高速倾斜镜建模与传递函数辨识

时晶晶[1],姚佰栋[2],鲁加国[2]

(1. 安徽大学 计算智能与信号处理教育部重点实验室,安徽 合肥 230601;
2. 中国电子科技集团第 38 研究所,安徽 合肥 230088)

摘 要:为了在光束稳定控制系统中更好地对高速倾斜镜(FSM)实现稳定、精确地控制,对于由超磁致伸缩材料(GMM)作为位移产生元件的高速倾斜镜,根据 GMM 材料的特性和倾斜镜的运动机理,经推导建立了倾斜镜的传递函数模型,并结合实测的倾斜镜幅频和相频响应特性,在 Matlab 软件中利用 Levy 法对倾斜镜的传递函数进行了辨识,得到了精确的倾斜镜传递函数。与实测结果相比,在中低频段,幅度辨识误差在 0.3 dB 以内,相位辨识误差在 5°以内,结果表明:通过理论推导建立的倾斜镜模型是合理有效的,对于改善该倾斜镜在应用系统中的稳定性和精度提供了依据。

关键词:高速倾斜镜; 建模; 传递函数辨识; Levy 辨识算法

中图分类号:V566 **文献标志码**:A **文章编号**:1007-2276(2013)10-2748-05

Modeling and transfer function identification of FSM system

Shi Jingjing[1], Yao Baidong[2], Lu Jiaguo[2]

(1. Key Laboratory of Intelligent Computing & Signal Processing, Ministry of Education, Anhui University, Hefei 230601, China;
2. The Thirty-eighth Research Institute of China Electronic Technology Group Corporation, Hefei 230088, China)

Abstract: The fast steering mirror (FSM) was widely used in beam stabilization controlling systems. In order to ensure the FSM work more stably and precisely, the transfer function model of the FSM was deduced using giant magnetostrictive material as the displacement generator based on the material's physical properties and the dynamic characteristics of the FSM. With the actual measured result of the FSM's amplitude frequency response characteristics and phase frequency response characteristics, the accurate transfer function of the FSM was identified using the levy identification algorithm in the matlab software. Compared with the actual measured result, we concluded that the error of the transfer function obtained by identification is under 0.5 dB in magnitude and 5° in phase in the low and intermediate frequency range. The result shows that the transfer function model deduced is reasonable and supplied theoretic reference of how to improve FSM's performance in its application system.

Key words: FSM; modeling; transfer function identification; Levy algorithm

收稿日期:2013-02-05; **修订日期**:2013-03-03

基金项目:安徽大学研究生学术创新研究项目(01001770-10117700471)

作者简介:时晶晶(1984-),女,博士生,主要从事电磁仿真方面的研究。Email:shidoublejing@163.com

导师简介:鲁加国(1964-),男,研究员,博士生导师,主要从事电磁场方面的研究。Email:water361360@126.com

0 引 言

高速倾斜镜被广泛应用于自适应光学系统、激光通信、激光光束稳定以及快速目标的精密跟踪等控制领域[1]。对于控制系统设计者来说,获得准确的被控对象的数学模型,从而选择合适的控制方法是很有必要的。通过实验测量出倾斜镜的幅频响应和相频响应特性以后,通过分析倾斜镜的机械物理特性和动力学特性[2],就可以建立起其理论数学模型,然后结合实测的倾斜镜响应数据,采用合适的辨识算法就可以精确地得到倾斜镜的传递模型,这对于整个系统性能的分析是至关重要的。

1 高速倾斜镜系统的建模

高速倾斜镜系统主要是由磁致伸缩致动器驱动器和倾斜镜本身组成,文中所用的倾斜镜是以超磁致伸缩材料(GMM)为位移产生元件的,其伸缩由通电线圈电流产生磁场控制 GMM 的伸缩。设通电线圈的传递函数是 $\mathbf{G}_1(\mathbf{S})$,倾斜镜的机械传递函数是 $\mathbf{G}_2(\mathbf{S})$,它们与倾斜镜系统的传递函数 $\mathbf{G}(\mathbf{S})$的关系如图 1 所示。

