

## 激光传输光束抖动效应的数值模拟

常金勇, 强希文, 胡月宏, 宗 飞, 李志朝, 封双连

(西北核技术研究所, 陕西 西安 710024)

**摘 要:** 为了在激光大气传输四维数值模拟中考虑激光光束抖动带来的影响, 推导了光束抖动倾斜角与 Zernike 多项式低阶项系数之间的关系, 提出了一种激光传输光束抖动效应的数值模拟方法。为验证该数值模拟方法的正确性, 针对均匀聚焦光束, 计算了大气湍流与抖动效应综合作用下长期光束扩展角半径, 数值模拟计算结果与理论公式计算结果基本一致, 验证了激光传输抖动效应数值模拟方法的正确性。

**关键词:** 大气传输; 光束抖动; 大气湍流; 数值模拟

**中图分类号:** TN021 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)S-0046-04

## Numerical simulation of jittering effect of laser beams propagation

Chang Jinyong, Qiang Xiwen, Hu Yuehong, Zong Fei, Li Zhichao, Feng Shuanglian

(Northwest Institute of Nuclear Technology, Xi'an 710024, China)

**Abstract:** In the 4D numerical simulation of laser atmosphere propagation, for considering the effect of laser beams jittering, the relation was discussed between jittering angle of laser and low order coefficient Zernike polynomial. A simulation method of laser beams jittering was given. For proving the correctness of the method, the beam expansion angular radius was calculated with atmosphere turbulence and jittering effect. It is basal consistent with the result of numerical simulation and theory, the all validate that the method is effective.

**Key words:** atmospheric propagation; jitter; atmospheric turbulence; numerical simulation

收稿日期: 2015-10-12; 修订日期: 2015-11-20

基金项目: 国家重点实验室基金(SKLLIM1405)

作者简介: 常金勇(1980-), 男, 助理研究员, 硕士, 主要从事激光大气传输的物理及数值模拟分析工作。Email: dachang1353@163.com

## 0 引言

激光在实际大气中的传输效应主要包括大气消光效应、大气湍流效应和非线性热晕效应等。其中大气消光效应引起激光传输能量的衰减,导致到达目标处激光功率减小;大气湍流效应引起激光束传输方向的随机偏折、光束扩展和强度随机起伏,使得光束质量下降、光束功率密度减小;非线性热晕效应使得光斑畸变和扩展、光束质量下降,最终使得目标处激光束功率密度下降,影响激光系统使用效果<sup>[1-6]</sup>。在激光大气传输效应方面,已有不少研究成果,利用这些理论公式、数值模拟等方法,可以对激光大气传输效应进行较好的分析。

对于实际的激光发射系统,光束的抖动是不可避免的,也是影响激光系统使用效果的重要影响因素之一。光束抖动对光束质量的影响,已有不少研究结果,但大多是经验公式,对于光束抖动的数值模拟方法介绍较少。文中研究了光束抖动的数值模拟方法,推导了光束抖动倾斜角与 Zernike 多项式低阶项系数之间的关系,并给出了激光传输光束抖动效应的数值模拟方法。

## 1 光传输的数值模拟

### 1.1 激光大气传输的数值模拟方法

描述激光光波在大气中传输的标量波动方程为<sup>[1]</sup>:

$$2ik \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2k^2 n_1 u = 0 \quad (1)$$

式中: $n_1$ 为折射率的起伏值。如果折射率起伏引起的相位变化  $S$  足够小,则可以将真空传输和介质相位调制看成是相互独立并同时完成的两个过程。笔者可以将连续的随机介质分割为一系列厚度为  $\Delta Z$  的平行平板,该平板引起的相位调制可以认为是一个位于该片中心的无限薄的相位屏。光场经过相位屏调制,然后在自由空间中传播至下一个相位屏的位置,每个传输段内大气对光波的影响仅改变其相位而不影响其振幅。根据上面的分析,光波在大气中从  $Z_i$  平面传到  $Z_{i+1}=Z_i+\Delta Z$  平面的解可通过真空传输和相位屏的相位调制得到<sup>[1]</sup>:

$$u(r, z_{i+1}) = \exp \left[ \frac{i}{2k} \int_{z_i}^{z_{i+1}} \nabla_{\perp}^2 dz \right] \times \exp[iS(r, z_i)] u(r, z_i) \quad (2)$$

式中: $S(r, Z_i)$ 为随机湍流相位; $u(r, Z_i)$ 为  $Z_i$  处的光场; $k$ 为波数。因此,对大气中的光传输模拟也分为两部分,即真空传输计算和湍流相位屏的构造。

