

## 基于维纳过程的卫星用光纤陀螺剩余寿命预测

唐圣金<sup>1</sup>, 郭晓松<sup>1</sup>, 司小胜<sup>2</sup>, 王振业<sup>1</sup>

- (1. 第二炮兵工程大学 202 教研室, 陕西 西安 710025;  
2. 第二炮兵工程大学 302 教研室, 陕西 西安 710025)

**摘要:** 卫星用光纤陀螺的剩余寿命预测是卫星健康管理中的一个关键问题。针对传统的退化过程建模不能考虑同批设备中个体差异的问题, 提出采用一种基于维纳过程的随机变量模型对光纤陀螺在空间环境下的退化特性进行建模。该模型将维纳过程中的漂移系数看成随机变量以描述个体差异, 传统的维纳过程是其特例。依据该模型, 可以得到光纤陀螺的可靠性指标和剩余寿命信息。仿真试验表明, 文中提出的退化建模方法的精度明显高于传统方法, 具有一定的工程应用价值。

**关键词:** 光纤陀螺; 退化; 维纳过程; 剩余寿命

**中图分类号:** V448.22    **文献标志码:** A    **文章编号:** 1007-2276(2013)12-3347-06

## Remaining useful life prediction of FOGs used for satellite based on Wiener process

Tang Shengjin<sup>1</sup>, Guo Xiaosong<sup>1</sup>, Si Xiaosheng<sup>2</sup>, Wang Zhenye<sup>1</sup>

- (1. 202 Teaching and Researching Section, The Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China;  
2. 302 Teaching and Researching Section, The Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China)

**Abstract:** Remaining useful life (RUL) prediction of the fiber-optic gyroscopes (FOG) working in the space environment is the key issue in health management of satellite. Among the literature about the reliability estimation of the FOGs based on degradation process, the current methods didn't consider the unit-to-unit variation of the equipments with the same type. Therefore, in this paper a random variable model based on Wiener process was presented to model the degradation process of the FOG for satellite. In the presented model, the drift parameter of the Wiener process was considered as a random variable to describe the unit-to-unit variation of different equipments, and the traditional Wiener process turns out to be its special case. Based on the model, the information of reliability and RUL can be obtained. The simulation results show that the proposed method can generate reasonably better results than the traditional model and thus can be potentially applied in practice.

**Key words:** fibre-optic gyroscope; degradation; Wiener process; remaining useful life

收稿日期: 2013-04-10; 修订日期: 2013-05-12

基金项目: 国家自然科学基金(41174162, 61174030, 61104223, 61374126)

作者简介: 唐圣金(1985-), 男, 博士生, 主要从事陀螺仪剩余寿命预测、系统可靠性评估、预测维护、光电检测等方面的研究。

Email: tangshengjin27@126.com

导师简介: 郭晓松(1957-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事光电瞄准技术、故障诊断技术、系统可靠性评估等方面的研究。

Email: guoxiaosong\_1957@126.com

## 0 引言

光纤陀螺(FOG)是一种基于光学 Sagnac 效应的新型“全固态”结构惯性器件,具有体积小、质量轻、成本低、启动速度快、可靠性高等优点<sup>[1]</sup>。对于环境恶劣、辐射能力强、可靠性要求高的空间应用场合,光纤陀螺具有明显的优势,这些优势使得其在宇航领域得到广泛的应用<sup>[2-3]</sup>。在空间环境下,光纤陀螺性能容易受到辐射的影响<sup>[4-6]</sup>,美国 1971 至 1986 年发射的卫星共发生了 1589 次异常现象,其中由空间离子辐射造成的异常占了 70%<sup>[7]</sup>。由于卫星用光纤陀螺在使用一段时间后的剩余寿命是影响后期维护决策的关键因素,因此,研究空间环境下光纤陀螺的剩余寿命对提高卫星的可靠性具有重要意义。

