

采用三角剖分算法的子孔径拼接检测技术

闫力松^{1,2}, 王孝坤¹, 罗霄¹, 郑立功¹, 张学军¹

(1. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所 中国科学院光学系统先进制造技术重点实验, 吉林 长春 130033; 2. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘要: 为了解决大口径光学平面镜的子孔径拼接检测问题, 基于三角剖分算法与最小二乘拟合算法, 建立了一套合理的拼接算法和数学模型, 编制了拼接程序, 并结合工程实例, 利用 $\phi 600$ mm 干涉仪实现了对 $612\text{ mm}\times 180\text{ mm}$ 圆角矩形平面镜的拼接测量。检测中, 基于靶标确定子孔径间的相对位置, 完成子孔径间的对准, 并且基于不同的镜体位置, 对拼接检测的重复性进行了多次实验验证。实验结果表明: 拼接结果无“拼痕”, 并且两次基于不同镜体位置计算获取的拼接面形 PV 与 RMS 的相对偏差分别为 2.07% 与 0.52%, 拼接面形是一致的, 验证了检测的可靠性和准确性。

关键词: 光学检测; 干涉测量; 子孔径拼接; 三角剖分; 最小二乘拟合

中图分类号: O439; O436.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2013)07-1793-05

Sub-aperture stitching testing technology based on triangulation algorithm

Yan Lisong^{1,2}, Wang Xiaokun¹, Luo Xiao¹, Zheng Ligong¹, Zhang Xuejun¹

(1. Key Laboratory of Optical System Advanced Manufacturing Technology, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;
2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: In order to solve stitching testing problem of large-diameter optical flat mirror, based on triangulation and least squares fitting, a reasonable stitching algorithms and mathematical models were established and relative program was written. With engineering examples, a rounded rectangle plane mirror of $612\text{ mm}\times 180\text{ mm}$ was stitching measured with a $\phi 600$ mm interferometer. In the testing, the relative position between the sub-apertures was determined based on the target, completing the alignment between the sub-apertures, and based on different mirror locations, the repeatability of stitching testing was verified with several experiments. The experimental results show that there is no “trace” in the stitching result and the relative deviation of the PV and RMS between the two experiments based on different mirror location are 2.07% and 0.52%. The stitching result is consistent and the reliability and accuracy of the stitching testing are verified.

Key words: optical testing; interferometry; sub-aperture stitching; triangulation; least squares fitting

收稿日期: 2013-07-01; 修订日期: 2013-07-03

基金项目: 国家自然科学基金(61036015); 国家高技术研究发展计划(O8663NJ090)

作者简介: 闫力松(1988-), 男, 博士生, 主要从事光学检测技术方面的研究。Email: yanlisong@yahoo.cn

导师简介: 张学军(1968-), 男, 研究员, 博士生导师, 主要从事光学加工与检测技术方面的研究。Email: zhangxuejun@ciomp.ac.cn

0 引言

大口径光学系统在空间光学,天文光学,地基空间目标探测与识别等领域得到了越来越广泛的应用。为了获得高精度的大口径光学元件,需要与之相适应的检测方法与仪器。

传统光学检测中,检验高精度大口径光学平面通常需要配备大口径干涉仪或者搭建Ritchey-common形式的检验光路^[1],在这些检测方式中,需要配备与被检镜口径相当的高精度标准镜,包括标准平面镜与标准球面镜。这些标准镜面的加工过程随其口径的增大变得十分复杂,加工难度大,加工周期长。

子孔径拼接作为一种有效的检测大口径光学镜面的手段,最早在1982年由Arizona光学中心的C. J. Kim提出,最初子孔径拼接检测中各子孔径间是不重叠的,主要有两种拼接算法,一种是Kwon-Thunen法^[2],另一种是由Chow与Lawrence提出的同步拟合方法^[3],二者均基于Zernike多项式描述波前^[4],但是两种方法在波前存在局部不规则性^[5]时,对波前的描述均遇到了困难。接下来由Stuhlinger提出了DPM方法(Discrete Phase Method)^[6],将波前用大量离散点上的光学相位测量值描述,该方法首次利用子孔径之间的重叠区域,通过最小二乘法拟合估计子孔径的相对平移与倾斜,该方法对对准误差的鲁棒性更佳。2003年,QED公司成功研制了自动拼接干涉仪。国内自20世纪90年代也有多家单位对此进行了研究,南京理工大学把子孔径测试技术应用到了相移平面干涉仪中^[6],四川大学与成都光学精密研究中心合作,成功搭建了一套子孔径拼接检测实验系统^[7]。