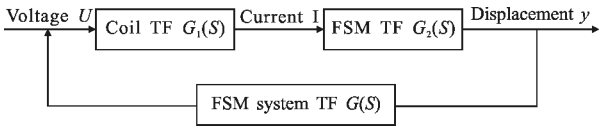


图 1 倾斜镜系统结构

Fig.1 FSM system structure

由图可知倾斜镜系统的传递函数:

$$\mathbf{G}(\mathbf{S})=\mathbf{G}_1(\mathbf{S})\cdot\mathbf{G}_2(\mathbf{S}) \tag{1}$$

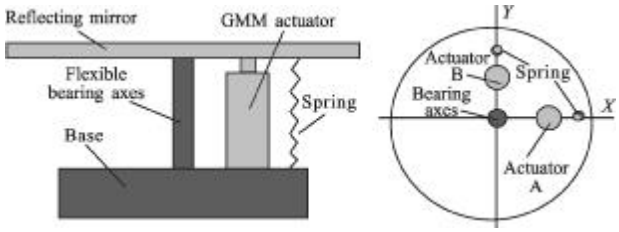
设线圈的电阻为 **R**,电感为 **L**,输入电压为 **U**,输出电流为 **I**,则有以下方程:

$$\mathbf{U}=\mathbf{RI}+\mathbf{L}\frac{\mathrm{d}\mathbf{I}}{\mathrm{d}t} \tag{2}$$

两边去拉式变换得线圈输入电压和输出电流之间的传递函数为:

$$\mathbf{G}_1(\mathbf{S})=\frac{1}{\mathbf{Ls}+\mathbf{R}} \tag{3}$$

倾斜镜是由基座、柔性轴、GMM 位移驱动器、弹簧、反射镜片组成,图 2(a)所示的是倾斜镜的侧面图,图 2(b)所示的是倾斜镜的基板示意图。反射镜的中心固定在柔性轴的一端,而柔性轴的另一端固定在一个底座上面。两个驱动器呈 90°固定在底座上面,驱动器的输出杠顶在反射镜背面,每个驱动器外侧平行安装一个弹簧,弹簧的一端固定在反射镜背面,另一端连在底座上,当驱动器伸长时,反射镜在输出杠推动下向前偏转;驱动器缩短时,在弹簧拉力作用下,反射镜向后偏转,实现反射镜在正反两个方向转动。



(a) 侧视图　　(b) 基座图

(a) Side view　　(b) Diagram of base

图 2 高速倾斜反射镜与驱动器

Fig.2 FSM and acctuator

在 GMM 致动器伸缩过程中,GMM 棒的伸缩只产生在其轴线方向,在整个运动过程中,GMM 棒的一段位移为 0,另一端始终和负载具有相同的位移 **x**、速度 $\dot{\mathbf{x}}$和加速度 $\ddot{\mathbf{x}}$。基于以上假设,将倾斜镜的动力学过程简化为等效单自由度力学模型,GMM 棒在长度方向上可以认为是由单自由度的分离元件弹簧、阻尼器和质量组成,考虑施压连接刚度,认为致动器负载(包括顶杆、反射镜)是一个质量-弹簧-阻尼型负载[3]。因此倾斜镜的模型原理图如图 3 所示。

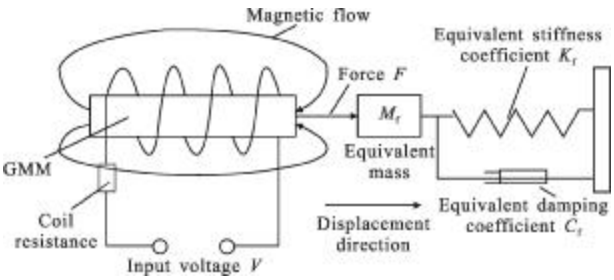


图 3 倾斜镜建模原理图

Fig.3 FSM's model

设 **V**、**I**、**N**、**l**、**A** 分别为线圈电压、电流、线圈匝数、GMM 棒长度和横截面积,$\mathbf{M}_f$、$\mathbf{C}_f$、$\mathbf{k}_f$ 分别为负载的等效质量系数、等效阻尼系数和等效刚度系数。

