

激光捷联惯导系统高阶误差模型的建立与分析

于海龙¹, 吕信明², 汤建勋¹, 魏国¹, 王宇¹, 饶谷音¹

(1. 国防科学技术大学 光电科学与工程学院, 湖南 长沙 410073;
2. 国防科学技术大学 科研部, 湖南 长沙 410073)

摘要: 针对弹道导弹、火箭的工作环境存在剧烈振动的情况, 研究了激光陀螺捷联惯导系统在线振动环境下的误差传播特性, 指出加速度计二次项误差对导航精度有重大影响, 建立了包括加速度计二次项误差的 31 阶误差模型。为了评价该模型的准确性, 设计了静态和线振动仿真实验, 将其与不考虑二次项误差的 28 阶误差模型进行了比较。仿真结果表明: 静态时, 两种模型准确度相当; 当系统工作环境存在线振动时, 建立的 31 阶误差模型比 28 阶误差模型准确度提高约 5 倍。

关键词: 高阶误差模型; 二次项误差; 激光陀螺; 捷联惯导系统; 线振动

中图分类号: U666.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2013)09-2375-05

Establishment and analysis of high-order error model of laser gyro SINS

Yu Hailong¹, Lv Xinming², Tang Jianxun¹, Wei Guo¹, Wang Yu¹, Rao Guyin¹

(1. College of Opto-electric Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;
2. Scientific Research Department, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: In view of severe vibration in the operational environment of ballistic missiles and rockets, the error propagation characteristics of the laser gyro strapdown inertial navigation system (SINS) in linear vibration environment were studied and it was noted that the square error of accelerator had a significant impact on the navigation accuracy. Then, a 31-order error model was established including the square error. In order to evaluate the accuracy of the model, the static and linear vibration simulations were designed to compare with the 28-order error model without considering the square error. The simulation results indicate that the two models have equivalent accuracy in the static state but the accuracy of 31-order error model is five times higher than the 28-order model in the vibration state.

Key words: high order error model; square error; laser gyro; SINS; linear vibration

收稿日期: 2013-01-12; 修订日期: 2013-02-15

作者简介: 于海龙(1988-), 男, 硕士生, 主要从事惯性技术方面的研究。Email: topgun1988@gmail.com

导师简介: 汤建勋(1972-), 男, 研究员, 硕士生导师, 博士, 主要从事激光陀螺及惯性技术方面的研究。Email: tangjianxun@sina.com

0 引言

激光陀螺捷联惯导系统是一种完全自主的导航系统,在军事领域有着广泛的应用。影响激光陀螺捷联惯导系统导航精度的误差源主要有:初始对准误差、惯性器件误差、计算误差^[1]。这些误差因素在导弹飞行中是耦合在一起的,其中占主导地位的是惯性器件误差,大约占系统误差的 70%~80%^[2]。为了提高捷联惯导系统的导航精度,一种方法是提高惯性器件的精度,另一种方法是研究惯性器件误差的补偿技术。国内外的工程实践证明,后者是一种十分经济有效的途径。误差补偿首先要求建立准确的误差模型。参考文献[3]建立了包括陀螺仪和加速度计标度因数和安装误差的 28 阶误差模型,指出该模型较不考虑标度因数和安装误差的模型精度高出 3 个数量级。参考文献[4-6]分别建立了包括惯性仪表 24 个误差参数的系统级标定模型,并对系统级标定技术进行了研究,取得了较好的结果。以上建立的误差模型适用于低动态的情况,但当系统工作在诸如弹道导弹、火箭等存在剧烈振动的高动态环境时,传统误差模型难以对系统进行准确的估计,这在一定程度上制约了激光陀螺捷联惯导系统的应用。因此,研究线振动环境下系统的误差传播特性,建立与之相适应的系统误差模型是十分必要的。文中针对系统的工作环境存在剧烈振动的情况,研究了激光陀螺捷联惯导系统在线振动环境下的误差传播特性,建立了包括加速度计二次项误差的 31 阶误差模型。仿真结果表明,该模型较传统的误差模型估计精度提高约 5 倍。

