

捷联惯导系统内水平阻尼网络及算法研究

刘 灿,龙兴武,魏 国,李 耿,高春峰

(国防科学技术大学 光电科学与工程学院,湖南 长沙 410073)

摘 要:工作在纯惯性状态的捷联惯导系统存在周期性振荡误差,严重制约了系统的导航精度。基于三阶罗经对准网络,结合内水平阻尼网络选取原则,严格按照主导极点配置法要求,提出了一种新的阻尼参数选取方法,在此基础上设计了一种简单且普适性强的双线性变换内水平阻尼离散化算法。动态仿真实验验证了该种参数选取方法的可行性,同时也验证了离散算法的正确性。大量实际静态实验表明:设计的内水平阻尼网络和离散化算法可以有效地阻尼捷联惯导系统的舒勒周期振荡误差,提高系统导航精度。

关键词:内阻尼网络; 惯性导航; 阻尼算法

中图分类号: U666.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2014)08-2637-07

Inner damping network and algorithm research of horizontal loop in SINS

Liu Can, Long Xingwu, Wei Guo, Li Geng, Gao Chunfeng

(College of Optoelectronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The error of SINS without damping behaves evident cycle, seriously restrict the navigation accuracy. Based on three-order compass loop, strictly observe the demands of pole placement method, a new method of damping parameters selection was presented. A simple inner damping algorithm with high universality, based on the selective damping parameters and using bilinear transformation, was proposed. The feasibility of damping parameters selection method was verified by dynamic simulation experiments, the same as the veracity of inner damping algorithm. Massive static state experiments show that the algorithm and damping network parameters used in this paper can effectively eliminate Schuler oscillations errors, improve the navigation accuracy.

Key words: inner damping network; inertial navigation system(INS); damping algorithm

收稿日期:2013-12-09; 修订日期:2014-01-12

作者简介:刘灿(1989-),男,硕士生,主要从事激光在惯性导航技术中的应用方面的研究。Email:liu_can2007@126.com

导师简介:龙兴武(1958-),男,教授,博士生导师,博士,主要从事光学工程及惯性技术方面的研究。Email:xwlong110@sina.com

0 引言

通过惯导系统误差分析可知，工作在纯惯性状态的捷联惯导系统，其单通道水平回路为临界稳定系统。实际应用时，在陀螺漂移和加速度计零偏等误差源的作用下，系统会产生舒勒周期振荡、傅科周期振荡和地球周期振荡误差^[1-2]。而且对于长时间工作的无阻尼惯导系统而言，陀螺随机漂移产生的均方根振荡误差将会按时间的平方根增加，严重制约了系统导航精度^[3]。针对以上问题，从控制论的角度分析，对于临界稳定系统，可以通过引入校正环节对系统进行极点再配置，使其具有阻尼特性，从而阻尼系统周期振荡，提高系统导航精度。

文中参考罗经水平对准回路的设计方法，用惯性导航系统水平通道内计算速度进行阻尼，实现了惯导系统舒勒周期振荡误差的抑制；重点研究了内水平阻尼网络的参数选取方法和阻尼算法；结合工程实际应用，利用提出的双线性变换离散化算法，实现了惯导系统的内水平阻尼解算，进行了静态实验和动态仿真实验。

1 阻尼回路设计

内水平阻尼回路设计应当满足以下要求：使系统对舒勒周期振荡具有阻尼特性；抑制系统误差随时间的积累；尽量减小由于阻尼的引入对系统带来的不利影响，即减小引入阻尼以后系统对载体机动的敏感度^[4-5]。

在罗经初始对准中，水平对准回路实际上就是一种阻尼回路。参考罗经对准网络，零初始条件下的三阶内水平罗经阻尼北向通道误差框图如图 1 所示。

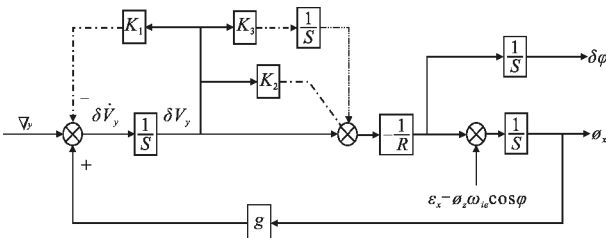


图 1 罗经网络内水平阻尼北向通道误差框图

Fig.1 Schematic diagram of northern axial error of SINS using compass alignment

文中采用东-北-天地理坐标系为导航坐标系

(n 系)。图 1 中， ∇_y 、 ε_x 分别为北向加速度计零偏和东向陀螺漂移， ϕ_x 、 ϕ_z 分别为东向和天向的数学平台误差角， g 为当地地球重力加速度， ω_e 为地球自转角速度， φ 为当地纬度， R 为地球半径， k_1 、 k_2 、 k_3 为需要设计的阻尼网络参数。

