

## 增大 Bessel 光束无衍射距离的凹透镜系统

何艳林, 沈栋辉, 孙 川, 吴逢铁

(华侨大学 信息科学与工程学院 福建省光传输与变换重点实验室, 福建 厦门 361021)

**摘 要:** 根据传统轴棱锥法产生 Bessel 光束的原理和凹透镜的几何光学效应, 设计并模拟了一套提高 Bessel 光无衍射距离的光学系统。利用凹透镜的发散特性, 将其分别放置在轴棱锥的前方与后方, 使用 Math CAD 软件进行模拟并与传统轴棱锥法进行比较, 得出结论: 在轴棱锥前方放置凹透镜使 Bessel 光的无衍射距离从 244 mm 增大至 638 mm, 同时增大中心光斑半径。在轴棱锥后方放置凹透镜使 Bessel 光的无衍射距离从 244 mm 增大至 406 mm。使用 He-Ne 激光作为光源进行实验验证, 实验结果与理论分析及仿真模拟基本一致。可根据实际要求选择凹透镜的曲率半径和位置, 得到无衍射距离较大、质量较高的 Bessel 光束。

**关键词:** 光学系统设计; Bessel 光束; 凹透镜; 光路优化

**中图分类号:** O439 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201645.0518003

## Concave lens system of increasing Bessel beam non-diffracting distance

He Yanlin, Shen Donghui, Sun Chuan, Wu Fengtie

(Fujian Key Laboratory of Optical Beam Transmission and Transformation, College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen 361021, China)

**Abstract:** A new optical system to increase the Bessel beam's diffraction-free distance was designed and simulated based on traditional axicon method and geometric optical effects of concave lens. In the system, the concave lens was placed in front or in rear of the axicon. By simulating this program with Math CAD and comparing with traditional axicon method, some results were obtained that the diffraction free distance was increased from 244 to 638 mm, with central spot magnified when the concave was placed in front, and was increased to 406 mm when the concave was placed in rear. He-Ne laser was used as light source, the experimental results are consistent with the theoretical analysis and numerical simulation. Therefore, a certain curvature radius of the concave lens and the position according to actual requirements can be chosen to obtain the Bessel beam with a longer diffraction free distance and higher quality.

**Key words:** optical system design; Bessel beam; concave lens; optical path optimization

收稿日期: 2015-09-21; 修订日期: 2015-10-08

基金项目: 国家自然科学基金(61178015); 福建省科技创新平台计划(2012H2002); 泉州市科技重点项目(2014Z127)

作者简介: 何艳林(1991-), 女, 硕士生, 主要从事激光传输与光束变化的理论和技術方面的研究。Email: 1066546728@qq.com

导师简介: 吴逢铁(1958-), 男, 教授, 博士, 主要从事光束传输与变换, 短脉冲技术及非线性光学等方面的教学与科研方面的研究。

Email: fengtie@hqu.edu.cn

## 0 引言

Bessel 光束<sup>[1]</sup>是一种特殊光束,是亥姆赫兹方程在圆柱坐标系自由空间波动方程的特殊解,因为 Bessel 光束拥有独特的性质,如中心光斑小(中心光斑半径仅在微米量级),中心光强大,在一定传播距离内具有中心不发散特性,遇到障碍物会自重建<sup>[2-3]</sup>等,使得 Bessel 光束提出后受到学者们的极大关注,并在众多领域中得到广泛的应用,如光学成像<sup>[4]</sup>、粒子的光学引导<sup>[5]</sup>、光学相干断层扫描(OCT<sup>[6]</sup>),最近人们利用 Bessel 光束大大提高了图像的成像分辨率<sup>[7]</sup>。