1 惯性器件的误差模型

1.1 惯性器件误差模型的建立

按照激光陀螺敏感轴定义载体坐标系 (b 系): x^b 与陀螺敏感轴单位矢量 x^g 重合, y^b 位于 $x^g y^g$ 平面内, z^b 与 x^b, y^b 组成右手直角坐标系^[5]。根据以上定义的载体坐标系,激光陀螺的安装误差角减少 3 个,参数间不存在耦合现象,其误差模型由以下关系式描述:

$$\begin{cases} \delta\omega_x^b = \delta k_{11}^g \omega_x^b + \varepsilon_x + n_x^g \\ \delta\omega_y^b = \delta k_{21}^g \omega_x^b + \delta k_{22}^g \omega_y^b + \varepsilon_y + n_y^g \\ \delta\omega_z^b = \delta k_{31}^g \omega_x^b + \delta k_{32}^g \omega_y^b + \delta k_{33}^g \omega_z^b + \varepsilon_z + n_z^g \end{cases} \quad (1)$$

写成矩阵形式为:

$$\delta\omega_{ib}^b = \tilde{\omega}_{ib}^b - \omega_{ib}^b = \delta k^g \omega_{ib}^b + \varepsilon^b + n^g \quad (2)$$

式中: $\delta\omega_{ib}^b = [\delta\omega_x^b \ \delta\omega_y^b \ \delta\omega_z^b]^T$ 为陀螺的输出误差;

$\omega_{ib}^b = [\omega_x^b \ \omega_y^b \ \omega_z^b]^T$ 为陀螺的输入角速度; $\tilde{\omega}_{ib}^b = [\tilde{\omega}_x^b \ \tilde{\omega}_y^b \ \tilde{\omega}_z^b]^T$

为陀螺的输入角速度测量值; $\delta k^g = \begin{bmatrix} \delta k_{11}^g & & \\ \delta k_{21}^g & \delta k_{22}^g & \\ \delta k_{31}^g & \delta k_{32}^g & \delta k_{33}^g \end{bmatrix}$ 为

陀螺的标度因数和安装误差矩阵, $\delta k_{11}^g, \delta k_{22}^g, \delta k_{33}^g$ 表示陀螺的标度因数误差, $\delta k_{21}^g, \delta k_{31}^g, \delta k_{32}^g$ 表示陀螺的安装误差; $\varepsilon^b = [\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z]^T$ 为陀螺的常值零偏; $n^g = [n_x^g \ n_y^g \ n_z^g]^T$ 为陀螺的随机零偏。

文中采用简化的加速度计静态误差模型,只考虑加速度计偏置、标度因数误差、安装误差和二次项误差,加速度计的误差可以由以下关系式描述:

$$\begin{cases} \delta f_x^b = \delta k_{11}^a f_x^b + \delta k_{12}^a f_y^b + \delta k_{13}^a f_z^b + d_x^a (f_x^b)^2 + \nabla_x + n_x^a \\ \delta f_y^b = \delta k_{21}^a f_x^b + \delta k_{22}^a f_y^b + \delta k_{23}^a f_z^b + d_y^a (f_y^b)^2 + \nabla_y + n_y^a \\ \delta f_z^b = \delta k_{31}^a f_x^b + \delta k_{32}^a f_y^b + \delta k_{33}^a f_z^b + d_z^a (f_z^b)^2 + \nabla_z + n_z^a \end{cases} \quad (3)$$

写成矩阵形式^[7]:

$$\delta f^b = \tilde{f}^b - f^b = \delta k^a f^b + d^a f^b + \nabla^b + n^a \quad (4)$$

式中: $\delta f^b = [\delta f_x^b \ \delta f_y^b \ \delta f_z^b]^T$ 为加速度计的输出误差; $f^b = [f_x^b \ f_y^b \ f_z^b]^T$ 为加速度计的比力输入; $\tilde{f}^b = [\tilde{f}_x^b \ \tilde{f}_y^b \ \tilde{f}_z^b]^T$ 为加速度计输入比力的测量值; $f^{b2} = [(f_x^b)^2 \ (f_y^b)^2 \ (f_z^b)^2]^T$ 为比力输入的平方项; $\delta k^a = \begin{bmatrix} \delta k_{11}^a & \delta k_{12}^a & \delta k_{13}^a \\ \delta k_{21}^a & \delta k_{22}^a & \delta k_{23}^a \\ \delta k_{31}^a & \delta k_{32}^a & \delta k_{33}^a \end{bmatrix}$ 为加