### 1.2 大气湍流相位屏的构造

激光大气传输数值模拟的一个核心问题就是构造符合大气湍流统计规律的相位屏,以正确反映大气折射率的随机起伏<sup>[7-8]</sup>。产生相位屏的方法有多种:谱反演法、Zernike 多项式法、分形相位屏法等,其中 FFT 谱反演法是较常用的模拟大气湍流相位屏的方法。

谱反演法的基本思想是对一个复高斯随机数矩阵用大气湍流的功率谱进行滤波,然后通过逆傅里叶变换得到大气扰动的相位<sup>[7]</sup>:

$$\phi(x, y) = C \sum_{K_x} \sum_{K_y} R(K_x, K_y) \times \sqrt{F_{\phi}(K_x, K_y)} e^{j(K_x x + K_y y)} \quad (3)$$

利用谱反演法生成大气湍流相位屏简单、方便,但由于网格点取样有限使得相位的低频成分得不到充分的体现,对大尺度的湍流起伏带来误差。低频补偿的方法有两种:一是首先产生一个很大的相位屏,然后从中心抽取一小部分,这一小部分中包含了低频成分的特征;另一种方法是次谐波补偿方法,基本思想是在傅里叶低频次谐波重采样的基础上,对 FFT 法模拟的相位屏进行插值拟合,从而改善相位屏的低频统计特性。

## 2 光束抖动的定量描述

在工程应用中,激光光束的抖动通常用跟踪精度(跟踪误差)来定量描述。其定义为靶斑瞬时质心围绕其平均质心位置变化的均方根值,既激光到达目标上的实际跟踪误差<sup>[9]</sup>。图 1 为跟踪误差示意图。

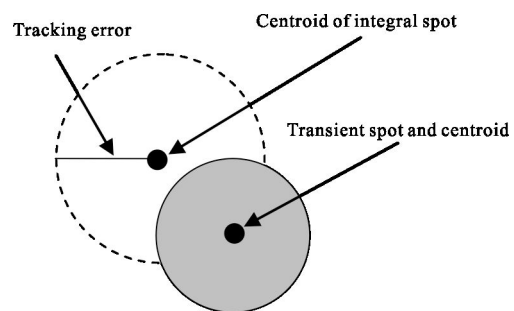


图 1 跟踪误差示意图

Fig.1 Sketch map of tracking error

假设光束抖动时各向同性,抖动角均方根值为

$\sigma$ , 用极坐标来描述, 则在垂直于传输平面上的方向角  $\theta_1$  为 0 到  $2\pi$  的均匀分布随机数, 在轴向上方向角  $\theta_2$  为均方根为  $\sigma$  的高斯分布随机数。根据几何关系可以知道光束抖动瞬时光斑质心相对于积分光斑质心倾斜角在  $x$ 、 $y$  轴方向的分量为:

$$\theta_x = \theta_2 \cos(\theta_1) \quad (4)$$

$$\theta_y = \theta_2 \sin(\theta_1) \quad (5)$$

此时, 问题转变为激光光束传输倾斜的数值模拟方法问题。

### 3 激光光束传输倾斜的数值模拟方法

激光光束倾斜的数值模拟可以通过在发射光束的光场上加入一个倾斜的波前相位来实现。倾斜的波前相位可以用 Zernike 多项式的第一阶和第二阶来表示, 其极坐标下的表达式为<sup>[9]</sup>:

$$\Phi(\rho, \theta) = 2a_1 \rho \cos(\theta) \quad (6)$$

$$\Phi(\rho, \theta) = 2a_2 \rho \sin(\theta) \quad (7)$$

这里,  $a_1$ 、 $a_2$  分别为 Zernike 多项式第一阶系数和第二阶系数, 转换到直角坐标下, 表达式为:

$$\Phi(x, y) = 2a_1 x \quad (8)$$

$$\Phi(x, y) = 2a_2 y \quad (9)$$

所以, Zernike 多项式的第一阶和第二阶表示的波前相位斜率为  $2a_1$  和  $2a_2$ , 在数值模拟中相邻两个网格之间的相位差  $\delta$  为  $2a_1 dx$  和  $2a_2 dy$ ,  $dx$ 、 $dy$  为  $x$  方向和  $y$  方向的网格间距。当相位改变  $\delta$  时波阵面改变的距离为<sup>[10]</sup>:

$$l = \delta / k \quad (10)$$

式中:  $k = 2\pi / \lambda$  为激光的波数。根据几何关系可以得到:

$$\tan \theta_x = l / dx \quad (11)$$

$$\tan \theta_y = l / dy \quad (12)$$

由公式(10)、(11)、(12)可以得到激光传输倾斜角度与 Zernike 多项式第一阶系数和第二阶系数之间的关系, 表示为:

$$\theta_x = \arctan(2a_1 / k) \quad (13)$$

$$\theta_y = \arctan(2a_2 / k) \quad (14)$$

由公式 (13)、(14) 即可得到泽尼克多项式第一阶系数和第二阶系数与激光传输倾斜角度之间的关系。

利用相位屏法数值模拟了激光波长  $1.315 \mu\text{m}$ , 孔径为  $0.5 \text{ m}$ , 光强为均匀分布, 焦距为  $10 \text{ km}$  的焦

平面上的光强分布, 如图 2 所示, 其中图 2(a) 为光束无倾斜时的光强分布, 图 2(b) 为光束倾角为  $x$  方向上  $15 \mu\text{rad}$  时的光强分布。从图 2(b) 中可以看出: 光斑质心偏移量为  $0.15 \text{ m}$ , 与理论计算完全一致, 说明这种模拟激光传输倾斜效应的方法是正确的。

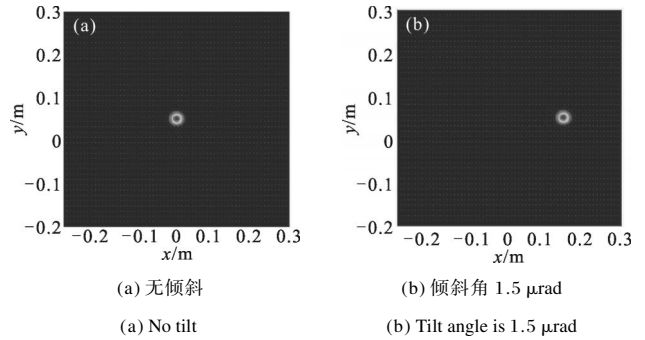


图 2 焦平面上的光强分布

Fig. 2 Light distribution on focal plane

将公式(13)、(14)代入公式(4)、(5)得到:

$$a_1 = \frac{k\theta_2 \cos \theta_1}{2} \quad (15)$$

$$a_2 = \frac{k\theta_2 \sin \theta_1}{2} \quad (16)$$

式中:  $\theta_1$  为  $0 \sim 2\pi$  的均匀分布随机数;  $\theta_2$  为方差为  $\sigma$  的高斯分布随机数。

### 4 计算结果

利用激光大气传输四维数值模拟程序, 计算了跟踪抖动与大气湍流综合作用下的积分光斑, 如图 3 所示。由图 3 可见, 考虑跟踪抖动效应时焦平面上的积分光斑发生了明显的扩展。

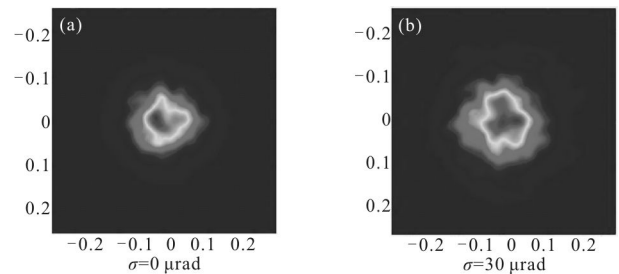


图 3 跟踪抖动与大气湍流综合作用下的积分光斑

Fig. 3 Integral spot under effect of tracking jitters and atmospheric turbulence

湍流大气中激光光束长期光束扩展角半径可以用下面的公式计算<sup>[9]</sup>:

$$\theta_{1/2} = \sqrt{(1.22\lambda/D)^2 + (1.22\lambda/r_0)^2 + \sigma^2} \quad (17)$$

式中: $D$ 为发射口径; $r_0$ 为大气相干长度。对于球面波而言,其大气相干长度的表达式为:

$$r_0 = \left[ 0.423k^2 \int_0^{z_f} C_n^2(z) \left( \frac{z}{z_f} \right)^{5/3} dz \right]^{-3/5} \quad (18)$$

式中: $k=2\pi/\lambda$ 为波数; $\lambda$ 为激光波长; $C_n^2$ 为大气湍流强度; $z_f$ 为聚焦光束焦距; $z$ 为光束传输距离。