基于 GMM 材料的线性压磁方程:

$$\varepsilon=\delta\mathbf{S}^{\mathbf{H}}+\mathrm{d}_{33}\mathbf{H} \tag{4}$$

式中:ε、δ、d_{33} 分别为 GMM 的轴向应变、轴向应力和轴向磁致伸缩系数;$\mathbf{S}^{\mathbf{H}}$ 为恒磁场 **H** 下的柔顺系数。

考虑到 GMM 棒的质量和阻尼的影响时,则方

程为：

$$\varepsilon=\delta S^H+d_{33}H-C\cdot S^H\cdot\dot{\varepsilon}-\rho\cdot l^2\cdot S^H\cdot\ddot{\varepsilon} \tag{5}$$

式中：C、ρ、l 分别为 GMM 的内部阻尼系数、密度和长度。

通过倾斜镜的建模图形可以看出 GMM 棒的输出力 F 与负载(反射镜)的力是作用力和反作用力，根据牛顿第二定律：

$$F=\delta A=-\left(M_f\frac{d^2x}{dt^2}+C_f\frac{dx}{dt}+k_fx\right) \tag{6}$$

由公式(6)可得：

$$\delta=-\frac{1}{A}\left(M_f\frac{d^2x}{dt^2}+C_f\frac{dx}{dt}+k_fx\right) \tag{7}$$

由于 $\varepsilon=\frac{x}{l}$，则：$\dot{\varepsilon}=\frac{1}{l}\cdot\frac{dx}{dt}$，$\ddot{\varepsilon}=\frac{1}{l}\cdot\frac{d^2x}{dt^2}$

又根据线圈磁场分布规律：$H=\frac{NI}{l}$

将以上各式带入方程(5)可得：

$$d_{33}\frac{NI}{l}=\left(\frac{S^H}{A}M_f+\rho\cdot l^2\cdot S^H\right)\frac{d^2x}{dt^2}+\left(\frac{S^HC_f}{A}+\frac{CS^H}{l}\right)\frac{dx}{dt}+\left(\frac{S^H}{A}k_f+\frac{1}{l}\right)x \tag{8}$$

两边求拉式变换，得到输出位移和输入电流之间的传递函数为：

$$G_2(s)=\frac{X(s)}{I(s)}=\frac{k}{M_f+M_r}\cdot\frac{1}{s^2+\frac{C_f+C_r}{M_f+M_r}s+\frac{k_f+k_r}{M_f+M_r}} \tag{9}$$

式中：k_f、C_r、M_r 分别为 GMM 棒的等效刚度系数、等效阻尼系数和等效质量系数。$k=d_{33}AN/S^Hl$，$k_r=A/S^Hl$，$C_r=CA/l$，$M_r=\rho lA$。

将公式(3)和公式(9)代入公式(1)中可得倾斜镜的传递函数：

$$G(s)=G_1(S)\cdot G_2(S)=\frac{k}{M_f+M_r}\cdot\frac{1}{s^2+\frac{C_f+C_r}{M_f+M_r}s+\frac{k_f+k_r}{M_f+M_r}}\cdot\frac{1}{Ls+R} \tag{10}$$

