

旋转相位屏的动态大气湍流数值模拟和验证方法

李 盾, 宁 禹, 吴武明, 孙 全, 杜少军

(国防科学技术大学 光电科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘 要: 利用功率谱反演加次谐波的方法模拟产生了符合 Kolmogorov 统计规律的大气湍流畸变波前相位屏, 重点分析了所生成的相位屏在旋转使用情形下的统计特性, 为后续的相位屏旋转应用实验奠定了理论基础。通过子相位屏组相位结构函数及大气相干长度数值模拟结果与理论值的对比, 对子相位屏组的统计特性进行了验证, 并对模拟结果与理论值存在的差异进行了分析。结果表明, 用功率谱反演加次谐波方法得到的随机相位屏是正确的, 在旋转使用情形下, 子相位屏组的相位结构函数与理论结果整体符合, 但低频成分仍存在较大的偏差, 其大气相干长度模拟计算结果较设计值偏大。

关键词: 旋转特性; 大气湍流; 相位屏; 数值模拟

中图分类号: O439 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201746.1211003

Numerical simulation and validation method of atmospheric turbulence of phase screen in rotation

Li Dun, Ning Yu, Wu Wuming, Sun Quan, Du Shaojun

(College of Optoelectric Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Atmosphere turbulence wavefront distortion phase screen (PS) according with Kolmogorov statistical law was implemented in simulation using power spectrum inversion method with subharmonics, then the statistical properties of generated PS were mainly analyzed in rotation, laying the theoretical foundation for the subsequent PS rotating application experiments. Statistical properties of sub-PSs were verified by comparing the numerical simulation results of phase structure function and atmospheric coherent length with that of theoretical values, the differences between simulated results and theoretical ones were also analyzed. The experiment result shows that the random PS obtained by power spectrum inversion method is correct, when PS is used in rotating situation, the phase structure functions of sub-PSs accord with theoretical results in principle though there is still large deviation in low-frequency component, while the simulated atmospheric coherent lengths are bigger than the theoretical values.

Key words: rotation properties; atmospheric turbulence; phase screen; numerical simulation

收稿日期: 2017-04-10; 修订日期: 2017-05-20

基金项目: 国家自然科学基金(11504424, 61505257, 61378065)

作者简介: 李盾(1994-), 男, 硕士生, 主要从事大气光学及自适应光学方面的研究。Email: dunli94@163.com

导师简介: 杜少军(1972-), 男, 研究员, 博士, 主要从事光束控制及自适应光学方面的研究。Email: d_sj@tom.com

0 引言

光在大气中传输时要经受大气湍流效应的影响,由湍流所带来的相位、光强起伏严重影响了光通讯、跟踪和成像等系统的性能,限制了这些系统的实际应用。研究大气湍流效应对光束传播过程以及光斑扩展和漂移的影响对解决这些问题有着重要的理论和实际意义。

外场试验系统的搭建、调试与维护要耗费大量的时间和金钱;受限于湍流的迅变特性,不同时刻下(若时间间隔大于大气相干时间)获得的湍流试验结果也不具备可比性;再者,每一次试验仅能代表该地点该时刻该气象条件下的湍流分布情况,为了弄清湍流特性,所需进行的试验简直无以计数。因而,虽然外场试验是进行理论验证所必须的关键步骤,却不再适于湍流现象的研究工作。相较而言,利用相位屏在实验室模拟大气湍流,具有其成本较低、占用空间较小、模拟精度较高等优点,为科研人员广泛使用^[1]。

然而,相位屏的传统应用方式只能模拟大气湍流的某一特定状态,要想模拟实际光束传输经历的时变湍流,就要使相位屏运动起来,随时变化。相位屏应以何种方式运动、运动相位屏模拟大气湍流是否符合 Kolmogorov 湍流理论,成为该领域研究的关键问题。为此,国内外学者从不同角度各自做了一些工作:1998年,Dainty 将波前相位展开为方形域上一系列傅里叶变换(Fourier Series:即 FS 方法)的叠加,实现了对时变及空间角度相关湍流较小运算量、较快运算速度的模拟^[2],但其时变仿真过程无法在实验中实现;2008年,Federico Dios 等通过模拟生成无限长相位屏的方式实现了对水平风吹动下大气湍流动态统计特性的模拟,计算了高斯光束经相位屏后的功率谱密度等并同理论值进行了比较^[3],仿真结果符合真实大气湍流,但此方法仅限于计算机模拟,实验系统中不可能具备无限长的相位屏;2015年,谭涛等在湍流模拟实验平台上采用高精度时、空间分辨率哈特曼传感器对同心旋转随机相位屏产生的大气湍流进行了时间特性和空间特性的全面测量^[4],但其仅对 Zernike 多项式法生成的随机相位屏进