根据图 1，加入内水平阻尼后，系统的特征方程为：

$$\Delta(s) = s^3 + k_1 s^2 + (1 + k_2) \omega_s^2 s + k_3 \omega_s^2 \tag{1}$$

式中： ω_s 为舒勒周期振荡角频率， $\omega_s^2 = g/R$ 。

通过分析系统的特征根和稳态误差可知，内水平罗经阻尼网络的实现原理为：加入速度反馈环节 k_1 ，使系统具有阻尼特性；加入顺馈并联环节 k_2 ，控制振荡周期的长短；加入积分储能环节 k_3/s ，以消除 $\varepsilon_x(s) - \phi_z(s) \omega_e \cos \varphi$ 引起的误差。

1.1 阻尼网络分析

根据图 1，可得到数学平台东向水平误差角与北向加速度计零偏 ∇_y 和东向陀螺漂移 ε_x 的关系：

$$\phi_x = \frac{s(s+k_1)\varepsilon_x(s) - ((1+k_2)s+k_3)\nabla_y(s)/R}{s^3+k_1s^2+(1+k_2)\omega_s^2s+k_3\omega_s^2} \tag{2}$$

利用拉普拉斯变换终值定理可知，数学平台东向水平误差角的稳态值主要取决于加速度计零偏，且与阻尼参数的选取无关。

参考文献[1]中提出罗经阻尼网络实际上与图 2 中的串联水平阻尼网络 $H(s)$ 是等效的。图 1 中内水平阻尼网络等效为：

$$H_y(s) = s \frac{1+k_2+k_3/s}{s+k_1} = \frac{(1+k_2)s+k_3}{(s+k_1)} \tag{3}$$

串联内水平阻尼网络北向通道解算框图如图 2 所示。

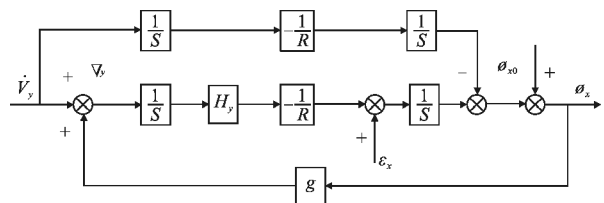


图 2 串联内水平阻尼网络北向通道解算框图

Fig.2 Schematic diagram of northern axial of SINS

文中直接用串联内水平阻尼网络 $H(s)$ 来分析内水平阻尼网络对惯导系统性能的影响。

如果只考虑数学平台东向水平误差角随加速

度和速度的变化,根据图 2,由梅森增益公式不难得到:

$$\phi_x(s) = \frac{1-H_y(s)}{R(s^2+H_y(s)\cdot\omega_s^2)} \dot{V}_y(s) = \frac{(1-H_y(s))\cdot s}{R(s^2+H_y(s)\cdot\omega_s^2)} V_y(s) \quad (4)$$

系统处于纯惯导状态时, $H_y(s)=1$, 满足舒勒调谐条件, 此时加速度和速度对数学平台东向水平误差角无影响; 加入水平阻尼网络后, 由于 $H_y(s) \neq 1$, 不再满足舒勒调谐条件, 此时数学平台东向水平误差角随加速度和速度的增加而增长。所以内水平阻尼网络要求 $\lim_{s \rightarrow 0} H_y(s) \rightarrow 1$, 以尽量减小舰船机动对系统的影响。

将图 1 中罗经阻尼网络等效为串联阻尼网络, 可以推出加入内水平阻尼网络后, 纬度的稳态误差与北向加速度计零偏 ∇_y 和东向陀螺漂移 $\varepsilon_x(s)$ 的关系为:

$$\delta\varphi = \lim_{t \rightarrow \infty} s \int_0^t \varepsilon_x dt + \frac{\Delta A_y}{g} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{g[R \cdot \varepsilon_x(s) + s H_y(s) \nabla_y / (R s)]}{s^2 + H_y(s) g / R} \frac{1}{s} \quad (5)$$