速度计的标度因数和安装误差矩阵, $\delta k_{11}^a, \delta k_{22}^a, \delta k_{33}^a$ 表示加速度计的标度因数误差, $\delta k_{12}^a, \delta k_{13}^a, \delta k_{21}^a, \delta k_{23}^a, \delta k_{31}^a, \delta k_{32}^a$ 表示加速度计的安装误差; $d^a = \text{diag}[d_x^a \ d_y^a \ d_z^a]$ 为加速度计的二次项误差; $\nabla^b = [\nabla_x \ \nabla_y \ \nabla_z]^T$ 为加速度计的常值偏置; $n^a = [n_x^a \ n_y^a \ n_z^a]^T$ 为加速度计的随机偏置。

由加速度计和激光陀螺的误差模型可知,当标定出惯性器件的确定性误差参数时,可以按下式对误差进行补偿:

$$\begin{cases} \omega_{ib}^b = [I - \delta k^g](\tilde{\omega}_{ib}^b - \varepsilon^b) \\ f^b = [I - \delta k^a](\tilde{f}^b - d^a(\tilde{f}^b)^2 - \nabla^b) \end{cases} \quad (5)$$

1.2 二次项误差对导航精度的影响

由加速度计的误差模型可知,其二次项误差的传播特性与载体的加速度有关。传统的误差模型往往将加速度计的二次项误差忽略不计,这对于低动态运动的载体是适用的,但当载体的工作环境存在复杂振动时,二次项误差对导航精度有重大影响,不能忽略,下面通过仿真说明。

仿真条件设置为:初始姿态为滚动角 0°、俯仰角 0°、偏航角 0°;初始速度为 0 m/s;初始位置为北纬 28.22°、东经 112.99°;3 个加速度计二次项误差均为 $5 \times 10^{-5} \text{ s}^2/\text{m}$,除二次项误差外,不存在其他器件误差;系统在北向、东向、垂直方向上分别存在 8 g、90 Hz 的正弦振动。仿真时间 4 h,仿真结果如图 1 所示。

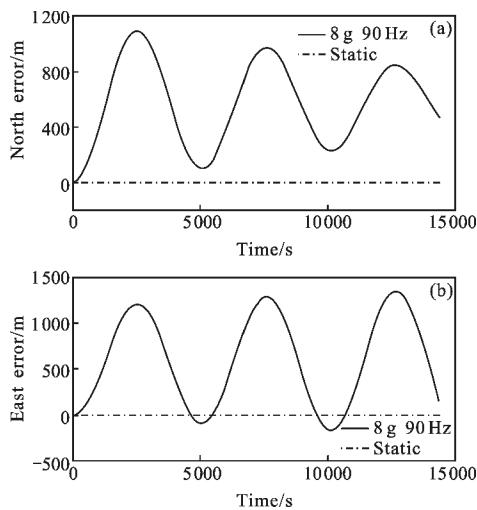


图 1 加速度计二次项误差引起的位置误差

Fig.1 North and east errors caused by accelerator square error

图 1 表明,在静态时,加速度计二次项误差引起很小的位置误差,可以忽略不计。当系统工作环境存在线振动时,二次项误差引起显著的导航误差,其误差传播特性和加速度计常值偏置相类似,相当于一个附加偏置,必须在系统误差模型中予以考虑,并采取相应措施予以补偿。

2 系统误差模型的建立

定义导航坐标系为当地地理坐标系(北-东-地坐标系), $C_b^n = \{C_{ij}\}_{i,j=1,2,3}$ 表示载体坐标系到导航坐标系的方向余弦矩阵。激光陀螺捷联惯导系统的导航误差方程^[1]为:

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = -\omega_{in}^n \times \varphi + \delta\omega_{in}^n - C_b^n \delta\omega_{ib}^b \\ \dot{\delta v} = [f^n \times] \varphi + C_b^n \delta f^b - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times \delta v - (2\delta\omega_{ie}^n + \delta\omega_{en}^n) \times v \\ \delta \dot{L} = \frac{\delta v_N}{R} - \frac{v_N \delta h}{R^2} \\ \delta \dot{\lambda} = \frac{\delta v_E}{R \cos L} + \frac{v_E \tan L \delta L}{R \cos L} - \frac{v_E \delta h}{R^2 \cos L} \\ \delta \dot{h} = -v_D \end{cases} \quad (6)$$

式中: $\varphi = [\varphi_N \ \varphi_E \ \varphi_D]^T$ 为姿态误差角; $\delta v = [\delta v_N \ \delta v_E \ \delta v_D]^T$ 为速度误差; λ, L 为当地经纬度; h 为高度; v_N, v_E, v_D 分别为载体速度在导航坐标系的分量; ω_{ie}^n 为地球自转角速度; ω_{en}^n 为导航坐标系相对于地球坐标系的角速度; R 为载体到地心距离。