鉴于光纤陀螺寿命长的特点,即使通过加速试验也难以获得足够多的失效数据,这就使得以历史寿命数据为基础的寿命预测方法难以得到令人满意的结果。考虑到设备寿命总是有限的,通过测量光纤陀螺或其关键器件的零偏、零偏稳定性、超辐射二极管(SLD)输出光功率等性能退化数据建立退化规律模型,进而估计其可靠性与剩余寿命成为近年来的一种常用方法<sup>[7-11]</sup>。

参考文献[7]分析了空间环境下光纤陀螺的退化机理,并提出采用正态-泊松复合过程对卫星用光纤陀螺的退化特性进行建模。参考文献[8]通过漂移布朗运动(即维纳过程)建立了光纤陀螺加速退化试验下的可靠性评估模型。参考文献[9]应用多元性能退化量评估光纤陀螺的贮存可靠性。参考文献[10-11]对 SLD 输出光功率的性能退化进行建模,通过加速试验分析 SLD 在常用应力下的可靠性。

上述参考文献在对同一批设备的退化建模过程中,都采用了确定性的实际退化路径,即除噪声(如维纳过程)外,同一类型设备的退化路径是一样的,这种模型称为确定性参数模型。然而从参考文献<sup>[8-11]</sup>的实际试验数据可以看出,不同设备的退化路径明显存在一定的差异。另外,为了描述不同设备之间的个体差异,假设实际退化模型中的某些参数为随机变量,这一假设已经被很多学者广泛采用,如参考文献[12-16],基于该假设的模型称为

随机变量模型。文中在参考文献[7]的基础上,采用维纳过程表示卫星用光纤陀螺的性能退化过程,并将维纳过程的漂移系数描述为随机变量以描述个体差异,建立性能衰退的随机变量模型,最后通过仿真试验分析该模型与确定性参数模型之间的差异。

## 1 光纤陀螺性能退化机理分析

一般情况下,卫星用光纤陀螺不可更换,因此其工作寿命必须大于卫星寿命。在卫星使用寿命期间内,为了准确测量卫星的姿态,光纤陀螺必须保证要具有很高的可靠性<sup>[2]</sup>。光纤陀螺由光路部分、电路部分和机械部分组成,其中光路部分是影响光纤陀螺可靠性的关键部分,由光源、耦合器、相位调节器、光纤环和探测器组件五个部件构成。

空间环境下,影响陀螺可靠性的主要因素有两个:一是空间辐照,包括天然的宇宙射线和地磁场俘获的带电离子等,辐照会对光学部分的五个部件都产生影响。辐照使石英光纤纤芯发生变色、变硬、变脆、分解等物理化学变化,从而降低光的传输效率、增加光纤环的损耗,最终导致光纤性能退化<sup>[7]</sup>。由于光源尾纤受辐照影响损耗增大、光源半导体芯片的波导结构和能级结构受辐照影响比较大等原因,光源的光功率会明显降低,进而影响光纤陀螺的精度<sup>[4]</sup>。经研究发现,受辐照影响,光纤耦合、Y 波导以及探测器组件的性能也会发生一定的退化<sup>[5-6]</sup>。

影响卫星用光纤陀螺性能的另一个重要因素是温度,如温度会加速 SLD 管芯有源区缺陷的生长和管芯与尾纤耦合的偏移,导致光源光功率逐渐减小直至失效,从而影响陀螺精度<sup>[10-11]</sup>。空间环境下的大气密度非常小,容易形成热真空环境,使光纤陀螺的散热受到影响,引起的温度梯度变化会导致光纤陀螺的性能衰退,可以看出空间环境下温度对光纤陀螺的影响比正常环境更为恶劣。