由于东向通道和北向通道相似, 结合公式(5)可知, 惯导系统加入三阶罗经阻尼网络后, 常值的陀螺漂移将产生随时间增长的位置误差、常值的加速度计零偏只引起常数的位置误差, 且与阻尼参数的选取无关^[6]。

1.2 阻尼参数设计

对于三阶内水平罗经阻尼网络而言, 由于不能得到阻尼比与阻尼网络参数的解析表达式, 一般采用极点配置法来设置阻尼网络参数: 把系统的极点配置在 s 平面的左半部分, 在系统闭环极点中, 使系统最靠近虚轴的一对共轭极点与理想二阶系统的极点重合, 其他极点都远离虚轴, 同时距虚轴较近处没有单独的闭环零点^[10-11]。此时即可将这对共轭极点设计成闭环主导极点。

文中严格依据主导极点配置原则, 提出了一种新的内水平罗经阻尼网络参数设计方法。

首先, k_1, k_3 满足内阻尼网络的选取原则: $\lim_{s \rightarrow 0} H_y(s) \rightarrow 1$, 以尽量减小舰船机动对系统的影响, 结合公式(3), 选取:

$$k_3 \approx k_1 \quad (6)$$

其次, 分别考虑陀螺漂移和加速度计零偏对东向水平误差角的影响, 公式(2)为 $\phi_x = \phi_{x1} + \phi_{x2}$, 则有:

$$\phi_{x1} = \frac{s(s+k_1)\varepsilon_x(s)}{s^3+k_1s^2+(1+k_2)\omega_s^2s+k_3\omega_s^2} \quad (7)$$

公式(7)中含有一个纯微分算子 s , 从控制论可知, 微分环节可以加快系统的调节速度, 使调整时间变短; 同时如果选取的有阻尼振荡频率足够小, 在整个超调过程中, 系统以有阻尼振荡频率不断振荡收敛, 对其微分相当于乘以其振荡频率, 使幅值变得非常小, 因此可知由陀螺漂移引起的超调振荡误差很小。所以系统动态性能主要受加速度计零偏引起的超调限制:

$$\phi_{x2} = \frac{((1+k_2)s+k_3)\varepsilon_x(s)\nabla_y/R}{s^3+k_1s^2+(1+k_2)\omega_s^2s+k_3\omega_s^2} \quad (8)$$

设系统特征方程具有如下形式:

$$\Delta(s) = (s+\sigma)(s^2+2\xi\omega_n s + \omega_n^2) \quad (9)$$

可得系统具有如下极点: $p_1 = -\sigma, p_{2,3} = -\xi\omega_n \pm j\omega_n \sqrt{1-\xi^2}$, 其中 $-\sigma$ 为系统闭环非主导极点, ξ, ω_n 分别为阻尼比和有阻尼振荡频率。公式(9)与公式(1)相等, 可以推出此时的 k_1, k_2, k_3 满足:

$$\begin{aligned} k_1 &= 2\xi\omega_n + \sigma \\ k_2 &= (2\xi\omega_n\sigma + \omega_n^2) / \omega_s^2 - 1 \\ k_3 &= \sigma\omega_n^2 / \omega_s^2 \end{aligned} \quad (10)$$

根据系统性能指标要求可得到 ξ 值, 通过合理选择 σ , 使系统闭环非主导极点远离系统主导极点, 此时 $\sigma \gg \xi\omega_n$, 代入公式(10)可得:

$$k_1 \approx \sigma \quad (11)$$

公式(11)代入公式(10)可得:

$$\omega_n \approx \omega_s \quad (12)$$

所以, 只要得到 ξ , 选择合适的 σ , 利用公式(9)、(10)和(11)可确定阻尼网络参数: k_1, k_2, k_3 。

1.3 参数合理性分析

公式(12)和公式(11)代入公式(10)可得:

$$\xi \approx \frac{k_2\omega_s}{2k_1} \quad (13)$$

考虑公式(8)中具有一个零点:

$$z = -k_3 / (1+k_2) \quad (14)$$

令:

$$k = |z| / |\text{Re}(p_{2,3})| \approx \frac{2k_1^2}{(1+k_2)k_2\omega_s^2} \quad (15)$$

