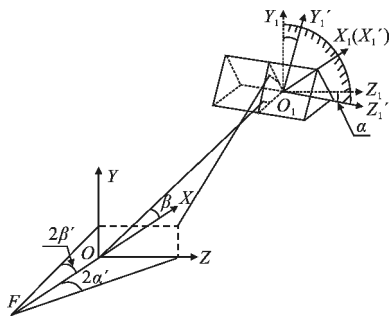


图 1 光电式方位瞄准原理图  
Fig.1 Principle of photoelectrical azimuth aiming

建立棱镜的固联坐标系 O<sub>1</sub>X<sub>1</sub>Y<sub>1</sub>Z<sub>1</sub>, 直角棱镜中,两个反射工作面的交线称为棱脊。O<sub>1</sub> 为棱脊中点,当棱脊处于水平状态,固联坐标系 O<sub>1</sub>X<sub>1</sub>Y<sub>1</sub>Z<sub>1</sub> 与测量坐标系 OXYZ 重合。如果棱脊不水平,不平的程度用棱脊不平度 alpha 来表征,沿着 X<sub>1</sub> 轴正向看去,棱镜绕 X<sub>1</sub> 轴顺时针转动(如图 1 所示),alpha 为正,反之为负。

图 1 中,beta 为瞄准设备的斜瞄角(图 1 中为仰瞄状态),当 beta=0 时,为平瞄状态;alpha'、beta' 为瞄准设备对方位、俯仰角的测量值。

当直角棱镜棱脊水平,瞄准设备接收到的光线矢量反映真实的方位值,即瞄准设备与直角棱镜处于准直状态。

当直角棱镜存在棱脊不平度 alpha,瞄准设备以 beta 角进行斜瞄时,接收到的光线矢量为 out<sub>beta</sub> 为:

$$out_{\beta} = r_x^{-1} R_p r_x In_{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\beta \\ \sin\beta \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos\beta \\ -\cos 2\alpha \sin\beta \\ -\sin 2\alpha \sin\beta \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中:In<sub>beta</sub> 为瞄准出射光矢量;r<sub>x</sub> 为绕 X 轴旋转矩阵,r<sub>x</sub><sup>-1</sup> 为 r<sub>x</sub> 的逆矩阵;R<sub>p</sub> 为直角棱镜的作用矩阵<sup>[6]</sup>。

由公式(1)得到瞄准设备的方位测量值:

$$\alpha' = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{-\sin 2\alpha \sin\beta}{-\cos\beta}\right) = \frac{1}{2} \arctan(\sin 2\alpha \tan\beta) \quad (2)$$

对公式(2)分析可知,棱脊不平度的存在会引起方位瞄准误差,且误差值 alpha' 正比于棱脊不平度 alpha 和斜瞄角 beta 的正切值。图 2 直观地描绘了 alpha' 与 alpha 和 beta 的关系,可以看出,alpha=30",beta=35度时,将会产生 21.01" 的方位测量偏差,即 alpha' 不能反映棱镜的真实方位状

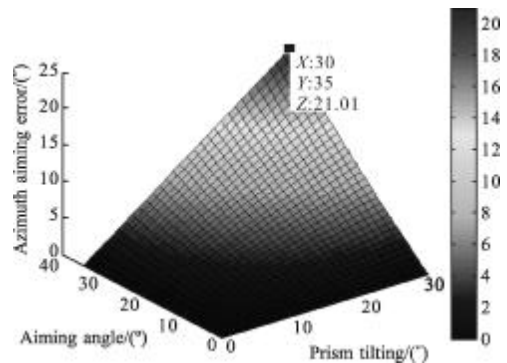


图 2 棱脊不平度引起的方位瞄准误差  
Fig.2 Azimuth aiming error produced by prism tilting

态,为了获得棱镜的精准方位信息,必须在测量前对  $\alpha$  进行标定。

### 2 棱脊不平度 $\alpha$ 的测量原理

根据瞄准设备方位测量值  $\alpha'$  正比于  $\alpha$ 、 $\beta$  的正切值这一结论,通常  $\alpha$  值一般为秒级,有  $\tan\alpha' \approx \alpha'$ ,  $\sin 2\alpha \approx 2\alpha$ ,对公式(2)进行简化,得到:

$$\alpha' = \frac{1}{2} \arctan(-\sin 2\alpha \tan \beta) \approx \alpha \tan \beta \quad (3)$$