表 1 所示的是通过文中所用的倾斜镜以及驱动器的物理参数计算出来的模型参数。将各参数带入公式(10)得出倾斜镜的传递函数为：

$$G(s)=\frac{35.94}{0.000\,459\,7s^3+0.033\,73s^2+0.136\,5s+1} \tag{11}$$

实际上由于倾斜镜的机械结构和刚度有限，系统在高频段的开环特性通常包含一个或多个二阶的机械谐振环节[4]：

$$reson(s)=\frac{p_1s^2+p_2s+p_3}{p_4s^2+p_5s+p_6} \tag{12}$$

因此，倾斜镜传递函数模型为公式(11)和一个或多个公式(12)二阶谐振环节的串联。

表 1 倾斜镜相关参数的具体值

Tab.1 Parameters of FSM

Parameters	Value
GMM's density	$\rho=9\,250\ kg/m^3$
GMM's length	$l=30\ mm$
GMM's diameter	$d=7\ mm$
GMM's axial magnetostriction coefficient	$d_{33}=10\times10^{-8}\ m/N$
GMM's smooth coefficient	$S^H=(1.5\times4)\times10^{-11}\ m^2/N$
Coil number of turns	$N=1\,200$
GMM's equivalent mass coefficient	$M_r=3.56\times10^{-3}\ kg$
GMM's equivalent damping coefficient	$C_r=3.85\times10^{-3}\ Ns/m$
GMM's equivalent stiffness coefficient	$k_r=3.3\times10^5\ N/m$
Load's equivalent mass coefficient	$M_f=4\ kg$
Load's equivalent damping coefficient	$C_f=1\times10^{-3}\ Ns/m$
Load's equivalent stiffness coefficient	$k_f=1\times10^4\ N/m$

2 FSM 的传递函数参数辨识

目前，常用的传递函数参数的辨识算法主要有最小二乘法、参数递阶辨识、Levy 法等[5]。Levy 法根据修正的误差原则，运用求极值的方法得到传递函数参数，辨识精度较高，在工程上也获得了广泛的应用。

2.1 Levy 法原理及算法数学模型推导

Levy 法[6]是由频率特性数据序列直接拟合系统传递函数参数的解析算法，它是通过极小化模型与测试数据之间的误差准则函数来确定模型的参数。

一般地，系统的传递函数的模型可以表示为：

$$\hat{G}(s)=\frac{b_0+b_1s+b_2s^2+\cdots+b_ms^m}{1+a_1s+a_2s^2+\cdots+a_ns^n}\quad m<n \tag{13}$$

对应的频率响应可由公式(1)表示：

$$\hat{G}(j\omega)=\frac{\sum_{k=0}^{m}b_k(j\omega)^k}{1+\sum_{k=0}^{n}a_k(j\omega)^k}=\frac{N(\omega)}{D(\omega)}=\frac{\alpha(\omega)+j\beta(\omega)}{\sigma(\omega)+j\tau(\omega)} \tag{14}$$

在给定的频率点，系统的拟合误差定义为：

$$\varepsilon(\omega)=G(j\omega)-\frac{N(\omega)}{D(\omega)} \tag{15}$$

式中：$G(j\omega)$为实测值。取全部采样点上的拟合误差

的平方和作为回归分析评价函数，在此基础上运用最小二乘的方法就可以求取系统的未知系数。但是，若直接对公式(2)按最小二乘原理求系数，会使问题变为一个非线性回归问题。为消去拟合误差中的分式，Levy 引入了加权因子 ，拟合误差被重新定义为：

$$\mathbf{E}(\omega)=\varepsilon(\omega)\mathbf{D}(\omega)=\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{D}(\omega)-\mathbf{N}(\omega) \tag{16}$$

将在所有频率上的拟合误差模的平方和定义为回归分析评价函数 **J**。省略各表达式中的 ω_p，函数 **J** 可以表示为：

$$\mathbf{J}=\sum_{p=1}^{q}|\mathbf{E}|^2=\sum_{p=1}^{q}|[\mathrm{Re}(\mathbf{G})+j\mathrm{Im}(\mathbf{G})](\sigma+j\tau)-(\alpha+j\beta)|^2=$$

$$\sum_{p=1}^{q}|[\mathrm{Re}(\mathbf{G})\sigma-\mathrm{Im}(\mathbf{G})\tau-\alpha]^2+[\mathrm{Re}(\mathbf{G})\tau+\mathrm{Im}(\mathbf{G})\sigma-\beta]^2 \tag{17}$$