式中: k 为闭环零点与主导极点的距离, k 越大, 闭环

零点离主导极点越远,此时系统性能与理想二阶系统性能越相符,参数选取越合理。由公式(13)可知,增大 ξ ,得到的参数 k_2 增大, k_1 减小。而由公式(15)可知,当 k_2/k_1 比值增大到一定的范围时,在闭环主导极点附近出现闭环零点,此时系统的实际性能与要求会存在较大差距。为了使选取的参数能够符合系统性能指标要求,考虑取 $k \geq 5$,此时可得 $\xi \leq 0.316$ 。所以此种参数选取方法适合设计 $\xi \leq 0.316$ 时的内水平阻尼参数。且阻尼比越小,此种参数选取方法设计的参数越合理,也就是说此种参数设计方法设计的网络阻尼比越接近理想阻尼比。

2 内水平阻尼离散化算法

文中将阻尼网络离散化,提出一种双线性变换离散化内水平阻尼算法。

线性变化法是最常用的一种离散化方法,它的几何意义实际上就是用小梯形的面积近似积分。其离散化公式为:

$$D(z) = D(s) \Big|_{s = \frac{2}{T_s} \frac{z-1}{z+1}} \quad (16)$$

用双线性变换法把公式(3)进行离散化,可得:

$$H_y(z) = H_y(s) \Big|_{s = \frac{2}{T_s} \frac{z-1}{z+1}} = \frac{(1+k_2) \frac{2(z-1)}{T_s(z+1)} + k_3}{\frac{2(z-1)}{T_s(z+1)} + k_1} \quad (17)$$

而

$$\omega_{enx}^n(z) = -\frac{1}{R_M} V_y(z) \cdot H_y(z) \quad (18)$$

把公式(17)和公式(18)联立后进行 z 反变换得:

$$\omega_{enx}^n(k) = \frac{1}{k_1 T_s / 2 + 1} \left(-\left(\frac{k_1 T_s}{2} - 1 \right) \omega_{enx}^n(k-1) - \frac{1}{R_M} \left(\left(\frac{k_3 T_s}{2} + 1 + k_2 \right) V_y(k) + \left(\frac{k_3 T_s}{2} - 1 - k_2 \right) V_y(k-1) \right) \right) \quad (19)$$

对内水平阻尼网络而言,速度解算和纯惯性速度解算相同:

$$V_y(k) = V_y(k-1) + f_{ny}(k) - A_{bny} \times T_s \quad (20)$$

式中: $f_{ny}(k)$ 为 k 时刻系统输出的速度增量在导航坐标系北向的投影; A_{bny} 为北向有害加速度。

位置解算为:

$$\dot{\varphi} = \frac{V_y}{R_M} H_y = -\omega_{enx}^n \quad (21)$$

姿态四元素更新算法为:

$$\dot{q} = \frac{1}{2} \times W \times q \quad (22)$$

其中

$$W = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix}$$

式中: $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ 为 ω_{nb}^b 的分量 ω_{nb}^b 为 T_s 采样时间内陀螺的输出; ω_{in}^n 为地理坐标系相对于惯性空间的角速度, $C_n^b = (C_b^n)^T$, $\omega_{in}^n = (\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n)$ 。

$$\omega_{nb}^b = \omega_{ib}^b - C_n^b \times (\omega_{in}^n \times T_s) \quad (23)$$

东向水平通道和北向水平通道解算类似,不再赘述。

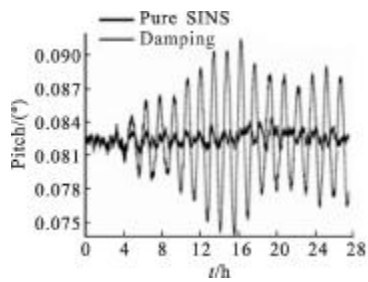
3 实验结果及分析

3.1 静态实验与动态仿真

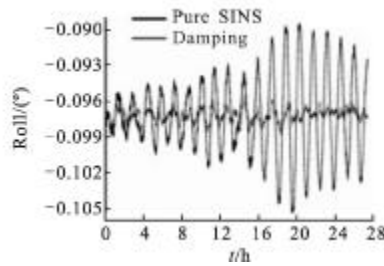
为了验证前文提出的离散化阻尼算法的正确性及参数选取的合理性,对教研室自研的 50 型二频机抖激光陀螺捷联惯导系统进行了大量的静态实验,代表性地选取一组样本数据,分别进行纯惯性导航解算和内水平阻尼导航解算,阻尼参数为 $k_1=0.7008$; $k_2=357.2668$; $k_3=0.7$,初始姿态角为 $[-0.0972^\circ; 0.0823^\circ; -112.6915^\circ]$ 。28 h 解算结果如图 3 所示。