文中基于三角剖分与最小二乘拟合提出了一套拼接算法,基于靶标标定完成了子孔径间的对准,工程上实现了对612 mm×180 mm圆角矩型平面镜的拼接测量。

1 子孔径拼接的数学模型与拼接算法

子孔径拼接是指依据被检面的面形参数及干涉仪的技术参数将被检面划分为若干个子区域,对各个子区域单独检测,再将检测结果拼接、合并,从而获得整个被检面面形信息的检测方法。

为了精确获得全口径面形误差分布,采用三角

剖分与最小二乘拟合相结合的误差均化全局优化拼接算法。

三角剖分是指把一个散点集合剖分成不均匀的三角形网格^[8]。对于二维实数域内的有限点集 N ,将点集中的点作为端点构成封闭线段,该点集 N 的三角剖分是一个平面图,该平面图满足以下条件:

- (1) 该平面图中的边彼此不相交。
- (2) 平面图的边中,除去端点,不包含任何点集 N 中的任何点。

(3) 该平面图中只含有三角形,同时所有三角形的合集是散点集 N 的凸包。

Delaunay三角剖分是一类特殊的三角剖分^[8],具有3个特点:

(1) 剖分中所形成的三角形是以最接近的三个点形成的,即最接近性。

(2) 对于相邻三角形所形成的凸四边形,若其对角线可交换,则两个三角形六个内角中最小角度不会变大,即最优性。

(3) 剖分图形最外层边界为凸多边形。

采用DELAUNAY TRIANGULATION算法对一个散点集 N 进行三角剖分^[9],该算法可以在 $O(n \log n)$ 的期望时间内完成散点集 N 的Delaunay三角剖分。同时该三角剖分算法相较于传统的线性插值、样条插值、三次多项式插值等插值方式,在空间中具有更高的稳定性,在实际检测中,表现为对随机噪声敏感度不高,插值结果与实际检测结果误差小等优点。

在计算拼接系数前,首先将各个子孔径的测量数据统一到全局参考系中,并定义在全局坐标下的插值点(插值点的范围大于全局坐标下镜面的尺寸),对子孔径 i 的测量数据进行Delaunay三角剖分,从而得到笔者预先定义的数据点的 (x, y) 的面形值,即:利用三点定义一个平面,平面方程为 $ax+by+z+d=0$ (z 的系数一定不为0),利用 (x_1, y_1, z_1) (x_2, y_2, z_2) (x_3, y_3, z_3) 三点坐标求解出系数 a, b, d :

$$\begin{pmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -z_1 \\ -z_2 \\ -z_3 \end{pmatrix} \quad (1)$$

得到这3个点所确定的平面方程 $z'=-ax'-by'-d$,将点 (x, y) 的坐标带入到该平面方程中去,即可得到对于第 i 个子孔径,该插值点的面形值 z 。对于不在Delaunay三角形内部的点,采用最接近点插值处

理,即该点的面形值 z 值取最接近点的 z 值。

通过 Delaunay 三角剖分与最接近点插值的方式得到每个子孔径内插值点的面形值,即得到了各自孔径重叠区域内数据点的面形值,利用最小二乘法求解拼接系数,求解过程如下。

假设,基准孔径相位分布为 w_0 。 w_1, w_2, \dots, w_{M-1} 是其他子孔径的相位分布, p_i, a_i 和 b_i 分别为其他子孔径相对于基准子孔径的相对平移系数,沿 x 方向的倾斜系数和沿 y 方向的倾斜系数。

利用最小二乘拟合算法,使得所有重叠区域相位差的平方和值为最小,可得下式^[10-11]:

$$S = \sum_{j_1 \neq 0}^{N_1} \sum_{i_1 \in W_0, W_{j_1}} \{W_0(x_{1i_1}, y_{1i_1}) - [W_{j_1}(x_{j_1i_1}, y_{j_1i_1}) + p_{j_1}x_{j_1i_1} + a_{j_1}x_{j_1i_1} + b_{j_1}x_{j_1i_1}]\}^2 + \sum_{j_2 \neq 0}^{N_2} \sum_{i_2 \in W_{j_1}, W_{j_2}} \{[W_{j_2}(x_{j_2i_2}, y_{j_2i_2}) + p_{j_2}x_{j_2i_2} + a_{j_2}x_{j_2i_2} + b_{j_2}x_{j_2i_2}] - [W_{j_1}(x_{j_1i_1}, y_{j_1i_1}) + p_{j_1}x_{j_1i_1} + a_{j_1}x_{j_1i_1} + b_{j_1}x_{j_1i_1}]\}^2 = \min \quad (2)$$