随着人们对 Bessel 光束的不断研究<sup>[9]</sup>,国内外学者分别提出了多种产生 Bessel 光束的方法,如环缝-透镜法<sup>[9]</sup>,球差透镜法<sup>[10]</sup>,计算机全息法<sup>[11]</sup>,轴棱锥法<sup>[12-13]</sup>和 Bessel 腔法<sup>[14-15]</sup>,其中轴棱锥法利用轴棱锥的特殊聚焦作用,将入射平行光聚焦成 Bessel 光束,这种方法具有结构简单、转换效率高、光损伤阈值高等优点,是现今众多方法中发展得较为成熟和最为实用的。增大 Bessel 光束无衍射距离可以在湍流大气中进行大尺寸准直测量等具有实际意义的工作,但是由于轴棱锥的锥体结构特性,利用其产生 Bessel 光束受到轴棱锥底角的限制,要产生高质量、长距离的 Bessel 光束要求轴棱锥的底角越小越好,这就增加了元件的加工难度,提高加工成本,从而限制了 Bessel 光束的应用;因此通过光束变换技术提高 Bessel 光束的成像质量变得重要且具有实际意义。文中在光学系统不改变轴棱锥底角的条件下,根据轴棱锥法产生 Bessel 光束原理和凹透镜的几何光学效应,设计一种增大 Bessel 光无衍射距离的光学系统。使用 Math CAD 软件进行仿真模拟,并设计相关实验进行验证,实验结果与理论分析及仿真模拟基本一致,均表明在轴棱锥前后放置平凹透镜,可以达到增大无衍射距离的效果。在轴棱锥前方放置凹透镜使 Bessel 光的无衍射距离从 244 mm 增大至 638 mm。在轴棱锥后方放置凹透镜使 Bessel 光的无衍射距离从 244 mm 增大至 406 mm,中心光斑半径增大。

## 1 理论分析与计算

由几何光学知,平行光入射轴棱锥出射光束的会聚角为  $\theta \approx (n-1) \cdot \gamma$ , 带入  $z_{\max} \approx \frac{R}{\theta}$ , 则轴棱锥法产

生 Bessel 光束的最大无衍射距离表达式:

$$z_{\max} \approx \frac{R}{(n-1) \cdot \gamma} \quad (1)$$

式中:  $n$  为轴棱锥折射率;  $R$  为入射光束半径;  $\gamma$  为轴棱锥底角,由公式可得:在  $\gamma$  和  $n$  不变时,  $R$  越大其无衍射距离越大。当  $\gamma=1^\circ$ ,  $n=1.47$ ,  $R=2 \text{ mm}$  时,计算得到  $Z_{\max} \approx 244 \text{ mm}$ 。

平行光入射平凹透镜产生发散的球面波,根据折射定律  $n_2 = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2}$ , 球面波入射轴棱锥<sup>[16]</sup>之后其无衍射距离变化为:

$$z_{m1} = \frac{R \cdot z_0}{(n-1) \cdot \gamma \cdot z_0 - R} \quad (2)$$

式中:  $R$  为入射球面波半径;  $z_0$  为球面波到轴棱锥的距离,其他条件不变时,  $z_0$  越大  $z_{m1}$  越小,  $R$  越大  $z_{m1}$  越大。

平凹透镜曲率半径为  $r$ , 中心厚度为  $d$ , 折射率为  $n$ , 那么像方焦距为  $f' = -r/(n-1)$ , 使用曲率半径为 200 mm, 半径为 17 mm 的平凹透镜产生球面波, 则  $f' \approx -425.5 \text{ mm}$ , 当其与轴棱锥相距 50 mm 时,  $z_0 \approx 475.5 \text{ mm}$ ,  $R \approx 2.235 \text{ mm}$ , 分别带入公式 (2) 中, 得  $z_{m1} \approx 638 \text{ mm}$ 。

平行光束入射轴棱锥,再经过平凹透镜,利用透镜成像公式  $\frac{1}{l'} - \frac{1}{l} = \frac{1}{f'}$  可得:  $l' = \frac{f' \cdot l}{l+f'}$ , 又有  $l = z_m - z_1$ ,  $z_{m2} = z_m + l' - l$ , 所以其最大无衍射距离为:

$$z_{m2} = \frac{f' \cdot (z_{\max} - z_1)}{z_{\max} - z_1 + f'} + z_1 \quad (3)$$

$z_1$  为轴棱锥到平凹透镜的距离,  $f'$  为平凹透镜的像方焦距,无衍射距离随  $z_{\max}$  增大而增大,在  $z_{\max} + 2f'$  到  $z_{\max}$  这段随  $z_1$  增大而减小。由公式(1)结果得  $z_{\max} = 244 \text{ mm}$ , 令  $z_1$  为 50 mm, 则  $z_{m2} \approx 406 \text{ mm}$ 。