式中：$\alpha(\omega)=\sum_{k=0}^{m}\mathbf{b}_k\mathrm{Re}(\mathbf{G})\times[(j\omega)^k]$；$\beta(\omega)=\sum_{k=0}^{m}\mathbf{b}_k\mathrm{Im}(\mathbf{G})\times[(j\omega)^k]$；$\sigma(\omega)=1+\sum_{k=0}^{n}\mathbf{a}_k\mathrm{Re}(\mathbf{G})\times[(j\omega)^k]$；$\tau(\omega)=\sum_{k=0}^{n}\mathbf{a}_k\mathrm{Im}(\mathbf{G})\times[(j\omega)^k]$。

在公式(17)的基础上，运用最小二乘原理便可求得未知系数。即：对 **J** 求各未知系数的偏导数，并使求得的偏导数表达式等于 0，这样共得到 **m**+**n**+1 个方程，假如扫频共测了 **q** 个频率点，那么，未知系数的矩阵方程可以表示为公式(18)。

$$\begin{bmatrix}\mathbf{A}_{l,c} & \mathbf{B}_{l,c}\\ \mathbf{C}_{l,c} & \mathbf{D}_{l,c}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{b}\\ \mathbf{a}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{e}_{l,1}\\ \mathbf{g}_{l,1}\end{bmatrix} \tag{18}$$

式中：

$$\mathbf{A}_{l,c}=\sum_{p=1}^{q}\{-\mathrm{Re}[(j\omega_p)^l]\mathrm{Re}[(j\omega_p)^c]-\mathrm{Im}[(j\omega_p)^l]\mathrm{Im}[(j\omega_p)^c]\}$$

$$l=0\cdots\mathbf{m},c=0\cdots\mathbf{n};$$

$$\mathbf{B}_{l,c}=\sum_{p=1}^{q}\{\mathrm{Re}[(j\omega_p)^l]\mathrm{Re}[(j\omega_p)^c]\mathrm{Re}[\mathbf{G}(j\omega_p)]+$$
$$\mathrm{Im}[(j\omega_p)^l]\mathrm{Re}[(j\omega_p)^c]\mathrm{Im}[\mathbf{G}(j\omega_p)]-$$
$$\mathrm{Re}[(j\omega_p)^l]\mathrm{Im}[(j\omega_p)^c]\mathrm{Im}[\mathbf{G}(j\omega_p)]+$$
$$\mathrm{Im}[(j\omega_p)^l]\mathrm{Im}[(j\omega_p)^c]\mathrm{Re}[\mathbf{G}(j\omega_p)]\}$$
$$l=0\cdots\mathbf{m},c=0\cdots\mathbf{n};$$

$$\mathbf{C}_{l,c}=\sum_{p=1}^{q}\{-\mathrm{Re}[(j\omega_p)^l]\mathrm{Re}[(j\omega_p)^c]\mathrm{Re}[\mathbf{G}(j\omega_p)]+$$
$$\mathrm{Im}[(j\omega_p)^l]\mathrm{Re}[(j\omega_p)^c]\mathrm{Im}[\mathbf{G}(j\omega_p)]-$$
$$\mathrm{Re}[(j\omega_p)^l]\mathrm{Im}[(j\omega_p)^c]\mathrm{Im}[\mathbf{G}(j\omega_p)]+$$
$$\mathrm{Im}[(j\omega_p)^l]\mathrm{Im}[(j\omega_p)^c]\mathrm{Re}[\mathbf{G}(j\omega_p)]\}$$
$$l=0\cdots\mathbf{m},c=0\cdots\mathbf{n};$$

$$\mathbf{D}_{l,c}=\sum_{p=1}^{q}(\{\mathrm{Re}[\mathbf{G}(j\omega_p)]\}^2+\{\mathrm{Im}[\mathbf{G}(j\omega_p)]\}^2)$$
$$\{\mathrm{Re}[(j\omega_p)^l]\mathrm{Re}[(j\omega_p)^c]+\mathrm{Im}[(j\omega_p)^l]\mathrm{Im}[(j\omega_p)^c]\}$$
$$l=0\cdots\mathbf{m},c=0\cdots\mathbf{m};$$