行了实验。

为了实现对大气湍流动态变化过程的模拟,文中利用软件仿真了功率谱反演法所得相位屏的旋转使用情形,给出了同心旋转使用等效处理的合理方法。相较无限长相位屏而言,相位屏旋转结构实现简单,便于进行实验。计算得到了相位的结构函数、功率密度谱,通过模拟光束经旋转相位屏的远场传输得到了大气相干长度,并同理论值进行了对比,对相位屏旋转使用是否仍符合 Kolmogorov 湍流理论进行了分析验证。

1 相位屏旋转使用的模拟实现

1.1 初始相位屏的产生

目前已发展出了多种产生湍流随机相位屏的方法,根据相位波前的表达形式,可将这些方法大体分为功率谱反演法和 Zernike 多项式展开法两类^[5]。简单对比功率谱反演法和 Zernike 多项式法:

(1) 功率谱反演法存在低频成分不足的固有缺陷,需采取如增加低频次谐波等方式进行补偿,不过,只要次谐波级数达到一定值(如 4 级)即可对低频不足作出比较完全的补偿^[6];Zernike 多项式法虽不存在低频成分的缺失,但其高频成分总是存在不足,虽然可以通过增加阶数进行改善,但即便设定了很高的阶数,高频成分不足也无法完全消除,而此时的计算量已经很大了^[7]。

(2) 相比 Zernike 多项式法,谱反演法可应用于多种大气湍流谱,如 Kolmogorov 谱、Van Karman 谱、内尺度谱等,而 Zernike 法只能针对 Kolmogorov 谱进行相位屏模拟。

(3) Zernike 多项式法只能生成几何轮廓为圆域的相位屏,谱反演法则可生成几何轮廓为方形的相位屏。相同尺度下,谱反演法生成相位屏的有效面积更大,对相位屏的利用率也更高。

该研究所探索的是方形屏的旋转使用特性,加之考虑所模拟大气湍流谱不应仅局限于 Kolmogorov 谱,应在后续工作中拓展到其他形式谱的研究,故而选择功率谱反演法产生模拟所需相位屏。

生成相位屏时,设定传输波长为 550 nm,相位屏尺度为 512×512,大气相干长度为 0.026 223 m,

模拟 500 m 大气传输带来的相位扰动。采用统计平均方式根据功率谱反演法 (添加 4 级次谐波对低频成分进行补偿) 计算得到初始相位屏 (IPS), 口径为 1.56 m×1.56 m, 其相位起伏分布情况如图 1 所示, 从相位功率谱密度曲线明显可以看出其满足“-8/3”幂律。

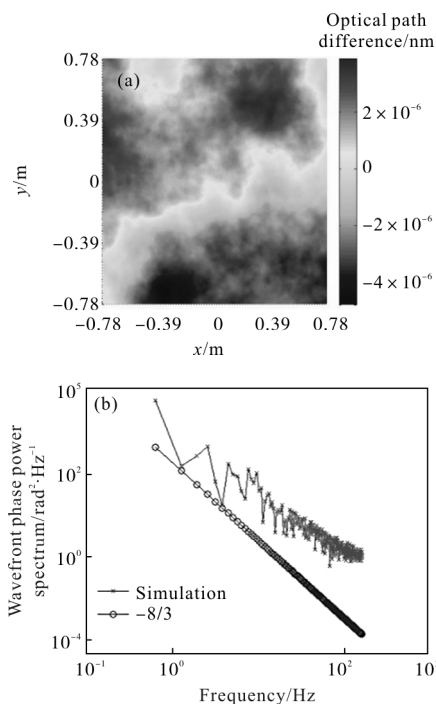


图 1 初始相位屏及其相位功率谱密度曲线
Fig.1 Initial phase screen and its phase power spectrum density curve

采用 Zernike 多项式法计算得到的相位屏示于图 2, 最大径向阶数为 40, 从其功率谱密度曲线可以看出, Zernike 多项式法模拟产生的相位屏对 Kolmogorov 湍流统计理论模拟精度较差, 因而在后续讨论中不再就 Zernike 多项式法产生的相位屏的旋转特性进行分析。