已知斜瞄角  $\beta$ ,获取测量值  $\alpha'$ 后,通过求解得到棱脊不平度  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{\alpha'}{\tan \beta} \quad (4)$$

由公式(3)可知,斜瞄角  $\beta$  越大,测量系统对棱脊不平度  $\alpha$  的放大因子越大,因此,为了提高测量精度,应尽可能地增大  $\beta$  值,然而  $\beta$  的增大,亦要求平瞄与斜瞄的垂直升降距离、直角棱镜的宽度加大,这无疑提高了生产成本,权衡之下,实际中斜瞄角一般要求不小于  $30^\circ$  即可。

在工程实际中,瞄准设备通常为—台高精度自准直经纬仪<sup>[7]</sup>,棱脊不平度  $\alpha$  通过“平瞄+斜瞄”的方式获取,如图 3 所示。

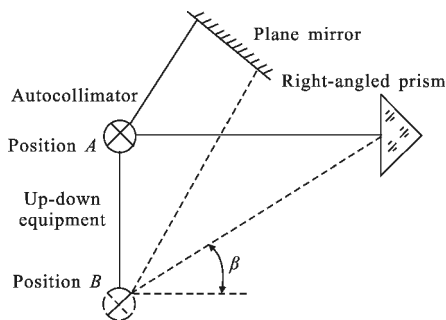


图 3 常用棱脊不平度的测量方法

Fig.3 Conventional method of measuring prism tilting

首先在 A 位置,用自准直经纬仪平瞄棱镜进行自准,读取方位角  $\alpha_1'$ ,再在同一位置用自准直平面镜读取方位角 A1,得到平瞄状态下棱镜相对于平面镜的方位角( $\alpha_1'-A1$ );借助于配套的升降装置,在 B 位置重新架设自准直经纬仪,以仰角为  $\beta$  的自准直棱镜读取方位角  $\alpha_2'$ ,并在同一位置用准直平面镜读取平面镜方位角 A2,得到斜瞄状态下棱镜相对于平面镜的方位角( $\alpha_2'-A2$ ),则棱脊不平度  $\alpha$  由公式(5)计算得到:

$$\alpha = \frac{(\alpha_2' - A2) - (\alpha_1' - A1)}{\tan \beta} \quad (5)$$

由于测量过程中,通过平瞄与斜瞄两种方式需要配套专用的经纬仪升降装置,升降到位后,自准直经纬仪须重新调平,将产生调平误差,因为方位易发生变化,要借助平面镜作为方位基准,总的自准次数最少为 4 次,多次自准测量亦会产生测角误差,导致该种测量方法的精度不超过  $20''$ ,同时旋升升降装置费时、费力,为了解决这一系列问题,提出了一种基于斜方棱镜进行棱脊不平度  $\alpha$  的检测方法。

### 3 基于斜方棱镜测量棱脊不平度的原理

如图 4 所示,在瞄准光路中加入一个斜方棱镜,以斜方棱镜对称中心为原点,建立斜方棱镜的固联坐标系  $O_0X_0Y_0Z_0$ ,斜方棱镜处于状态 1 时,固定坐标系与测量坐标相同。此时,经纬仪瞄准出射光通过斜方棱镜,方向不会发生变化,仅在 Y 方向上有一定位移,此种状态等同于平瞄方式。