由以上结果可知,加入内水平阻尼网络后的惯导系统,舒勒周期振荡误差得到了有效的抑制。通过具体数据计算和分析可知,28 h 内,横摇角解算精度提高 4.5 倍,纵摇角解算精度提高 4.18 倍,水平姿态解算精度平均提高 4.34 倍;东向速度解算精度提高 4.07 倍,北向速度解算精度提高 3.81 倍,速度解算精度平均提高 3.94 倍;位置解算误差中的舒勒周期分量得到很好的阻尼。说明文中的阻尼算法和阻尼参数的选取方法是正确且可行的。

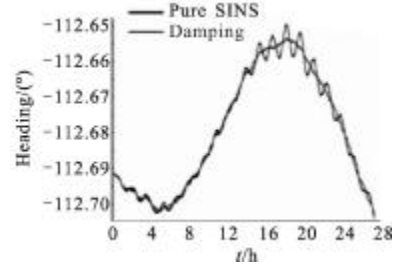
为了进一步验证文中阻尼网络在动态环境下合理性,基于文中内水平阻尼网络,进行了动态 48 h 仿真实验。参考文献[2]中提到,内阻尼适合于在舰船低速航行或匀速直线航行时使用,实际应用过程中需要与无阻尼状态配合使用,当舰船机动时,需要根据特定判据来切换惯导状态。由于东向通道与北向通道阻尼网络相似,且为了能