## 2 光纤陀螺剩余寿命预测

### 2.1 退化建模

从上一节分析可知,光纤陀螺主要受空间辐照和温度的影响,每个因素的影响都可以看成是对光纤陀螺的一次冲击。由于空间离子和温度应

力对光纤陀螺冲击的发生过程都具有一定的随机性,类似于参考文献[7,10-11],文中亦将这两个因素的发生过程看成泊松过程,冲击对光纤陀螺造成的性能损失服从正态分布  $N(\mu_\lambda, \sigma_\lambda^2)$ ,那么光纤陀螺性能参数在  $t$  时刻的退化量  $P(t)$  可以通过正态-泊松过程来表示<sup>[7]</sup>。正态-泊松过程是一种复合泊松过程,设泊松过程的强度为  $\lambda$ ,则对于任意时刻  $t$ ,可得<sup>[7,17]</sup>

$$E(P(t)) = \lambda \mu_\lambda t \tag{1}$$

$$D(P(t)) = \lambda t \sigma_\lambda^2 \tag{2}$$

由于泊松过程是独立增量过程,以上两式对任意增量  $\Delta t$  都成立,那么正态-泊松过程其实就是一个维纳过程。而且从实际试验数据可以看出,光纤陀螺及其关键器件的性能衰退在短时间内具有增大或减小的趋势<sup>[8-11]</sup>,维纳过程的非单调特征正符合这一非严格单调的趋势。因此,文中采用维纳过程描述卫星用光纤陀螺的性能退化过程。光纤陀螺的性能退化量可用下式表示:

$$P(t) = at + \sigma_B B(t) \tag{3}$$

式中:漂移系数  $a = \lambda \mu_\lambda$ ;扩散系数  $\sigma_B = \sqrt{\lambda} \sigma_\lambda$ 。 $at$  表示设备的实际退化轨迹, $\sigma_B B(t)$  表示随机测量误差。

参考文献[8,10-11]都将漂移系数  $a$  看成一个确定的值,然而对于同一类型的一批设备,由于材料、装配、运行环境等因素存在一定的差异,各个设备将会产生不同的实际退化轨迹。因此,在退化建模时,需要考虑不同设备之间的个体差异。类似于参考文献[12-16],文中也将漂移系数  $a$  看成随机变量,且有  $a \sim N(\mu_a, \sigma_a^2)$ ,与  $B(t)$  相互独立。

### 2.2 剩余寿命预测

基于性能退化进行寿命分析时,通常将寿命  $T$  定义为性能参数首次到达失效阈值  $w$  的时间,即:

$$T = \inf\{t: P(t) \geq w | P(0) < w\} \tag{4}$$

为不失一般性,文中令初始退化量  $P(t)=0$ ,失效阈值  $w > 0$ 。

考虑漂移系数  $a$  为随机变量的情况,寿命  $T$  的失效密度函数和可靠性函数可表示为<sup>[13]</sup>:

$$f_T(t) = \sqrt{\frac{w^2}{2\pi t^3 (\sigma_a^2 t + \sigma_B^2)}} \exp\left\{-\frac{(w - \mu_a t)^2}{2t(\sigma_a^2 t + \sigma_B^2)}\right\} \tag{5}$$

$$R_T(t) = \Phi\left(\frac{w - \mu_a t}{\sqrt{\sigma_B^2 t + \sigma_a^2 t^2}}\right) - \exp\left(\frac{2\mu_a w}{\sigma_B^2} + \frac{2\sigma_a^2 w^2}{\sigma_B^4}\right) \times$$

$$\Phi\left(-\frac{2\sigma_a^2 w t + \sigma_B^2 (w + \mu_a t)}{\sigma_B \sqrt{\sigma_B^2 t + \sigma_a^2 t^2}}\right) \tag{6}$$