由于捷联惯导系统的高度通道是不稳定的,可以不予考虑。取 31 个系统状态量,则激光陀螺捷联惯导系统的卡尔曼滤波模型的状态向量为:

$$X(t) = [\varphi_N \ \varphi_E \ \varphi_D \ \delta v_N \ \delta v_E \ \delta L \ \delta \lambda \ \varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z \ \nabla_x \ \nabla_y \ \nabla_z \ \delta k_{11}^g \ \delta k_{21}^g \ \delta k_{31}^g \ \delta k_{22}^g \ \delta k_{32}^g \ \delta k_{33}^g \ \delta k_{11}^a \ \delta k_{21}^a \ \delta k_{31}^a \ \delta k_{12}^a \ \delta k_{22}^a \ \delta k_{32}^a \ \delta k_{13}^a \ \delta k_{23}^a \ \delta k_{33}^a \ d_x^a \ d_y^a \ d_z^a]^T \quad (7)$$

状态向量中的各误差参数可视为常值,其微分为零。根据惯性器件误差模型及系统导航误差方程,激光陀螺捷联惯导系统卡尔曼滤波的状态方程为:

$$\dot{X}(t) = A(t)X(t) + W(t) \quad W(t) \sim N(0, Q) \quad (8)$$

式中:系统激励噪声向量 $W(t)$ 为高斯白噪声过程。系统矩阵 $A(t)$ 为:

$$A(t) = \begin{bmatrix} A_{11} & -C_b^n & 0_{3 \times 3} & -C_b^n \omega_x^b & A_{15} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ A_{21} & 0_{2 \times 3} & A_{23} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} & A_{23} f_x^b & A_{23} f_y^b & A_{23} f_z^b & A_{29} \\ A_{31} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} \\ 0_{24 \times 7} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} \end{bmatrix}$$

式中:

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 0 & -\left(\Omega \sin L + \frac{v_E}{R} \tan L\right) & \frac{v_N}{R} & 0 & \frac{1}{R} & -\Omega \sin L & 0 \\ \left(\Omega \sin L + \frac{v_E}{R} \tan L\right) & 0 & \Omega \cos L + \frac{v_E}{R} & -\frac{1}{R} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{v_N}{R} & -\Omega \cos L - \frac{v_E}{R} & 0 & 0 & -\frac{\tan L}{R} & -\Omega \cos L - \frac{v_E}{R \cos 2L} & 0 \end{bmatrix};$$

$$A_{21} = \begin{pmatrix} 0 & -f_D & f_E & \frac{V_D}{R} & -2\left(\Omega \sin L + \frac{V_E}{R} \tan L\right) & -v_E \left(2\Omega \cos L + \frac{V_E}{R \cos^2 L} \tan L\right) & 0 \\ f_D & 0 & -f_N & \left(2\Omega \sin L + \frac{V_E}{R} \tan L\right) & \frac{1}{R} (v_N \tan L + v_D) & \left(2\Omega (v_N \cos L - v_D \sin L) + \frac{v_N v_E}{R \cos^2 L}\right) & 0 \end{pmatrix};$$

$$A_{31} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R \cos L} & \frac{v_E \tan L}{R \cos L} & 0 \end{pmatrix}; A_{15} =$$

$$- \begin{bmatrix} C_{12} \omega_y^b & C_{13} \omega_y^b & C_{13} \omega_z^b \\ C_{22} \omega_y^b & C_{23} \omega_y^b & C_{23} \omega_z^b \\ C_{32} \omega_y^b & C_{12} \omega_y^b & C_{33} \omega_z^b \end{bmatrix}; A_{23} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \end{bmatrix}; A_{29} =$$

$$\begin{bmatrix} C_{11}(f_x^b)^2 & C_{12}(f_y^b)^2 & C_{13}(f_z^b)^2 \\ C_{21}(f_x^b)^2 & C_{22}(f_y^b)^2 & C_{23}(f_z^b)^2 \end{bmatrix}; f_N, f_E, f_D \text{ 分别为比力输入}$$