凹透镜对光斑有放大作用, 放大倍数  $\beta_1 = \frac{l_1}{l} = \frac{z_{m1} + z_1}{z_{\max} + z_1}$  或  $\beta_2 = \frac{l_2}{l} = \frac{z_{m2} - z_1}{z_{\max} - z_1}$ 。代入以上公式(1)、(2)、(3)的计算结果得  $\beta_1 = 2.34$ ,  $\beta_2 = 1.835$ , 均大于 1, 所以光斑放大。当  $z_1$  不断增大时,  $\beta_1$  减小  $\beta_2$  增大。在只考虑轴上光强的情况下, 根据参考文献[17]可推出, 平行光入射轴棱锥和球面波入射轴棱锥得到的 Bessel 光束中心光斑<sup>[17]</sup>强度分别为:

$$\begin{cases} I_0 = \frac{[\pi(n-1)\gamma]^2}{\lambda} \cdot z_{\max} \\ I_1 = \frac{[\pi(n-1)\gamma]^2}{\lambda} \cdot \frac{z_{m1}(lf+z_1l-z_1f)}{lf+z_1l-z_1f+z_{m1}l-z_{m1}f} \end{cases}$$

式中:  $l$  为光阑与平凹透镜的距离,  $l=30\text{ mm}$ , 分析可知由于平凹透镜的作用光斑半径增大, 而强度减弱, 光束质量变差。

## 2 光路设计及模拟

为验证理论结果, 分别设计 3 个光路图。并利用 Math CAD 软件对 3 个光路产生的截面光强分布图进行模拟, 波长为  $632.8\text{ nm}$  的 He-Ne 激光器, 扩束装置凸透镜焦距分别为  $15\text{ mm}$  和  $190\text{ mm}$ , 孔径光阑半径为  $2\text{ mm}$ , 轴棱锥底角为  $1^\circ$ , 平凹透镜的曲率半径为  $200\text{ mm}$ , 透镜及轴棱锥使用材料石英玻璃, 折射率为  $1.47$ 。

已知透镜、空间传播和轴棱锥的 ABCD 矩阵分

别为  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}$ 、 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -(n-1)\gamma/r & 1 \end{pmatrix}$  和  $\begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $r=17\text{ mm}$

为轴棱锥半径。

### 2.1 传统轴棱锥法光路

图 1 为轴棱锥法产生 Bessel 光路图。

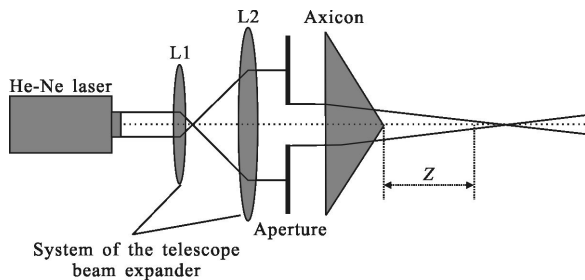


图 1 轴棱锥法产生 Bessel 光路图

Fig.1 Optical path of Bessel beam generated by axicon

在不放置平凹透镜的情况下, 光阑与轴棱锥相距  $30\text{ mm}$ , 算出图 1 的 ABCD 矩阵:

$$A=1-\frac{z(n-1)\gamma}{17} \quad B=z+30\left[1-\frac{z(n-1)\gamma}{17}\right]$$

$$C=-\frac{(n-1)\gamma}{17} \quad D=1-\frac{30(n-1)\gamma}{17}$$

然后带入柯林斯公式, 导入 Math CAD 模拟结果如图 2 所示。

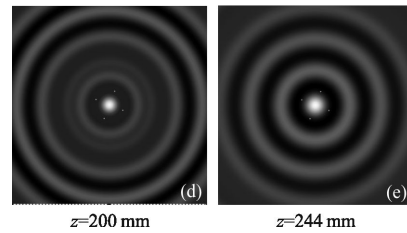
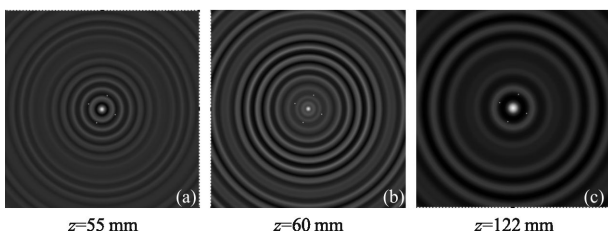