可以看出当  $\sigma_a^2 = 0$ ,即漂移系数  $a$  为确定值,上述特性与一般维纳过程完全相同,可见确定性参数模型是随机变量模型的特殊情况。

对于当前时刻  $t$ ,剩余寿命可以定义为  $L_t = \{l: T - t | T > t\}$ 。在寿命概率密度函数  $f_T(t)$  已知的情况下,剩余寿命的概率密度函数、可靠度函数和期望可由下式计算:

$$f_{L_t}(l) = f_T(t+l) / R(t) \tag{7}$$

$$R(L_t) = 1 - \int_0^{L_t} f_{L_t}(s) ds \tag{8}$$

$$E_{L_t}(L_t) = \int_0^\infty l f_{L_t}(l) dl = \frac{\int_t^\infty (s-t) f_T(s) ds}{R_T(t)} \tag{9}$$

从公式(7)~(9)可以看出,当  $t=0$  时剩余寿命分布与寿命分布完全相同,即寿命分布是剩余寿命分布在  $t=0$  时刻的特殊情况。

### 3 模型参数估计

相对于确定性参数模型,随机退化模型的参数估计比较复杂,类似于参考文献[13]中的方法,设  $P_i(t_j)$  表示第  $i$  个光纤陀螺在第  $j$  个时刻测量得到的性能退化量,则,

$$P_i(t_j) = a_i t_j + \sigma_B B(t_j) \tag{10}$$

式中:  $a_i \sim N(\mu_a, \sigma_a^2)$ ,且相互独立。

令  $\mathbf{t} = (t_1, t_2, \dots, t_m)'$ ,  $\mathbf{P}_i = [P_i(t_1), P_i(t_2), \dots, P_i(t_m)]'$ ,则  $\mathbf{P}_i$  服从多变量正态分布,其均值和协方差矩阵为

$$E\mathbf{P}_i = \mu_a \mathbf{t}, \quad \Sigma = \sigma_a^2 \mathbf{t} \mathbf{t}' + \Omega \tag{11}$$

其中,

$$\Omega = \sigma_B^2 \mathbf{Q}, \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} t_1 & t_1 & \dots & t_1 \\ t_1 & t_2 & \dots & t_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t_1 & t_2 & \dots & t_m \end{bmatrix}$$

可以采用极大似然估计方法估计未知参数  $(\mu_a, \sigma_a, \sigma_B)$ ,其对数似然函数为:

$$\ln L \propto -\frac{n}{2} \ln |\Sigma| - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (\mathbf{P}_i - \mu_a \mathbf{t})' \Sigma^{-1} (\mathbf{P}_i - \mu_a \mathbf{t}) \tag{12}$$

其中

$$|\Sigma| = |\Omega| (1 + \sigma_a^2 \mathbf{t}' \Omega^{-1} \mathbf{t}), \quad \Sigma^{-1} = \Omega^{-1} - \frac{\sigma_a^2}{1 + \sigma_a^2 \mathbf{t}' \Omega^{-1} \mathbf{t}} \Omega^{-1} \mathbf{t} \mathbf{t}' \Omega^{-1}$$

对上式求关于  $\mu_a$  和  $\sigma_a$  的一阶偏导数, 并令其等于零, 可得

$$\hat{\mu}_a = \frac{1}{nt' \Omega^{-1} t} \sum_{i=1}^n t' \Omega^{-1} P_i \quad (13)$$

$$\hat{\sigma}_a = \left\{ \frac{1}{n(t' \Omega^{-1} t)^2} \sum_{i=1}^n (P_i - \hat{\mu}_a t)' \Omega^{-1} t t' \Omega^{-1} (P_i - \hat{\mu}_a t) - \frac{1}{t' \Omega^{-1} t} \right\}^{-1/2} \quad (14)$$

将公式(13)和(14)代入公式(12)得:

$$\ln L \propto -\frac{n}{2} \ln |\Omega| - \frac{1}{2} \left\{ \sum_{i=1}^n P_i' \Omega^{-1} P_i - \frac{\sum_{i=1}^n (t' \Omega^{-1} P_i)^2}{t' \Omega^{-1} t} \right\} - \frac{n}{2} \ln \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n (t' \Omega^{-1} P_i)^2}{nt' \Omega^{-1} t} - \frac{(\sum_{i=1}^n t' \Omega^{-1} P_i)^2}{n^2 t' \Omega^{-1} t} \right\} \quad (15)$$