在导航坐标系(n系)的分量;Ω为地球自转角速率。

观测量视具体情况而定,在静态和正弦振动仿真中以速度误差 δv_N、δv_E和位置误差 δL、δλ为观测量。在随机振动仿真中,速度误差无法提取,故仅以位置误差为观测量。激光陀螺捷联惯导系统卡尔曼滤波的观测方程为:

$$Z(t) = HX(t) + V(t) \quad V(t) \sim N(0, R) \quad (9)$$

式中:Z(t)为观测矩阵;H为量测矩阵;量测噪声向量V(t)为高斯白噪声过程。

3 仿真验证及分析

为了验证考虑加速度计二次项误差的31阶误差模型的准确性,在仿真中加入各项器件误差,通过比较卡尔曼滤波模型的解与系统导航误差的差值,来判断所建立误差模型的准确性。此外,通过静态和线振动仿真实验,对31阶误差模型和不考虑二次项误差的28阶误差模型的准确性进行了对比分析。

利用轨迹发生器产生激光陀螺和加速度计的增量输出,加入包括二次项误差在内的各项器件误差,进行导航解算,并记录导航误差。导航过程中,分别更新31阶误差模型和28阶误差模型的系统矩阵,应用卡尔曼滤波估计系统的导航误差,并求其与系统真实导航误差的差值,定义为模型误差。因为速度和位置误差是观测量,估计结果本身就很准确,而卡尔曼滤波偏航误差角估计值收敛速度慢,故仅比较模型估计的水平姿态误差角和导航姿态误差角的差值,差值越小,模型误差越小,以此作为判断模型准确性的标准^[3]。

3.1 静态仿真

仿真条件设置:初始姿态为滚动角0°、俯仰角0°、偏航角0°;初始速度为0 m/s;初始位置为北纬28.22°、东经112.99°;陀螺的常值零偏为0.01(°)/h,陀螺的随机零偏为0.01(°)/h,陀螺标度因数和陀螺

安装误差矩阵为 $\delta k^g = \begin{bmatrix} 1 \times 10^{-5} \\ -1 \times 10^{-5} & 1 \times 10^{-5} \\ 1 \times 10^{-5} & -1 \times 10^{-5} & 1 \times 10^{-5} \end{bmatrix}$;加

速度计常值偏置为50 μg,加速度计随机偏置为10 μg,加速度计标度因数和安装误差矩阵为 $\delta k^a = \begin{bmatrix} 5 \times 10^{-5} & 1 \times 10^{-5} & -1 \times 10^{-5} \\ -1 \times 10^{-5} & 5 \times 10^{-5} & 1 \times 10^{-5} \\ 1 \times 10^{-5} & -1 \times 10^{-5} & 5 \times 10^{-5} \end{bmatrix}$,3个加速度计的二次项误

差均为5×10⁻⁵ s²/m。系统处于静止状态,仿真时间为2h,仿真结果如图2所示,其纵坐标表示模型估计姿态误差与导航姿态误差的差值。

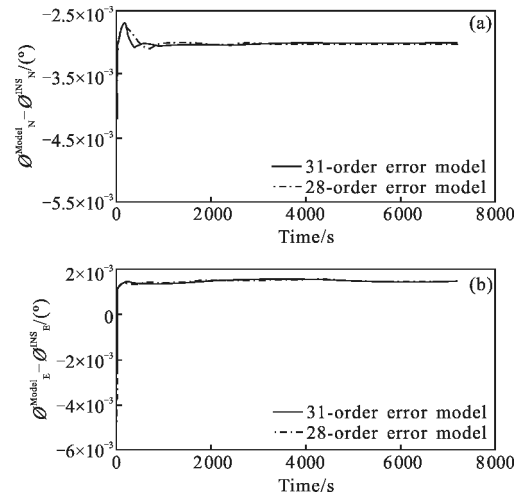


图 2 静态时 31 阶和 28 阶模型误差

Fig.2 Errors of the 31-order and 28-order error model in the static state

图2表明,在静态情况下,31阶和28阶误差模型的估计精度一致。二次项误差和加速度计的比力输入有关,静态时,比力输入只有重力加速度,二次项误差对导航误差的影响不明显,31阶误差模型中与二次项误差有关项可以忽略,因而31阶和28阶误差模型的估计精度相当,这说明在静态或低动态情况下,滤波模型忽略加速度计二次项误差的合理性。