式中: N_1 与 N_2 分别为其他子孔径与基准子孔径的重叠区域数,其他子孔径间的重叠区域数; n 为重叠区域内的采样点数。

利用最小二乘拟合,对各个系数分别求偏导并令其等于零,即:

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial p_i} = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial a_i} = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial b_i} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

其中 $1 \leq i \leq M-1$,通过公式(3)即可得到各子孔径相对基准子孔径的拼接系数,从而将所有子孔径的位相数据校正统一到相同的基准上。

由于基准子孔径的拼接因子 p_0, a_0, b_0 不包含在方程中,故需要求解的未知系数为 $3 \times (M-1)$ 个。对公式(7)求解,可得最终的最小二乘等式为^[10-11]:

$$\left[\left(\sum_k^{M-1} G_k \right)_i \right] = \left[\left(Q_{ij} - \delta_{ij} \sum_k^{M-1} Q_{ik} \right)_{ij} \right] [(R_i)_i] \quad (4)$$

子矩阵 G, Q, R 的表达式如下:

$$Q_{ij} = \begin{bmatrix} \sum_{i \in j} x \Delta w \\ \sum_{i \in j} y \Delta w \\ \sum_{i \in j} \Delta w \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$Q_{ij} = \begin{bmatrix} \sum_{i \in j} xx & \sum_{i \in j} xy & \sum_{i \in j} x \\ \sum_{i \in j} yx & \sum_{i \in j} yy & \sum_{i \in j} y \\ \sum_{i \in j} x & \sum_{i \in j} y & n_{ij} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$Q_{ii} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$R_i = \begin{bmatrix} p_i \\ a_i \\ b_i \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i=j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (9)$$

式中: n_{ij} 为各重叠区域的采样点数; i 和 j 为从 1 到 $M-1$ 的整数; k 为从 0 到 $M-1$ 的整数;公式(5)、(6)中的求和是在重叠区域进行的,若两子孔径 w_i 和 w_j 间没有重叠部分,则子矩阵 G_{ij}, Q_{ij} 为零矩阵。

通过方程(4)~(9)求得系数矩阵 R_i ,即得到各子孔径相对基准子孔径的拼接系数,从而将所有子孔径的位相数据校正统一到相同的参考面上。对于重叠区域内的面形值,取各个孔径内该点相位数据的平均值。通过上述全局优化拼接算法,可以大大地减小拼接累积误差,从而很好地实现多个子孔径的拼接。

2 子孔径拼接实验及结果

在实际工程中,利用 NTG 的离子束加工设备对 $612 \text{ mm} \times 180 \text{ mm}$ 圆角矩型平面镜进行了加工,并用 $\phi 600 \text{ mm}$ 干涉仪实现了对该平面镜的拼接测量,如图 1 所示。拼接中采用两个子孔径 w_1 与 w_2 完成对该镜面的全口径测量,子孔径规划如图 2 所示,两个



图 1 $\phi 600 \text{ mm}$ 干涉仪

Fig.1 Interferometer with aperture of $\phi 600 \text{ mm}$

子孔径间约有 83%的重叠区域,两次子孔径测量结果如图 3 所示。

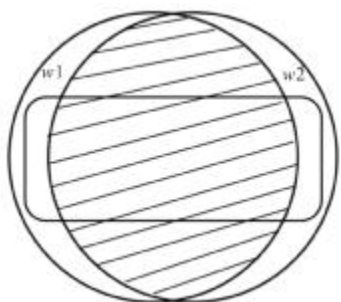
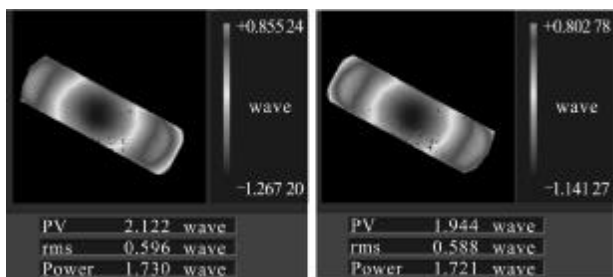