通过最大化公式(15)可以得到  $\sigma_B$  的极大似然估计  $\hat{\sigma}_B$ , 再将其代入公式(13)和(14)即可得到  $\mu_a$  和  $\sigma_a$  的极大似然估计。

### 4 仿真试验研究

为了比较文中方法与确定性参数模型, 引入退化模型估计的寿命分布函数与实际分布函数在所有测量点上的总体均方误差(TMSE)和平均寿命(MTTF)作为评价退化建模拟合程度的标准。TMSE<sup>[13,15-16]</sup>已经被广泛用来评价退化模型的拟合准确性, TMSE 越小, 拟合准确性越高, TMSE 可由下式计算:

$$TMSE = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m (\hat{F}(t_j) - \tilde{F}(t_j))^2 \quad (16)$$

式中:  $\hat{F}(t_j)$  表示退化模型估计的寿命分布函数值;  $\tilde{F}(t_j)$  表示实际的寿命分布函数值。

#### 4.1 仿真试验

光纤陀螺各个组成部分的性能变化都会影响到光纤陀螺整体的性能, 描述光纤陀螺性能的参数主要有零偏、零偏稳定性、标度因数、随机游走系数等。其中零偏反映光纤陀螺整体性能变化, 且直接影响卫星的姿态控制<sup>[7]</sup>, 因此, 选择零偏作为光纤陀螺的性能特征参数, 并设定其失效阈值为  $1(^{\circ})/h$ 。

仿真试验通过 10 个同一批次的光纤陀螺来模拟光纤陀螺在空间环境下的性能退化, 在 2000h 时间内分别采集 20 个在不同时间点上的退化测量数据, 测量时间间隔为 100h, 失效阈值  $w$  取  $1(^{\circ})/h$ 。设模型参数  $(\mu_a, \sigma_a, \sigma_B)$  分别为  $(5 \times 10^{-5}, 1.5 \times 10^{-5}, 2.5 \times 10^{-4})(^{\circ})/h$ , 通过蒙特卡洛仿真, 模拟得到零偏的退化数据如图 1

所示。

记文中方法为  $M_1$ , 直接采用维纳过程进行建模的方法为  $M_2$ 。根据第 3 节提出的参数估计方法, 可得未知参数, TMSE 和 MTTF 的计算值如表 1 所示。由于在时间 2000 h 以内, 两种方法和真实寿命分布函数值都近似为 1, 因此在计算 TMSE 的过程中, 选择在区间  $[0, 4 \times 10^4]$  h 内以时间间隔为 1000 h 的 40 个测量点。

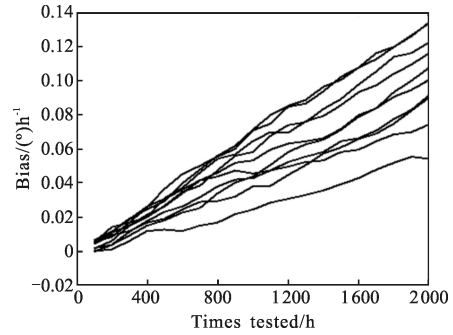


图 1 光纤陀螺零偏退化的仿真数据

Fig.1 Simulation bias degradation data of FOGs

表 1 方法  $M_1$  和  $M_2$  的比较

Tab.1 Comparison of method  $M_1$  and method  $M_2$

	Real value	$M_1$	$M_2$
$\mu_a / (^{\circ}) \cdot h^{-1}$	$5.00 \times 10^{-5}$	$5.13 \times 10^{-5}$	$5.07 \times 10^{-5}$
$\sigma_a / (^{\circ}) \cdot h^{-1}$	$1.50 \times 10^{-5}$	$1.12 \times 10^{-5}$	-
$\sigma_B / (^{\circ}) \cdot h^{-1}$	$2.50 \times 10^{-4}$	$2.26 \times 10^{-4}$	$5.05 \times 10^{-4}$
MTTF	$2.25 \times 10^4$	$2.06 \times 10^4$	$1.97 \times 10^4$
TMSE	-	$2.87 \times 10^{-3}$	$21.6 \times 10^{-3}$