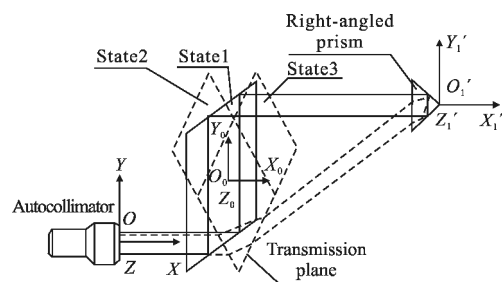


图 4 基于斜方棱镜测量棱脊不平度的原理图

Fig.4 Principle based on rhombic prism imaging

当斜方棱镜绕  $Z_0$  轴转动角度  $P$ ,处于状态 2 时,经纬仪瞄准出射光通过斜方棱镜透射面不再是全反射,将会发生折射,折射光线与水平方向有一夹角  $c$ ,此种状态等同于斜瞄方式,经纬仪测量值是夹角  $c$  与棱脊不平度  $\alpha$  的函数值,具体矢量表达式推导如下:

$$\text{out}_{x2} = R_{x2}^{-1} r_x^{-1} R_{p,x} R_{x2} \text{In}_{x2} = \begin{bmatrix} \cos c & \sin c & 0 \\ -\sin c & \cos c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} \cos c & -\sin c & 0 \\ \sin c & \cos c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\sin^2\alpha\sin^2c-1 \\ \sin^2\alpha\sin 2c \\ -\sin 2\alpha\sin c \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中： $R_{X2}$ 、 $R_{X2}^{-1}$ 为斜方棱镜在状态 2 时的作用矩阵； $c$ 的大小与斜方棱镜状态 2 时的转角  $P$ 、材料折射率  $n$  有关， $c = \arcsin\left[ n \sin\left[ 2P - \arcsin\frac{\sin P}{n} \right] \right] - P$ 。

由公式(6)得到经纬仪的测量结果：

$$\alpha' = \frac{1}{2} \arctan\left( \frac{-\sin 2\alpha \sin c}{2\sin^2\alpha\sin^2c-1} \right) \quad (7)$$

同样，利用  $\alpha$  值较小时，有  $\tan\alpha' \approx \alpha'$ ， $\sin 2\alpha \approx 2\alpha$ ，对公式(7)进行简化，得到：

$$\alpha' = \frac{1}{2} \arctan\left( \frac{-\sin 2\alpha \sin c}{2\sin^2\alpha\sin^2c-1} \right) \approx \sin c \times \alpha \quad (8)$$

$$\text{进而，} \quad \alpha = \frac{\alpha'}{\sin c} \quad (9)$$

在实际测量中，首先使斜方棱镜处于状态 1，自准直经纬仪获取平瞄测量值 1，记为  $\alpha_1'$ ，转动斜方棱镜，处于状态 2 时，记录  $P$  值，读取测量值 2，记为  $\alpha_2'$ ，为了消除斜方棱镜安装过程中沿  $X$  轴发生倾斜带来的测角误差， $P$  取  $22.5^\circ$ ，且将斜方棱镜绕  $Y_0$  轴转动  $180^\circ$ ，处于状态 3 时，得到测量值 3，记为  $\alpha_3'$ ，则棱脊不平度  $\alpha$  为：

$$\alpha = \frac{(\alpha_3' + \alpha_2')/2 - \alpha_1'}{\sin c} = \frac{(\alpha_3' + \alpha_2')/2 - \alpha_1'}{0.463} \quad (10)$$

一般情况下，斜方棱镜的制作材料为 K9，折射率  $n=1.51637$ ， $c=27.579^\circ$ ， $\sin c=0.463$ 。

### 4 系统的测量精度

基于斜方棱镜测量棱脊不平度需要一台自准直经纬仪和一个斜方棱镜装置，在整个测量过程中，斜方棱镜装置要实现 3 种工作状态的转换，如图 5 所示，主要由 6 部分组成，分别为斜方棱镜组、横轴、U 型架、竖轴、底座和水准器。斜方棱镜组可以绕横轴转动，实现竖直到仰角状态的转换，U 型架带动斜方棱镜组及横轴整体绕竖轴在水平面内转动，实现仰角状态 2 到状态 3 的转换。