3.2 线振动仿真

利用轨迹发生器模拟系统在导航坐标系的北向、东向和垂直方向分别存在正弦振动为:

$$V = \frac{A}{2\pi f} \sin(2\pi ft) \quad (10)$$

式中: A 为线振动加速度幅值,取 $6g$; f 为线振动频率,取 0 Hz ;其他仿真条件设置同静态情况一致,仿真结果如图3所示。

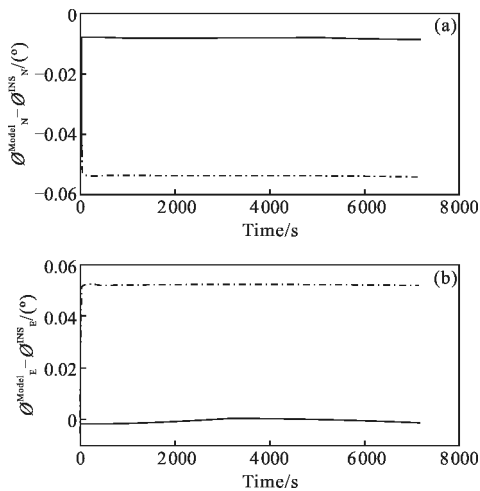


图3 正弦振动时31阶和28阶模型误差

Fig.3 Errors of the 31-order and 28-order error model in the sine vibration state

在实际应用环境中,外界振动往往有一定的随机性,为验证模型在随机振动环境中的性能,在正弦振动的基础上叠加一定的随机振动成分,仿真结果如图4所示。

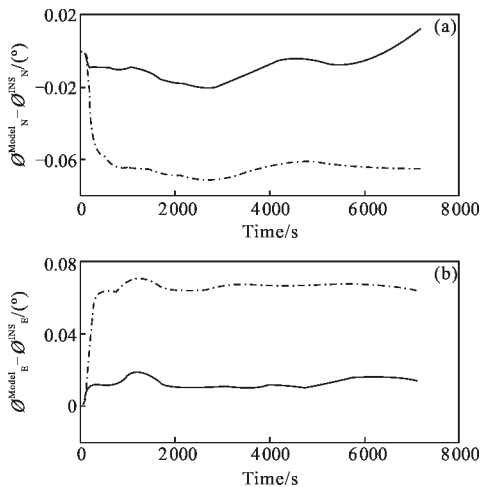


图4 随机振动时31阶和28阶模型误差

Fig.4 Errors of the 31-order and 28-order error model in random vibration state

图3~4表明:当系统在三个轴上存在线振动时,未考虑二次项误差的28阶误差模型水平失准角的估计误差明显变大,而31阶误差模型的估计误差小于28阶误差模型,两者大约相差5倍。由此可知,考虑二次项误差的31阶误差模型较28阶误差模型更加准确。

4 结论

由以上仿真实验和分析可得到如下结论:

(1) 在静态时,加速度计二次项误差引起很小的位置误差,可以忽略不计。当载体存在线振动时,二次项误差引起显著的导航误差,其误差传播特性和加速度计常值偏置相类似,相当于一个附加偏置。

(2) 在静态情况下,31阶和28阶误差模型的估计精度一致,这说明在静态或低动态情况下,滤波模型忽略加速度计二次项误差的合理性。

(3) 当系统工作环境存在线振动时,考虑二次项误差的31阶误差模型较28阶误差模型精度提高约5倍。对于工作环境存在复杂剧烈振动的系统,可应用该误差模型对误差进行估计和补偿。

参考文献:

- [1] David Titterton, John Weston. Strapdown Inertial Navigation Technology[M]. London: The Institute of Electrical Engineers, 2004.
- [2] Yi Guangqu. Principle of Inertial Navigation [M]. Beijing: Aviation Industry Press, 1987. (in Chinese)
- [3] Qiu Hongbo, Zhou Zhanghua, Li Yan. Establishment and analysis on high-order error model of FOG SINS[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2007, 15(5): 530-535. (in Chinese)
- [4] Yang Xiaoxia, Huang Yi. Systematic calibration method for laser gyro SINS[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2008, 16(1): 1-7. (in Chinese)
- [5] Zhang Hongliang. Research on error parameter estimation of land high-precision ring laser gyroscope strapdown inertial navigation system [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2010. (in Chinese)
- [6] Wu Saicheng, Qin Shiqiao, Wang Xingshu, et al. Systematic calibration method for RLG inertial measurement unit [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2011, 19(2): 185-190. (in Chinese)
- [7] Zhang Kaidong. Auto-calibration technique for laser gyro strapdown inertial navigation system [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2002. (in Chinese)