#### 4.2 结果比较

由表 1 可以看出, 三种方法对  $\mu_a$  都有比较准确的估计, 然而因为方法  $M_2$  没有考虑  $\sigma_a$  对寿命评估的影响, 所以  $\sigma_B$  相对真实值有较大差异。从 MTTF 和 TMSE 可以看出  $M_1$  要好于  $M_2$ 。将参数的估计值代入上述可靠性评估模型, 可以得到光纤陀螺的概率分布函数(PDF)和可靠度函数, 分别如图 2、图 3 所示。

从图 2 可以看出, 方法  $M_2$  得到的光纤陀螺寿命的置信区域  $[1.5, 2.5]$  比真实值小很多, 原因是方法  $M_2$  没有考虑表述个体差异的参数  $\sigma_a$  对寿命评估的影响。综合图 2 和图 3 可以得出, 方法  $M_1$  比方法  $M_2$  更接近真实值。另外, 由公式(7)~(9)可得两种方法的

剩余寿命估计结果分别如图 4 和图 5 所示, 结果表明, 在每个测量点的剩余寿命估计, 方法  $M_1$  的估计精度高于方法  $M_2$ 。综上所述, 由于方法  $M_1$  考虑了同一批产品中的个体差异, 该方法与真实寿命分布函数的拟合程度和剩余寿命估计精度都要好于方法  $M_2$ 。