进行棱镜棱脊不平度的测量，公式化简带来的原理性误差和斜方棱镜角度、平行度带来的误差非常小，可以忽略不计；横轴与竖轴轴系不垂直，能够通过状态 2 与状态 3 两次测量求平均的方法予以消除；当采用极限误差为  $8''$  的相对式码盘进行水平转

动角度监测时，会带来  $0.9817''$  的测角极限误差(此处理论推导略)<sup>[6]</sup>；精度  $0.5''$  的自准直经纬仪 3 次方位瞄准，根据公式(10)分析，会带来  $2.16''$  的测角极限误差；影响最为严重的是水准器的调平误差，它的影响因子是 1:1。

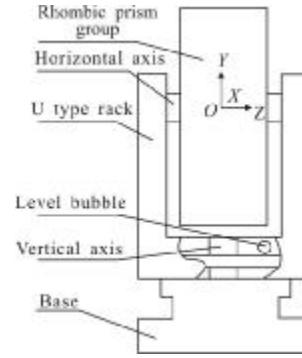


图 5 斜方棱镜装置示意图

Fig.5 Rhombic-prism equipment's sketch

为了验证系统的测量精度，采用 TM5100 自准直仪两台，项目组自研斜方棱镜装置一台，直角棱镜一块、电源及配套电缆等附件，搭建测量平台，在直角棱镜装置、斜方棱镜装置上沿棱脊方向各胶粘一个平面镜，分别用一台自准直经纬仪监测实际的棱脊不平度改变量、斜方棱镜装置水准器的调平误差。

表 1 为棱脊不平度改变时，测试系统获取的测量数据及棱脊不平度计算值；表 2 为棱脊不平度保持不变，改变水准器的倾斜量，测量系统获取的测量值。

表 1 系统精度实验数据

Tab.1 Experiment data about system accuracy

real $\alpha''$	$\alpha_1'$	$\alpha_2'$	$\alpha_3'$	$\alpha/(\prime)$	$(\alpha - \text{real}\alpha)/l(\prime)$
	358°0'46.8"	358°1'4.8"	358°0'30.7"	2.1	0.1
2	358°0'45.8"	358°1'5.9"	358°0'29.9"	4.5	2.5
	358°0'46.1"	358°1'2.5"	358°0'27.2"	0.5	-1.5
	358°0'46.2"	358°1'10.3"	358°0'30.2"	8.8	-1.2
10	358°0'45.9"	358°1'9.8"	358°0'30.9"	9.6	-0.4
	358°0'46.5"	358°1'11.9"	358°0'30.6"	10.3	0.3
	358°0'46.7"	358°1'16.2"	358°0'34.9"	19.1	-0.9
20	358°0'45.9"	358°1'15.9"	358°0'35.3"	21.0	1
	358°0'45.9"	358°1'14.2"	358°0'36.8"	20.7	0.7

表 2 水准器倾斜对测量精度的影响

Tab.2 Influence of level bubble tilting on the measuring accuracy

real $\alpha$ /(")	Bubble tilting	$\alpha_1$ '358°0'	$\alpha_2$ '358°1'	$\alpha_3$ '358°0'	$\alpha$ /(")	$(\alpha - \text{real } \alpha)$ /(")	$(\text{Revised } \alpha - \text{real } \alpha)$ /(")
20	5	46.0"	13.0"	32.5"	15.7	-4.3	$(15.7+5) - 20 = 0.7$
	10	45.7"	10.9"	31.2"	11.6	-8.4	$(11.6+10) - 20 = 1.6$
	20	45.1"	4.9"	27.1"	1.94	-19.06	$(1.94+20) - 20 = 1.94$
	0	45.9"	14.8"	35.1"	19.5	-0.5	$(19.5+0) - 20 = -0.5$
	-5	46.2"	17.9"	37.5"	24.8	4.8	$(24.8-5) - 20 = -0.2$
	-10	45.8"	22.1"	41.3"	34.3	14.3	$(34.3-10) - 20 = 4.3$