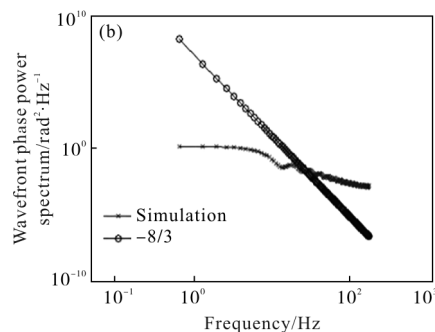
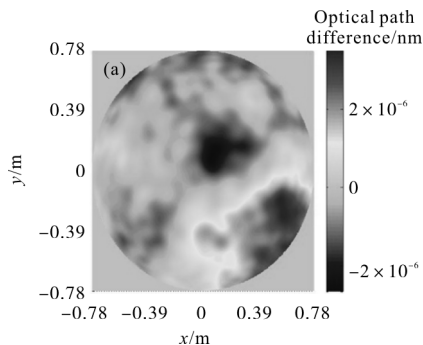


图 2 Zernike 多项式法模拟相位屏及其相位功率谱密度曲线
Fig.2 Phase screen simulated by Zernike multinomial method and its phase power spectrum density curve

1.2 连续旋转的离散采样表示

光束通过旋转相位屏的传播可由图 3 直观描述, 方形边框代表相位屏, 内部矩形代表传输光束, 假设相位屏做逆时针旋转运动。在相位屏给定的前提下, 旋转使用问题中共有三个可控制变量: 光束中心与相位屏中心距离 R , 传输光束尺寸 d 及传输光束所在位置对应的夹角 θ (R 、 d 对应维数值, 非实际长度)。

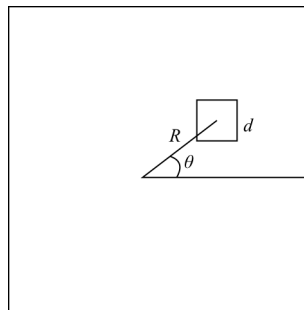


图 3 光束经旋转相位屏传输示意图
Fig.3 Schematic diagram of beam transmission through the rotating phase screen

相位屏的一个旋转周期内, 光束所历经的有效部分对应相位屏内的一条环带, 在观察平面得到的是旋转周期内光束经相位屏后远场传输的长曝光像, 对于任一时刻, 笔者均可通过数值模拟的方法获得其远场传输的短曝光像。由此, 通过选择合理的时间间隔即可用离散的时刻集合对相位屏的一个旋转周期进行准确的表示和描述。

为了进行模拟处理, 将时间域的离散采样转换到空间域上, 选择合适的空间采样间隔 $\Delta\theta$ (传输光束两相邻位置的角度差), 即可用离散的子相位屏

集合代替和描述相位屏旋转周期所对应的环形有效区域。

在传输光束所在位置取大小为 $d \times d$ 的矩形子相位屏。 N_θ 表示角度方向取样点数, R_{\max} 表示光束中心与相位屏中心距离 R 的最大值。为了保证相位屏 IPS 中的像素不会在采样过程中丢失, 即使边缘上的像素也能够一对一地映射到子相位屏内, 应取^[8] $N_\theta = 8R_{\max}$, 对应 512×512 的初始相位屏 IPS, 其角度方向

采样点约为 $8 \times 256 = 2\ 048$ 个。

图 4 示出了 $R=64, 128, 192$ (0.195, 0.39, 0.585 m), $N_\theta=2\ 048, d=32$ (约 0.1 m) 时所提取的子相位屏组结果及其相位功率谱密度曲线, 每子相位屏组中包含 2 048 个子相位屏, 在此仅对每组内第 512 项进行展示, 子相位屏口径为 0.1 m \times 0.1 m。由图中相位功率谱密度曲线可以看到, 子相位屏的低、高频成分仍是比较明显和完备的。