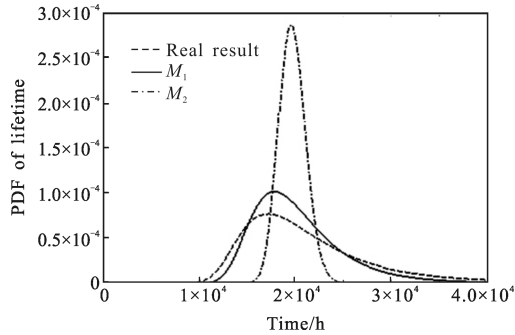


图 2 光纤陀螺寿命的概率分布函数

Fig.2 PDF of the lifetime of FOGs

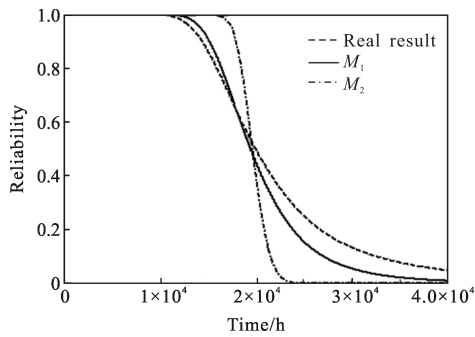


图 3 光纤陀螺可靠性函数

Fig.3 Reliability function of FOGs

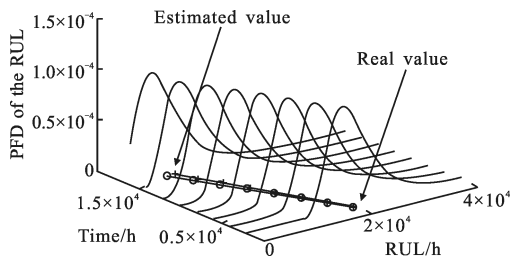


图 4 方法  $M_1$  的剩余寿命预测试验结果

Fig.4 Results of RUL estimation by method  $M_1$

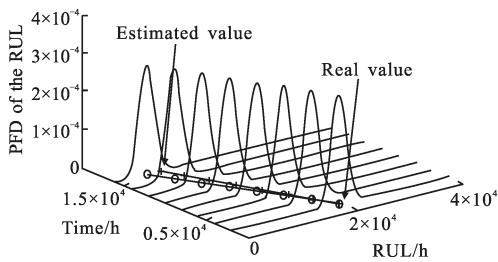


图 5 方法  $M_2$  的剩余寿命预测试验结果

Fig.5 Results of RUL estimation by method  $M_2$

从前文分析可知, 方法  $M_1$  与方法  $M_2$  对  $\mu_a$  的估计都近似相同, 原因是光纤陀螺的平均寿命主要取决于  $\mu_a$ 。  $\mu_a$  表示光纤陀螺性能衰退的平均速率,  $\sigma_a$  和  $\sigma_B$  表示光纤陀螺性能衰退的不确定性。当  $\mu_a$  远大于  $\sigma_a$  时, 光纤陀螺的 MTTF 可用下式表示:

$$MTTF \approx w/\hat{\mu}_a \quad (16)$$

显然, 减小  $\mu_a$  能够增加光纤陀螺的 MTTF。另外, 由  $a=\lambda\mu_\lambda$  可知, 可通过下列措施来提高光纤陀螺在空间环境下的可靠性和平均寿命, 如采用空间辐射防护技术以减小  $\lambda$  的值, 通过提高光纤陀螺的抗辐射能力减小  $\mu_\lambda$  的值, 以及研究改进光纤陀螺设计、生产工艺等措施来减小  $a$  的值。

## 5 结论

文中首先分析了光纤陀螺在空间环境下的性能退化机理, 针对传统的维纳过程建模方法存在不能描述同一批设备中个体差异的问题, 提出采用一种基于维纳过程的随机变量衰退模型来预测光纤陀螺的剩余寿命, 该模型将维纳过程中的漂移系数看成随机变量以表示同一批设备中的个体差异。以零偏为性能参数的仿真试验表明, 文中方法与真实寿命分布函数的拟合程度和剩余寿命预测精度都要优于传统方法, 可以为卫星用光纤陀螺的健康状态管理提供足够的可靠性信息和剩余寿命分布信息, 具有一定的工程应用价值。

文中的实验分析采用的是仿真数据, 下一步需要通过光纤陀螺的地面加速试验或在轨试验取得真实数据进行光纤陀螺的寿命分析。另外, 文中只考虑了通过零偏描述光纤陀螺性能, 实际预测过程中还需要考虑标度因数、随机游走系数等指标的影响, 这样光纤陀螺的剩余寿命预测问题就转变为一个基于多元性能退化量的剩余寿命预测问题, 该问题涉及到各个变量之间的相关性计算, 有待进一步研究。

## 参考文献:

[1] Yang Yuanhong, Shen Tong, Guo Jinjin. Fiber optic gyroscope technology and application[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2007, 36(5): 626-631. (in Chinese)  
 杨远洪, 申彤, 郭锦锦. 光纤陀螺技术及应用[J]. *红外与激光工程*, 2007, 36(5): 626-631.  
 [2] Wang Wei, Yang Qingsheng, Wang Xuefeng. Application of