$$\mathbf{b}=\begin{bmatrix}\mathbf{b}_0\\ \vdots\\ \mathbf{b}_m\end{bmatrix};\mathbf{a}=\begin{bmatrix}\mathbf{a}_1\\ \vdots\\ \mathbf{a}_n\end{bmatrix};$$

$$\mathbf{e}_{l,1}=\sum_{p=1}^{q}\{-\mathrm{Re}[(j\omega_p)^l]\mathrm{Re}[\mathbf{G}(j\omega_p)]-\mathrm{Im}[(j\omega_p)^l]\mathrm{Im}[\mathbf{G}(j\omega_p)]\}$$
$$l=0\cdots\mathbf{m};$$

$$\mathbf{g}_{l,1}=\sum_{p=1}^{q}-\mathrm{Re}[(j\omega_p)^l](\{\mathrm{Re}[\mathbf{G}(j\omega_p)]\}^2+\{\mathrm{Im}[\mathbf{G}(j\omega_p)]\}^2)$$
$$l=0\cdots\mathbf{n};$$

公式(18)就是适用于不同阶次传递函数的 Levy 法算法数学模型，由于系数矩阵中的各个元素都有固定的表达式给出，因此，在辨识不同阶次传递函数时，省去了重新推导系数矩阵的麻烦。直接将实测参数和 **m**、**n** 的值带入矩阵方程(18)并求解，便可获得待辨识的未知系数。

2.2　倾斜镜传递函数参数辨识结果

根据实验中测量的倾斜镜的幅频特性和相频特性数据，分析得出该倾斜镜在高频段包含一个二阶的谐振环节 [7]。结合前面建立的倾斜镜模型可知，该倾斜镜传递函数由一个一阶惯性环节，一个二阶环节和一个二阶机械谐振环节串联组成。传递函数表达式可写成[8]：

$$\mathbf{G}(s)=\frac{\mathbf{a}_2s^2+\mathbf{a}_1s+\mathbf{a}_0}{\mathbf{b}_5s^5+\mathbf{b}_4s^4+\mathbf{b}_3s^3+\mathbf{b}_2s^2+\mathbf{b}_1s+\mathbf{b}_0} \tag{19}$$

图 4 是实验中实测的倾斜镜幅频特性和相频特性。

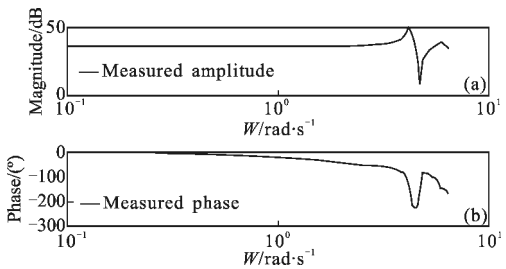


图 4 幅频和相频特性曲线

Fig.4 Curve of frequency response and phase frequency characteristics

利用 Levy 法对倾斜镜进行参数辨识，得到倾斜镜的传递函数为：

$$G(s)=\frac{4.65s^2-2.248s+63.04}{0.000\,312\,4s^5+0.002\,624s^4+0.021\,97s^3+0.079\,83s^2+0.244\,9s+1}$$