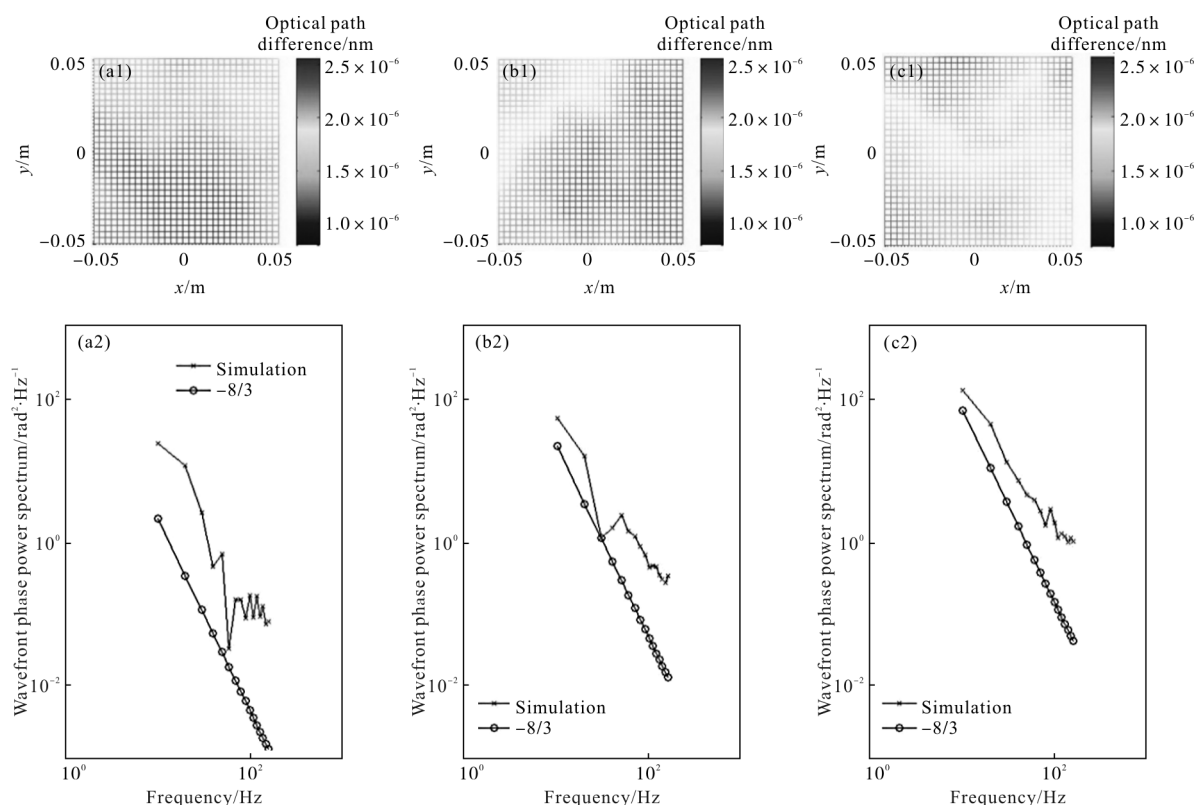


图 4 $R=64, 128, 192$ (0.195, 0.39, 0.585 m) 时第 512 项子相位屏及其对应的相位功率谱密度曲线

Fig.4 512nd sub-phase screens and their corresponding phase power spectra density curve

where $R=64, 128, 192$ (0.195, 0.39, 0.585 m)

2 子相位屏组数值模拟结果的验证

相位结构函数可以对大气湍流相位进行统计描述, 因而可通过计算子相位屏组结构函数来判断其是否符合 Kolmogorov 湍流谱。此外, 大气相干长度 r_0 表征了大气湍流的强弱, 因此, 子相位屏组 r_0 值也可以用来验证其统计特性^[9]。

在验证过程中, 假定大气成像系统是平移不变的, 即大气成像系统是等晕的, 在此假定条件下, 可

认为接收系统全视场内湍流平均效应是相同的^[10]。

2.1 相位结构函数

Fried 给出了 Kolmogorov 湍流所对应的相位结构函数理论表达式^[11]:

$$D_\phi(r) = 6.88(r/r_0)^{5/3} \quad (1)$$

首先对初始相位屏 IPS 的相位结构函数进行计算^[12], 其结果示于图 5。图 5 中灰色部分代表相位结构函数的数值模拟结果, 黑色曲线代表相位结构函数的理论值。从图 5(a) 中可以看出, 当 $r > 0.78$ m

时,IPS 的相位结构函数与理论比较存在着较大的差距,水平及垂直方向结构函数数据点的缺失是造成差距的最主要因素。此外,可以看到灰色部分上数据密集度的分布情况在不同距离 r 处也不相同。在 $r=0.78$ m 附近,数据最为密集,对应的 $D(r)$ 取值范围也最宽;截取图 5(a)中 $0 < r < 0.8$ m 部分即得到图 5(b),由图 5(b)可以看出,对于 $0 < r < 0.8$ m 部分,结构函数的数值模拟结果与理论相比还是比较吻合的。