图 2 轴棱锥法产生 Bessel 光的截面光强分布图

Fig.2 Transverse intensity distributions of the Bessel beam generated by axicon

由图 2 可看出, 半径为  $2\text{ mm}$  的平行光束通过传统光路所产生的 Bessel 光的轴向无衍射距离为  $244\text{ mm}$ , 与公式(1)计算结果吻合, 在  $z_{\text{max}}$  范围内光束中心一直为亮斑, 光斑大小几乎不变, 体现了无衍射光束的不发散特性, 在  $z=244\text{ mm}$  处中心光强已达到临界位置, Bessel 光的不发散特性不复存在。

### 2.2 凹透镜产生球面波入射轴棱锥

将凹透镜置于轴棱锥前面, 构成平凹透镜轴棱锥系统, 改进后的光路如图 3 所示, 平凹透镜与轴棱锥相距  $50\text{ mm}$ , 与光阑相距  $30\text{ mm}$ 。

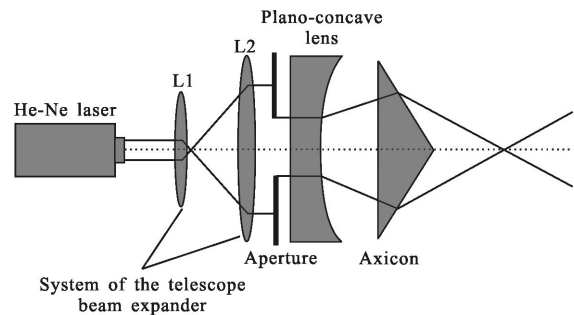


图 3 平凹透镜轴棱锥系统产生 Bessel 光路图

Fig.3 Optical pathway of Bessel beam generated by concave lens and axicon system

采用 2.1 节的计算方法得到图 3 的 ABCD 矩阵, 导入 Math CAD 模拟, 结果如图 4 所示。

对比图 2 和图 4 发现: 改进后的光路产生的 Bessel 光, 在同样的轴向距离  $244\text{ mm}$  处, 光束不仅没有发散, 而且 Bessel 光的聚焦特性达到了很好的效果, 中心光斑极小且具有极大光强, 证明了改进光路的确能够增大 Bessel 光的轴向无衍射距离; 在相同的轴向距离下, 改进光路产生的 Bessel 光聚焦效果更好, 其无衍射距离  $z_{\text{ml}}$  约为  $639\text{ mm}$ , 与公式(2)计算结果一致。

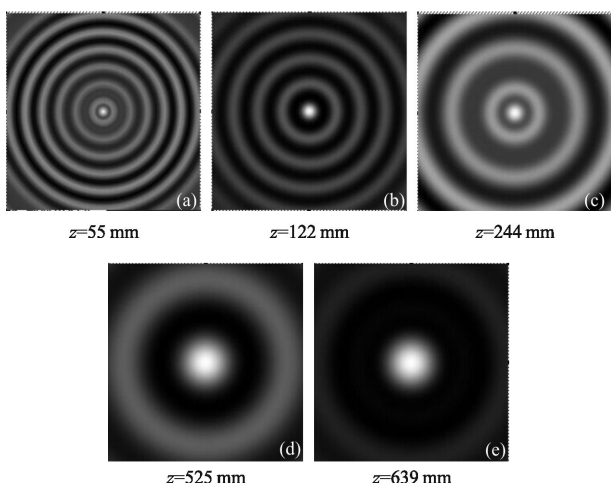


图 4 平凹透镜轴棱锥系统产生 Bessel 光的截面光强分布图

Fig.4 Transverse intensity distributions of the Bessel beam generated by concave lens and axicon system