图 2 子孔径分布图

Fig.2 Distribution of sub-apertures



(a) 子孔径 1 检测结果

(b) 子孔径 2 检测结果

(a) Testing result of sub-aperture 1

(b) Testing result of sub-aperture 2

图 3 子孔径干涉检测结果

Fig.3 Sub-aperture interference testing results

拼接中,利用靶标实现两个子孔径间的对准,如图 4 所示。

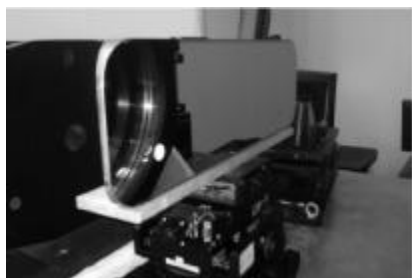


图 4 基于靶标对准的被检镜

Fig.4 Test mirror based on target alignment

实际检测中,利用 4 次测量完成了对两个孔径面形与相对位置数据的采集,具体过程如下:

(1) 将孔径 1 调至干涉仪的测量范围内,得到干涉图 1,完成对孔径 1 相位数据的采集。

(2) 将靶标贴在孔径 1 与孔径 2 的重叠区域内,对孔径 1 再次进行测量,得到干涉图 2。

(3) 通过调整架对待测镜面进行移动(在实际检测中被检镜面只有 X 方向的移动,在 Zygo ϕ 600 mm 干涉仪中,对应为 X 与 Y 两个方向的平移运动),直到孔径 2 被调至干涉仪的测量范围内,对孔径 2 进行测量,得到干涉图 3。

(4) 揭去靶标,对孔径 2 再次进行测量,得到干涉图 4,完成对孔径 2 相位数据的采集。

通过计算,可以由干涉图 2 得到靶标中心在孔径 1 的位置(xr1, yr1),同样由干涉图 3 可以得到靶标中心在孔径 2 的位置(xr2, yr2),由于两次测量中靶标在被检镜中的位置没有发生变化,故可由(xr1, yr1)与(xr2, yr2)确定两个子孔径间的相对位置,通过坐标变换实现两个子孔径全局坐标的统一。

干涉图 1 与干涉图 4 分别获得了孔径 1 与孔径 2 的相位数据,通过上文拼接算法对其完成数据拼接,拼接结果如图 5 所示。

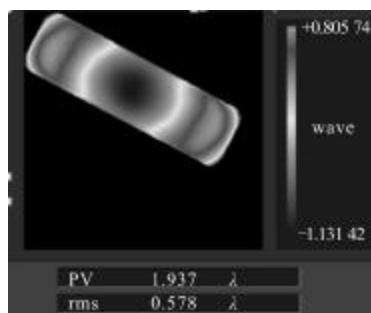


图 5 拼接结果

Fig.5 Stitching result

其中被检面形 PV 为 1.937λ ($\lambda=632.8$ nm),RMS 为 0.578λ 。由图 5 可以看出:拼接结果无“狭缝”,拼接面形光滑连续。

由以上分析可得:基于靶标完成子孔径间的对准,利用上文所示算法可以很好地完成对大口径光学平面的拼接检测,拼接结果光滑、连续,没有“拼痕”。同时,基于靶标标定不仅可以完成两个子孔径间的对准,对于 N 个子孔径的拼接测量,可以利用一个靶标完成 N 个子孔径间的对准。对于 N 个子孔径的拼接,共需要进行 $4+3(N-2)$ 次干涉测量实现各个子孔径的对准与检测工作。

3 误差与精度分析

为了验证实验的重复性,笔者采取不同的镜体

位置对被检镜进行了重复测量,测量结果如图 6 所示。

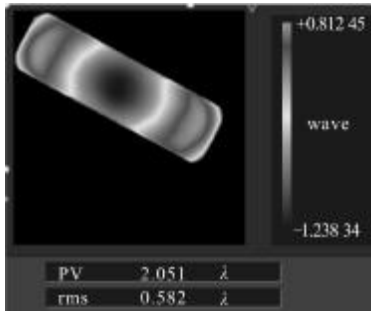


图 6 拼接结果 2

Fig.6 Stitching result based on location 2

其中被检面形 PV:2.051λ,RMS:0.582λ。将两次基于不同镜体位置的拼接检测实验结果进行对比,得到两次实验结果的残差图,如图 7 所示。其中残差面形 PV:0.040λ,RMS:0.003λ。