图4给出了大气湍流与抖动效应综合作用下激光光束长期光束扩展角半径,数值模拟与理论计算过程中的参数设置为: $D=0.3\text{ m}$ , $\lambda=1.315\text{ }\mu\text{m}$ , $C_n^2=1\times 10^{-15}\text{ m}^{-2/3}$ , $z_f=7\text{ 000 m}$ , $z=7\text{ 000 m}$ ,由公式(18)计算球面波大气相干长度 $r_0=14.4\text{ cm}$ 。可见,数值模拟与理论计算结果基本一致。

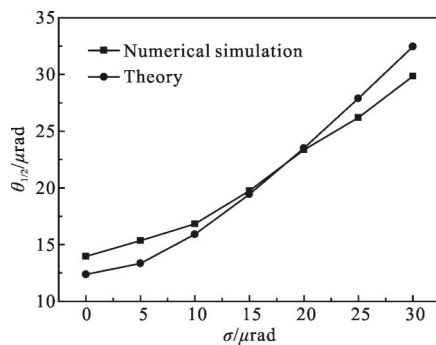


图4 光束扩展角半径随抖动误差的变化

Fig. 4 Change of the beam expansion angular radius with jittering error

## 5 结论

文中研究了一种激光传输光束抖动效应的数值模拟方法,即在数值模拟的初始光场上叠加一个随机倾斜相位来描述光束抖动,随机相位倾斜用 Zernike 多项式的第一阶和第二阶表示。文中推导给出了第一、二阶 Zernike 多项式系数与抖动误差间的关系,并通过大气湍流与抖动效应综合作用下长期光束扩展角半径理论计算与数值模拟计算结果的比较,验证了该光束抖动效应数值模拟方法的正确性。

## 参考文献:

[1] Rao Ruizhong. Modern Atmospheric Optics [M]. Beijing: Science Press, 2012: 5-6. (in Chinese)

饶瑞中. 现代大气光学[M]. 北京: 科学出版社, 2012: 5-6.

- [2] Lü Baida. Propagation and Quality Control of High Power Laser [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1999: 33-34. (in Chinese)  
吕百达. 强激光的传输与控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999: 33-34.
- [3] Lei Guangyu. Numerical calculation of nonlinear problem of high energy laser propagation in the atmosphere [J]. *Chinese Journal of Computational Physics*, 1995, 12(3): 384-389. (in Chinese)  
雷广玉. 高能激光大气传输非线性问题的数值计算[J]. 计算物理, 1995, 12(3): 384-389.
- [4] Wang Yingjian. Some Study on the laser propagation in the atmosphere and its phase compensation [D]. Hefei: Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, 1996. (in Chinese)  
王英俭. 激光大气传输及其相位补偿的若干问题探讨[D]. 合肥: 中国科学院安徽光学精密机械研究所, 1996.
- [5] Gebhardt Frederick G. Twenty-five years of thermal blooming: an overview [C]//SPIE, 1990, 1221: 2-24.
- [6] Qian Xianmei, Zhu Wenyue, Rao Ruizhong. Numerical simulation of turbulent effects of laser propagation along a ground-space slant atmospheric path [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2008, 37(5): 787-792. (in Chinese)  
钱仙妹, 朱文越, 饶瑞中. 地空激光大气斜程传输湍流效应的数值模拟分析 [J]. 红外与激光工程, 2008, 37(5): 787-792.
- [7] Zhang Huimin, Li Xinyang. Numerical simulation of wavefront phase screen distorted by atmospheric turbulence [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2006, 33(1): 14-19. (in Chinese)  
张慧敏, 李新阳. 大气湍流畸变相位屏的数值模拟方法研究[J]. 光电工程, 2006, 33(1): 14-19.
- [8] Zhang Jianzhu, Zhang Feizhou, Wu Yi. Methods for simulating turbulent phase screen [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2012, 24(10): 2318-2324. (in Chinese)  
张建柱, 张飞舟, 吴毅. 大气湍流随即相位屏模拟方法研究[J]. 强激光与粒子束, 2012, 24(10): 2318-2324.
- [9] Su Yi, Wan Min. High Energy Laser System [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2004. (in Chinese)  
苏毅, 万敏. 高能激光系统[M]. 北京: 国防工业出版社, 2004.
- [10] Li Jingzhen. Handbook of Optics [M]. Xi'an: Shaanxi Science and Technology Press, 2010. (in Chinese)  
李景镇. 光学手册[M]. 西安: 陕西科学技术出版社, 2010.