(a1) 捷联惯导系统纵摇角
(a1) Pitch angle of SINS

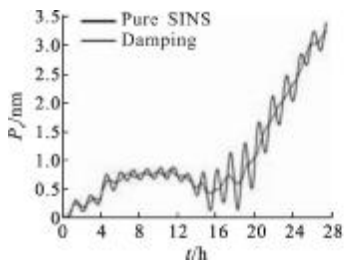


(a2) 捷联惯导系统横摇角
(a2) Roll angle of SINS

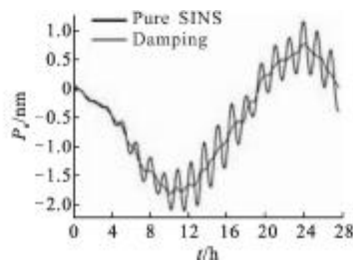


(a3) 捷联惯导系统航向角
(a3) Heading angle of SINS

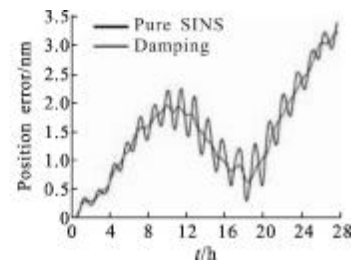
(a) 捷联惯导系统姿态输出
(a) Attitude of SINS



(b1) 捷联惯导系统东向位置误差
(b1) Position error in east direction

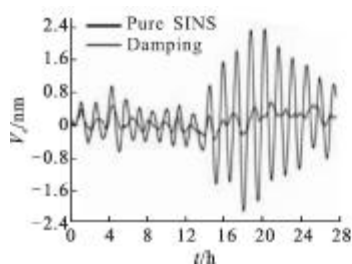


(b2) 捷联惯导系统北向位置误差
(b2) Position error in north direction

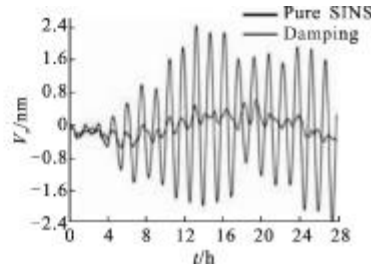


(b3) 捷联惯导系统位置误差
(b3) Position error of SINS

(b) 捷联惯导系统位置误差输出
(b) Position error of SINS



(c1) 捷联惯导系统东向速度误差
(c1) Velocity error in east direction



(c2) 捷联惯导系统北向速度误差
(c2) Velocity error in north direction

(c) 捷联惯导系统速度误差输出
(c) Velocity error of SINS

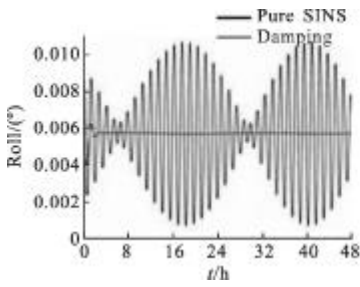
图 3 28 h 静态解算结果对比图

Fig.3 Comparison of static state SINS in 28 h

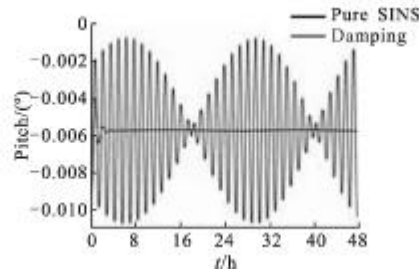
更好的反映阻尼效果,文中以载体匀速正北方向航行 48 h,航速为 9.7 kn(5 m/s) 进行动态仿真。设定陀螺常值漂移为 0.001 (°)/h,加速度计常值零偏为 100 μg。采用和静态试验相同的阻尼网络

参数,结果如图 4 所示。

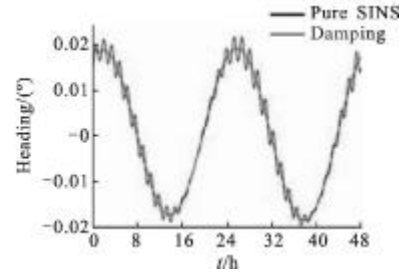
从图中可以看出,加入内水平阻尼网络后,系统输出中的舒拉振荡成分得到明显抑制,系统精度提高比较明显。