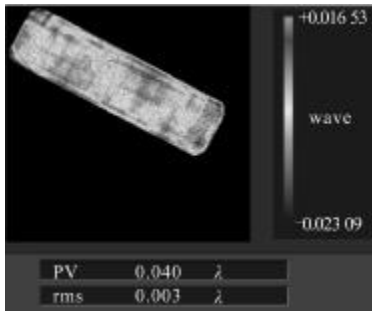


图 7 两次拼接结果残差图

Fig.7 Residual map between two stitching results

由测量结果可以得到,两次测量结果残差的相对偏离量为:

$$\Delta_{R(PV)} = \frac{\Delta PV}{PV} \times 100\% = \frac{0.040}{1.937} \times 100\% = 2.07\%$$

$$\Delta_{R(RMS)} = \frac{\Delta RMS}{RMS} \times 100\% = \frac{0.003}{0.578} \times 100\% = 0.52\%$$

同时在检测中考虑环境因素等随机噪声对检测结果的影响,对每个子孔径进行了多次重复测量,测量结果表明,子孔径面形重复检测精度 RMS 值优于 2/1000λ。

由以上分析可得,两次测量结果的偏差很小,验证了检测的可靠性与准确性。

4 结论

文中提出了三角剖分与最小二乘拟合相结合的综合优化的拼接方式,有效遏制了误差的传递,利用靶标标记的方法实现了各个子孔径间的对准,在工程上利用 φ600 mm 干涉仪实现了对 612 mm×180 mm 圆

角矩型平面镜的拼接测量,拼接结果光滑,无狭缝。基于靶标对准方法,给出了子孔径数目与测量次数间的关系。该技术具有检测精度高,对设备要求简单,实用性强等诸多优点,为大口径光学镜面的检测提供了一种有效可行的方法。

参考文献:

- [1] Li Xinnan, Zhang Mingyi. Study on the sub-aperture stitching interferometry for large plane optics [J]. *Optical Technique*, 2006, 32(4): 514-517. (in Chinese)
李新南, 张明意. 大口径光学平面的子孔径拼接检验研究[J]. *光学技术*, 2006, 32(4): 514-517.
- [2] Thunen J G, Kwon O Y. Full aperture testing with sub-aperture test optics[C]//SPIE, 1982, 351: 19-27.
- [3] Chow W W, Lawrence G N. Method for sub-aperture testing interferogram reduction[J]. *Opt Lett*, 1983, 8: 468-470.
- [4] Jensen S C, Chow W W, Lawrence G N. Sub-aperture testing approaches: a comparison[J]. *Appl Opt*, 1984, 23: 740-745.
- [5] Stuhlinger T W. Sub-aperture optical testing: experimental verification[C]//SPIE, 1986, 656: 118-127.
- [6] Wang Q, Chen J B, Zhu R H, et al. A new technique for testing large optical flat[C]//SPIE, 1993, 2003: 389-397.
- [7] Zhang Rongzhu, Shi Kaiqi, Cai Bangwei, et al. Sub-aperture stitching interferometry detection experimental [J]. *Optical Technology*, 2000, 430(2): 173-175. (in Chinese)
张蓉竹, 石琪凯, 蔡邦维, 等. 子孔径拼接干涉检测实验研究[J]. *光学技术*, 2004, 30(2): 173-175
- [8] Li Haisheng. Delaunay Triangulation Theory and Visualization Application Research [M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2010. (in Chinese)
李海生. Delaunay 三角剖分理论及可视化应用研究[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2010.
- [9] M de Berg, M van Kreveld. Computational Geometry Algorithms and Applications [M]. 2nd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2005: 215-228. (in Chinese)
M de Berg, M van Kreveld. 计算几何-算法与应用[M]. 第 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2005: 215-228.
- [10] Masashi O, Katsuyuki O, Jumpei T. Measurement of large plane surface shapes by connecting small-aperture interferograms[J]. *Opt Eng*, 1994, 33(20): 608-613.
- [11] Wang Xiaokun. Test on large convex aspherical mirror by subaperture stitching interferometry [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(3): 716-722. (in Chinese)
王孝坤. 大口径凸非球面反射镜子孔径拼接检测[J]. *红外与激光工程*, 2013, 42(3): 716-722.