由模拟结果可得：加入平凹透镜的改进光路对平行光束具有更好的聚焦效果，产生的 Bessel 光束轴向无衍射距离更大，光束质量更佳。

### 2.3 凹透镜对 Bessel 光束的扩散效果

为研究凹透镜对 Bessel 光束的扩散效果，将凹透镜置于轴棱锥后面，构成轴棱锥平凹透镜系统，设计光路如图 5 所示。

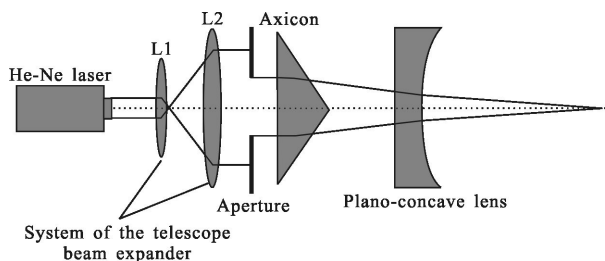


图 5 轴棱锥平凹透镜系统产生 Bessel 光路图

Fig.5 Optical path of Bessel beam generated by axicon and concave lens system

同 2.1 计算方法，轴棱锥与平凹透镜相距 50 mm，与光阑相距 30 mm，模拟结果如图 6 所示。

对比图 2 和图 6，发现平行光束通过传统光路产生的 Bessel 光在轴向距离  $z=244$  mm 处光束“不发散”特性已经被破坏。加入了平凹透镜的光路在相同的轴向距离处产生的光斑明显比传统光路产生的质量更好，光束聚焦效果较好仍保持着一定的“不发散”特性，证明了加入平凹透镜在  $z=244$  mm 处仍处于 Bessel 光束的无衍射范围内。改进后其无衍射距

离  $z_{m2}$  达到 398 mm，这与公式(3)的理论计算结果基本一致。验证了平凹透镜的确可以增加 Bessel 光束的轴向无衍射距离。对比两图在轴上距离  $z=60$  mm 处，可以看出虽然图 6 中的光斑仍具有较高程度的聚焦特性，但光斑中心半径变大，光束质量变差。

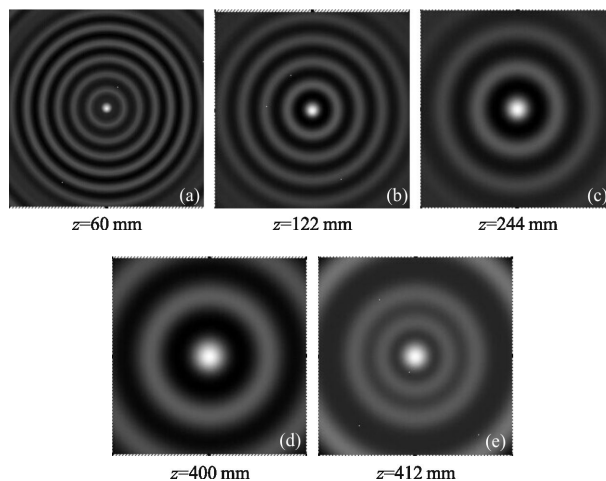


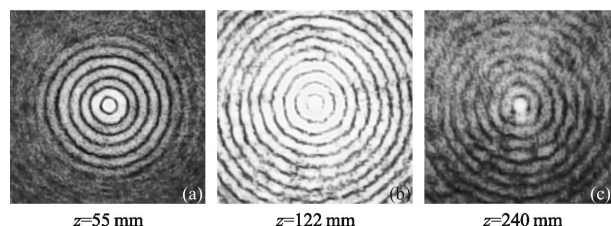
图 6 轴棱锥平凹透镜系统产生 Bessel 光的截面光强分布图

Fig.6 Transverse intensity distributions of the Bessel beam generated by axicon and concave lens system

由图 6 的模拟结果可知：平凹透镜对 Bessel 光束的确有发散作用，可以增大 Bessel 光束的轴向最大无衍射距离，但凹透镜对光斑具有一定的放大作用，破坏了 Bessel 光束的聚焦特性，在一定程度上降低了光束质量。