图 5 是根据辨识出的传递函数画出的幅频响应和相频响应曲线和实测值以及通过理论计算的三阶传递函数模型曲线的比较。

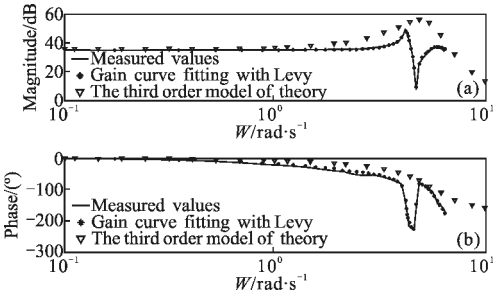


图 5 辨识函数曲线

Fig.5 Curve of identified function

图 6 是根据辨识出的传递函数画出的幅频值和相频值和实测值的误差曲线。

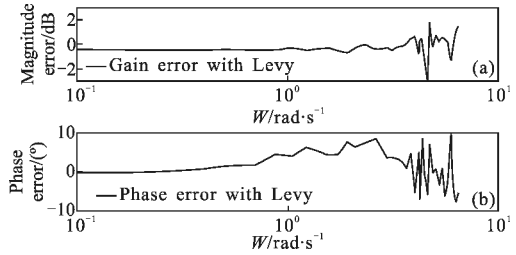


图 6 辨识误差曲线

Fig.6 Error between identified data and test data

从图 5 可以看出，经过参数辨识的传递函数幅频和相频与实测曲线吻合良好；而理论计算出来的三阶模型的传递函数曲线与实测曲线在趋势上比较吻合，在低频段，理论和实测的幅值和相位误差较小，而随着频率的增加，由于谐振的存在，理论值和实测值误差逐渐增大。而从图 6 看出，在低频段，拟合曲线值与实测值的幅值误差小于 0.3 dB，相位误差约为 5°以下，在高频段，由于谐振的影响，幅度和相位的拟合曲线值和实测值相差有所增大，幅值误差在 3 dB 以下，相位误差 10°以内。另外，理论计算结果和实测结果都表明，由于谐振的存在，使得幅值裕量和相位裕量急剧减小，从而限制了倾斜镜的校正带宽。因此如何消除或抑制谐振对倾斜镜的影响对于提高倾斜镜的带宽是很有必要的。

3 结 论

针对高速倾斜镜工作的特点，建立了倾斜镜的力学传动模型，并理论计算出倾斜镜的三阶传递函数。结合实测的倾斜镜幅频和相频响应特性，分析得出了该倾斜镜的传递函数在高频段还包含一个二阶谐振环节，利用传递函数参数辨识方法 Levy 法在 Matlab 软件中对倾斜镜传递函数参数进行了辨识，通过仿真得到了该倾斜镜的精确传递函数。仿真结果、实测值以及理论计算值三者能够较好地吻合。证明分析建立的倾斜镜模型是合理的，对倾斜镜在控制系统中的应用具有很好的指导性意义。

参考文献：

[1] Tan Fengfu, Chen Xiutao, Yao Baidong. Tilt correction system for laser atmospheric propagation [J]. Infrared and Laser Engneering, 2011, 40(3): 429-432. (in Chinese)

[2] Zhang Xiaojun, Ling Ning. Dynamic analysis of fast piezo fast steering mirror [J]. High Power Laser and Particle Beams, 2003, 15(10): 966-968. (in Chinese)

[3] Li Yao, Long shiguo, Tu Lin, et al. The impact of structural parameters on dynamic characteristics of giant magnetostrictive actuater[J]. Sensor World, 2010, 2: 11-15.

[4] Li Xinyang, Ling Ning, Chen Donghong, et al. Stable control of the fast steering mirror in adaptive optics system[J]. High Power Laser and Particle Beams, 1999, 111(1): 32-36. (in Chinese)

[5] Zhang Jiabao, Liu Hui, Jia Hongguang, et al. Model identif ication and corrector design for servosystem of electromechanical actuator[J]. Optics and Precision Engneering, 2008, 16(10): 1971-1976. (in Chinese)

[6] Qin Lai'an, Hou Zaihong, Wu Yi. Transfer function identification method and its application in photoelectrical tracking system [J]. Infrared and Laser Engneering, 2012, 41(10): 2810-2816. (in Chinese)

[7] Hu Haojun, Ma Jiaguang, Wang Qiang, et al. Transfer function identification in a fast steering mirror system [J]. Opto-Electronic Engineering, 2005, 32(7): 1-3, 10. (in Chinese)

[8] Liu Min. Research of model and control for fast-steering mirrors [J]. Optical Technique, 2008, 34 (1): 108-112. (in Chinese)