实验数据表明, 该种测量方法具有较高的测量精度, 能够保证在 10" 以内, 然而水准器的调平状态对测量结果的影响比较大, 当使用 20"/格的 水准器, 人眼分辨四分之一格值时, 将直接带来 5" 的测角极限误差, 因此, 在使用过程中, 应尽可能地调平斜方棱镜装置, 以免带来较大的测量误差, 要将系统检测精度控制在 10" 以内, 应该选用 10" 甚至 6" 的水准器进行斜方棱镜装置的水平监控。

## 5 结 论

文中推导了棱脊不平度对方位瞄准精度影响的矢量表达式, 给出了目前常用的棱脊不平度的测量原理, 以及“平瞄+斜瞄”的工程实现方法, 解决了实际测量过程中需要配备专用升降装置、平面镜, 进行多次测量, 费时、费力, 精度不高的缺点, 提出了一种基于斜方棱镜进行棱脊不平度检测、标定的新方法, 该方法只需进行斜方棱镜的一次旋转, 即可实现等同于“平瞄+斜瞄”的功能, 具有操作简便、快捷、精度高的显著优点, 文中分析了影响测量精度的几个误差源, 指出为了进一步提高精度, 应该合理地选取水准器的重要性。文中的研究对于实现高效地测量棱脊不平度、保障方位瞄准精度有着非常重要的实际意义。

## 参考文献:

- [1] Meng Lijun, Fan Yonghua, Yang Jun, et al. The design of collimated system for ballistic missile by using variable structure control[J]. *Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance*, 2005, 25(4): 305-307. (in Chinese)  
孟利军, 凡永华, 杨军, 等. 地地导弹自动瞄准系统的变结构控制[J]. *弹箭与制导学报*, 2005, 25(4): 305-307.
- [2] Li Qinghui, Chen Liangyi, Gao Limin. Influence of rocket's right angled prism error on azimuth laying accuracy [J].

*Chinese Space Science and Technology*, 1998, 18(1): 61-65. (in Chinese)

李庆辉, 陈良益, 高立民. 箭上直角棱镜误差对方位瞄准的影响[J]. *中国空间科学技术*, 1998, 18(1): 61-65.

- [3] Gao Linmin, Chen Liangyi. Influence of right-angled prism tilt on azimuth laying accuracy [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2002, 31(1): 117-119. (in Chinese)

高立民, 陈良益. 直角棱镜棱脊倾斜对方位瞄准的影响[J]. *光子学报*, 2002, 31(1): 117-119.

- [4] Guo He, Wang Jianzhao, Luo Changzhou. Influence of prism with large-angle tilt on aiming accuracy [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2011, 40(1): 138-142. (in Chinese)

郭贺, 王建钊, 罗长洲. 棱脊大角度倾斜下的瞄准误差分析[J]. *红外与激光工程*, 2011, 40(1): 138-142.

- [5] Cheng Yunpeng, Zhang Kaiyuan, Xu Zhong. Matrix Theory [M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2006: 11-16. (in Chinese)

程云鹏, 张凯院, 徐仲. 矩阵论 [M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2006: 11-16.

- [6] Li Shixian, Zheng Yuenian. Handbook of Optical Design[M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 1990: 144-153. (in Chinese)

李士贤, 郑乐年. 光学设计手册 [M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1990: 144-153.

- [7] Gao Min, Bian Zhenglan, Dong Zuoren, et al. Application of pulse width modulation technique in CCD photoelectric autocollimator [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2010, 39(5): 892-895. (in Chinese)

高敏, 卞正兰, 董作人, 等. 脉宽调制技术在 CCD 光电自准直仪中的应用[J]. *红外与激光工程*, 2010, 39(5): 892-895.

- [8] Li Hui, Shen Xiangheng. New shafting error simulating method of photoelectric theodolite [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2008, 37(2): 334-337. (in Chinese)

李慧, 沈湘衡. 光电经纬仪轴系误差仿真计算的新方法[J]. *红外与激光工程*, 2008, 37(2): 334-337.