- fiber-optic gyro in space and key technology [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2006, 35(5): 509–512. (in Chinese)  
王巍, 杨清生, 王学锋. 光纤陀螺的空间应用及其关键技术[J]. 红外与激光工程, 2006, 35(5): 509–512.
- [3] Ma Jing, Xin Bo. FOG reliability analysis based on space use environment[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2006, 14(6): 81–85. (in Chinese)  
马静, 辛波. 基于空间应用环境的光纤陀螺可靠性分析[J]. 中国惯性技术学报, 2006, 14(6): 81–85.
- [4] Mi Jian, Zhang Chunxi, Li Zheng, et al. Effect of polarization interference on fiber optic gyro performance[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, 26(8): 1140–1144. (in Chinese)  
米剑, 张春熹, 李铮, 等. 偏光干涉对光纤陀螺性能的影响[J]. 光学学报, 2006, 26(8): 1140–1144.
- [5] Liu Dewen, Xiao Wen, Wei Bo. Mechanism of radiation effects on fiber optic gyros[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, 28(3): 419–422. (in Chinese)  
刘德文, 肖文, 魏博. 光纤陀螺受辐照影响机理分析[J]. 光学学报, 2008, 28(3): 419–422.
- [6] Wang Xueqin, Zhang Chunxi, Jin Jing, et al. Radiation – induced attenuation effect on special optical fibers applied in space [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2011, 40(12): 2516–2520. (in Chinese)  
王学勤, 张春熹, 金靖, 等. 空间用特种光纤的辐射致衰减效应[J]. 红外与激光工程, 2011, 40(12): 2516–2520.
- [7] Chao Daihong, Ma Jing, Chen Shuying, et al. Reliability assessment of FOGs used for satellite from degradation data [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2011, 40(9): 1763–1767. (in Chinese)  
晁代宏, 马静, 陈淑英, 等. 基于性能退化的卫星用光纤陀螺可靠性评估[J]. 红外与激光工程, 2011, 40(9): 1763–1767.
- [8] Ma Jing, Yuan Dandan, Chao Daihong, et al. Accelerated storage life evaluation of FOG based on drift Brownian movement [J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2010, 18(6): 756–780. (in Chinese)  
马静, 苑丹丹, 晁代宏, 等. 基于漂移布朗运动的光纤陀螺加速贮存寿命评估[J]. 中国惯性技术学报, 2010, 18(6): 756–780.
- [9] Chao Daihong, Ma Jing, Chen Shuying. Assessment of storage reliability for FOGs by multivariate degradation data [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2011, 19(1): 35–40. (in Chinese)  
晁代宏, 马静, 陈淑英. 应用多元性能退化量评估光纤陀螺贮存的可可靠性[J]. 光学精密工程, 2011, 19(1): 35–40.
- [10] Chao Daihong, Ma Jing, Zhang Chunxi. Reliability assessment of super-luminescent diodes from performance degradation data [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, 30(10): 3044–3048. (in Chinese)  
晁代宏, 马静, 张春熹. 基于性能退化数据的超辐射发光二极管可靠性评估研究[J]. 光学学报, 2010, 30(10): 3044–3048.
- [11] Chao Daihong, Wang Tao, Ma Jing, et al. Degradation failure modeling of SLD based on one-dimensional Brown motion [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(7): 1848–1854. (in Chinese)  
晁代宏, 王涛, 马静, 等. 基于一维漂移布朗运动的 SLD 退化失效建模[J]. 红外与激光工程, 2012, 41(7): 1848–1854.
- [12] Lu C J, Meeker W Q. Using degradation measures to estimate a time-to-failure distribution [J]. *Technometrics*, 1993, 35: 543–559.
- [13] Peng C Y, Tseng S T. Mis-specification analysis of linear degradation models [J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2009, 58(3): 444–455.
- [14] Gebræel N Z, Lawley M A, Li R, et al. Residual-life distributions from component degradation signals: a Bayesian approach[J]. *IIE Transactions*, 2005, 37: 543–557.
- [15] Si X S, Wang W, Hu C H, et al. Remaining useful life estimation based on a nonlinear diffusion degradation process [J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2012, 61(1): 50–67.
- [16] Si Xiaosheng, Hu Changhua, Zhou Donghua. Nonlinear degradation process modeling and remaining useful life estimation subject to measurement error[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(5): 530–541. (in Chinese)  
司小胜, 胡昌华, 周东华. 带测量误差的非线性退化过程建模与剩余寿命估计[J]. 自动化学报, 2013, 39(5): 530–541.
- [17] 林元烈. 应用随机过程[M]. 北京: 高等教育出版社, 2002: 47–48.