(a1) 捷联惯导系统横摇角
(a1) Roll angle of SINS

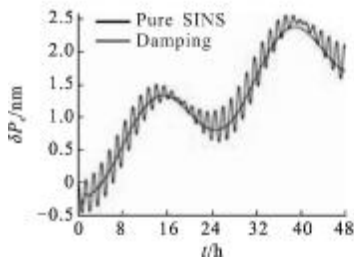


(a2) 捷联惯导系统纵摇角
(a2) Pitch angle of SINS

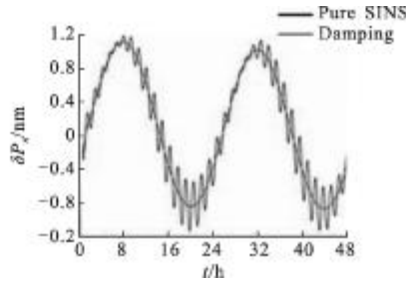


(a3) 捷联惯导系统航向角
(a3) Heading angle of SINS

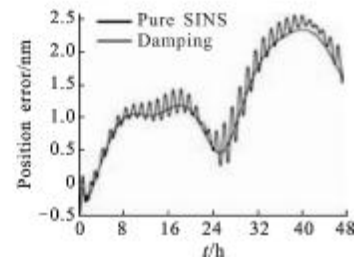
(a) 捷联惯导系统姿态输出
(a) Attitude of SINS



(b1) 捷联惯导系统东向位置误差
(b1) Position error in east direction

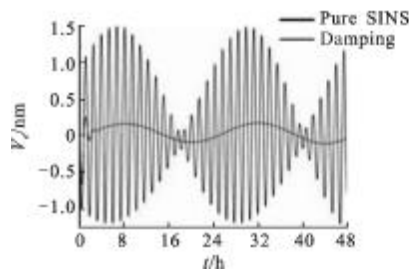


(b2) 捷联惯导系统北向位置误差
(b2) Position error in north direction

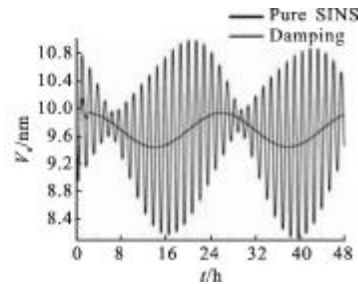


(b3) 捷联惯导系统位置误差
(b3) Position error of SINS

(b) 捷联惯导系统位置输出
(b) Position of SINS



(c1) 捷联惯导系统东向速度误差
(c1) Velocity error in east direction



(c2) 捷联惯导系统北向速度误差
(c2) Velocity error in north direction

(c) 捷联惯导系统速度输出
(c) Velocity of SINS

图 4 48 h 动态仿真结果对比图

Fig.4 Comparison of dynamic simulation experiment in 48 h

3.2 参数合理性验证

为了能够直观且准确地得到系统调整时间和系统超调量以验证文中参数选取方法的合理性，提取图 4 中横摇角曲线局部如图 5 所示。

图中 A 点(0.547, 0.004 07)对应加入阻尼后达到的第一个峰值点, B 点(2.2, 0.005 605)对应阻尼状态

下首次达到与稳态值相距 $\Delta = 0.02$ 的点, C 点(3.64, 0.005 72)对应稳态值点, 可得 $t_s = 2.2\text{h}$, $\sigma_p = 28.9\%$, 满足设计系统性能指标要求: 超调量 $\sigma_p \leq 0.351$, 调整时间 $t_s \leq 2.84\text{h} (\Delta = 0.02)$ 。由实际系统超调量 $\sigma_p = 28.9\%$ 可计算出此时的等效阻尼比为 $\xi = 0.368$, 与设计等效阻尼比 $\xi \leq 0.316$ 相差不大。考虑到主导极点

配置法自身存在的误差,且在讨论闭环零点与闭环主导极点距离时,选取了比较小的 $k=5$,该结果是可以接受的。同样从图 4 中纵摇角曲线也可以得到相似的结论。

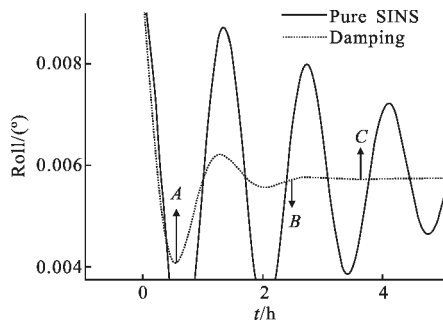


图 5 图 4 中横摇角曲线局部放大图

Fig.5 Amplification figure of the roll curve in Fig.4

4 结 论

文中把罗经水平对准网络等效到水平阻尼网络中,提出了一种适用于设计阻尼比较小时的新的阻尼网络参数选取方法,并在此基础上设计了一种双线性变换离散化内水平阻尼算法。静态导航实验表明,加入内水平阻尼网络后的惯导系统,舒勒周期振荡误差得到了有效的抑制,28 h 内,水平姿态角解算精度平均提高 4.34 倍,速度误差解算精度提高 3.94 倍,位置解算精度也得到了很好的提高;动态仿真实验表明:所选阻尼网络参数满足系统性能要求,系统舒勒周期振荡误差得到了有效的抑制,解算精度提高明显。

参考文献:

[1] Huang Deming, Cheng Lu. Inertial Navigation System [M]. Beijing: National Defence Industrial Press, 1986. (in Chinese)

- [2] Chen Yongbin, Zhong Bin. Inertial Navigation Principle [M]. Beijing: National Defence Industrial Press, 2007. (in Chinese)
- [3] Huang Weiwan. Research on measurement and control technique of semi-analytical inertial navigation system for marine vessels [D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2006. (in Chinese)
- [4] Cai Chunlong, Meng Xiangtao. Algorithm for strapdown attitude heading reference system on damp [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2008, 16(3): 278-281. (in Chinese)
- [5] Meng Xiangtao, Cai Chunlong. Engineering application and implementation of compass loop in attitude heading reference system [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2008, 16(3): 61-65. (in Chinese)
- [6] Gao Zhongyu. The Technology of Inertial Navigation System [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2012. (in Chinese)
- [7] Zhao Wangyang, Yang Gongliu, Zhuang Liangjie, et al. Study on level damp of double inertial navigation system [J]. Journal of System Simulation, 2007, 19(5): 1109-1111. (in Chinese)
- [8] David H T, John L W. Strapdown Inertial Navigation Technology (2nd Edition) [M]. 2nd ed, US: The Institution of Electrical Engineers, 2004.
- [9] Xie Bo, Qin Yongyuan, Wan Yanhui, et al. Research on application of damping technology in the error compensation of SINS [J]. Computer Measurement & Control, 2010, 18(9): 2117-2120. (in Chinese)
- [10] Zhang Chunxi, Wang Lu, Wang Zhenfei. RLG random error modeling method in initial alignment application [J]. Infrared and Laser Engineering, 2013, 42(S1): 62-68. (in Chinese)
- [11] Wang Lei, Zhu Boli. PNG law analysis for strapdown laser detector guided rocket [J]. Infrared and Laser Engineering, 2013, 42(12): 3245-3248. (in Chinese)