### 3 实验结果

实验上，根据图 1 及图 3 所设计的光路图，对轴棱锥法及平凹透镜轴棱锥系统产生的 Bessel 光进行验证。光源采用波长为 632.8 nm 的 He-Ne 激光器，扩束装置凸透镜焦距分别为 15 mm 和 190 mm，孔径光阑半径为 2 mm，轴棱锥底角为  $1^\circ$ ，平凹透镜的曲率半径为 200 mm。利用体视显微镜和 CCD 照相机组成的光学系统拍摄不同位置处截面光强图，并将最远距离的图片导入 Math CAD 分析其光强分布，如图 7 和图 8 所示。



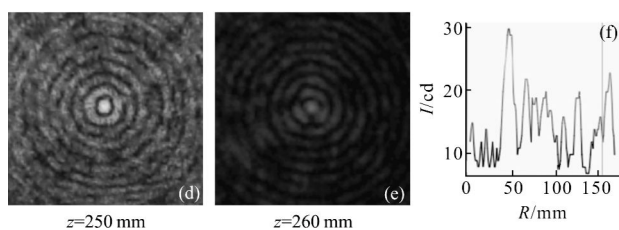


图 7 轴棱锥法实验所得不同位置处的截面光强图

Fig.7 Experimental pictures of section intensity distribution in different positions by axicon

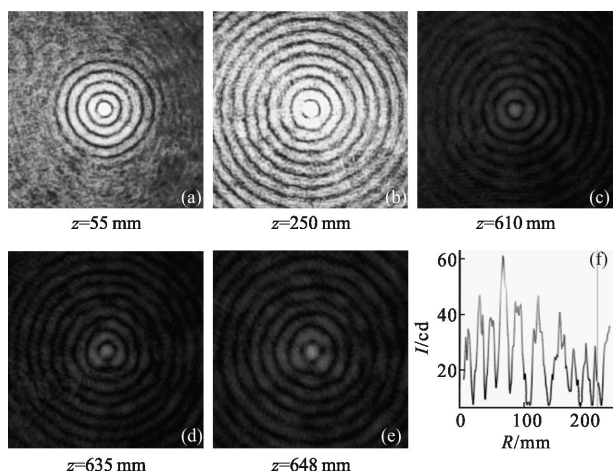


图 8 平凹透镜轴棱锥系统实验所得不同位置处的截面光强图

Fig.8 Experimental pictures of section intensity distribution in different positions by concave lens and axicon system

由图 7 可看出:在轴棱锥前加入平凹透镜后,产生 Bessel 光的无衍射距离约为 648 mm,在  $z=648$  mm 处中心光斑及外围亮环逐渐模糊,无衍射 Bessel 光束结束。

对比图 7 与图 8,发现加入平凹透镜后产生的 Bessel 光束轴向无衍射距离更大,实验结果与理论计算( $z_m=244$  mm,  $z_{m1}=638$  mm)及软件模拟( $z_m=244$  mm,  $z_{m1}=639$  mm)有微小差别,这是由于轴棱锥的加工精度、光路调整和检测精度误差引起的。

## 4 结论

文中在传统轴棱锥法产生 Bessel 光束的原理基础上,参考凹透镜在几何光学上具有的发散效应,设计并模拟了一套可以提高 Bessel 光束质量的光学系统。该系统对传统光路的改动不大,仅仅增加了两个凹透镜,光路简单,但对光束质量的提高十分明显,而且可以根据使用要求设置不同的凹透镜参数,对

光束无衍射距离进行不同程度的增大,对 Bessel 光束聚焦特性要求较高者和较低者都可以使用该光路系统。凹透镜是实验与应用中极其常用的光学元件,获取容易,价格低廉,具有相同高质量的光学元件往往加工困难,价钱昂贵,不利于生产和应用中的普及。该光学系统简单利用了凹透镜的发散特性明显提高了 Bessel 光的光束质量,在实验和生产中拥有较强的实用性,同时该系统对其他拥有“不发散”特性的特殊光束也具有一定的提升作用。

## 参考文献:

- [1] Durmin J. Exact solutions for nondiffracting beams.I.The scalar theory[J]. *J Opt Soc Am A*, 1987, 4(4): 651-654.
- [2] He Xi, Wu Fengtie, Li Pan, et al. Self-reconstruction of high-order Bessel beams generated by green LED light source[J]. *Sci Sin Phy*, 2014, 45(1): 46-54. (in Chinese)  
何西, 吴逢铁, 李攀, 等. 绿光 LED 产生高阶 Bessel 光的自再现[J]. 中国科学, 2014, 45(1): 46-54.
- [3] Fan Dandan, Wu Fengtie, Cheng Zhiming, et al. Reconstruction of incoherent source Bessel beam [J]. *Acta Phys Sin*, 2013, 62(10): 264-269.  
范丹丹, 吴逢铁, 程治明, 等. 非相干光源无衍射光的自重建[J]. 物理学报, 2013, 62(10): 264-269.
- [4] Fahrbach F O, Rohrbach A. Propagation stability of self-reconstructing Bessel beams enables contrast-enhanced imaging in thick media[J]. *Nat Commun*, 2012(3): 632-639.
- [5] Summers M D, Reid J P, McGloin D. Optical guiding of aerosol drop droplets[J]. *Opt Exp*, 2006, 14(14): 6373-6380.
- [6] Ding Z H, Ren H W, Zhao Y H, et al. High-resolution optical coherence tomography over a large depth range with an axicon lens[J]. *Opt Lett*, 2002, 27(4): 243-245.
- [7] Craig Snoeyink, Steve Wereley. Single-image far-field subdiffraction limit imaging with axicon [J]. *Opt Lett*, 2013, 38(5): 625-627.
- [8] Wang Tao, Du Tuanjie, Zhuang Fengjiang, et al. Solid-state Q-switch laser generating pulsed Bessel beam [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, 43 (11): 3505-3509. (in Chinese)  
王涛, 杜团结, 庄凤江, 等. 全固态调 Q 激光器产生脉冲 Bessel 光束 [J]. 红外与激光工程, 2014, 43 (11): 3505-3509.
- [9] Durmin J, Miceli J J, Eberly J H. Diffraction-free beams[J]. *Phys Rev Lett*, 1987, 58(15): 1499-1501.

- [10] Turunen J, Vasara A, Friberg A T. Holographic generation of diffraction-free beams [J]. *Applied Optics*, 1988, 27 (19): 3959–3962.
- [11] Vasara A, Turunen J, Friberg A T. Realization of general nondiffracting beams with computer-generated holograms [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1989, 6(11): 1748–1757.
- [12] Du T J, Wang T, Wu F T. Generation of three-dimensional optical bottle beams via focused non-diffracting Bessel beam using an axicon [J]. *Opt Commun*, 2014, 317:24–28.
- [13] Wu Fengtie, Guo Dongdong, Chen Yunbin, et al. Generation of short pulse and high power non-diffracting beam by active and passive schemes based on axicon [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2007, 15 (11): 1692–1697. (in Chinese)  
吴逢铁, 郭东栋, 陈云彬, 等. 基于轴棱锥用主被动方式产生短脉冲高功率近似无衍射光 [J]. 光学 精密工程, 2007, 15(11): 1692–1697.
- [14] Ma Baotian, Wu Fengtie, Ma Liang. Symmetric approximate non-diffracting Bessel resonator based on double axicons [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2011, 40(2): 258–261. (in Chinese)  
马宝田, 吴逢铁, 马亮. 双锥透镜的对称近似无衍射贝塞尔谐振腔 [J]. 红外与激光工程, 2011, 40(2): 258–261.
- [15] Liu Hua, Lu Zhengwu. The focus diffraction property of axicons illuminated by incident spherical wave [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2005, 34(1): 126–128. (in Chinese)  
刘华, 卢振武. 圆锥透镜对球面入射光的聚焦衍射特性 [J]. 光子学报, 2005, 34(1): 126–128.
- [16] Zhai Zhongsheng, Zhao Bin. Study on property of central spot of non-diffracting beams [J]. *Laser Technology*, 2008, 32(5): 480–483. (in Chinese)  
翟中生, 赵斌. 无衍射光束中心光斑的特性研究 [J]. 激光技术, 2008, 32(5): 480–483.