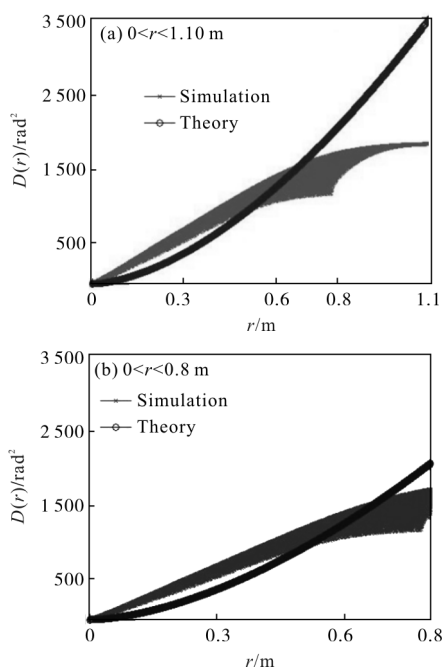


图 5 IPS 相位结构函数与理论值的对比

Fig.5 Structure function of IPS compared with the theory result

关于子相位屏组,将组内所有子相位屏相位结构函数的均值作为子相位屏组的相位结构函数的结果。 $R=64, 128, 192(0.195, 0.39, 0.585$ m)时所得结果示于图 6,子相位屏的口径为 $0.1 \text{ m} \times 0.1 \text{ m}$,考虑到数据点缺失对相位结构函数的影响,在此笔者仅关注 $0 < r < 0.05$ m 部分。

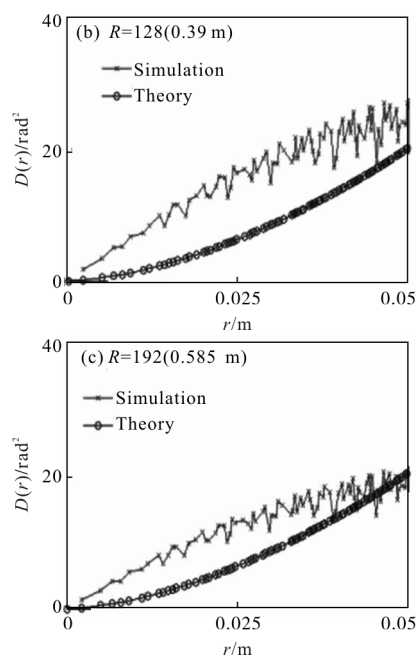
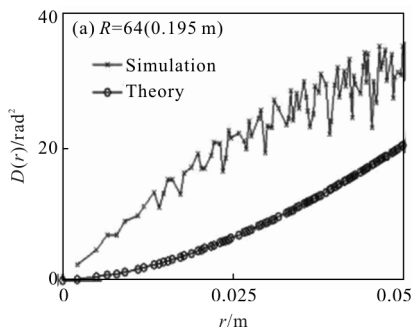


图 6 子相位屏组相位结构函数与理论值的对比

Fig.6 Structure functions of sub-phase screens compared with theory results

2.2 大气相干长度

在此部分验证中,模拟平行光束经子相位屏后的远场传输成像,平行光束的光束口径与子相位屏的口径相同,为 0.1 m ,每一子相位屏的远场传输像均可视为一帧短曝光像,对子相位屏组内全部 2 048 帧短曝光像取平均即可得到与子相位屏组相对应的长曝光像。运用 seelight 仿真软件获取子相位屏组相对应的远场传输长曝光像,该软件基于角谱传输理论^[12-13]来模拟光束传输,由国防科技大学与中国科学院软件所合作开发,具有运算速度快、可即时显示、实时存储等优点。

根据大气光学的相关理论^[14],平面波在湍流大气中传输时,远场瞬时光斑(短曝光像)的大小是光束衍射和湍流光束扩展共同作用的结果,远场瞬时光斑角半径为:

$$\sigma_j = \sqrt{(1.22\beta\lambda/D)^2 + (1.22\lambda/r_0)^2} \quad (2)$$

式中: β 、 λ 、 D 、 r_0 分别为发射光束的光束质量、波长、发射光束直径和大气相干长度。

当考察远场长曝光光斑时,应在公式(2)上再加入发射系统的瞄准误差(σ_j)和湍流对光束的整体倾斜(漂移),由此可得到远场长曝光光斑的角半径为:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_i^2 + \sigma_t^2 + \sigma_j^2} \quad (3)$$

式中： $\sigma_i^2 = 0.184(D/r_0)^{5/3} \cdot (\lambda/D)^2$ ，为整体倾斜方差。在数值模拟过程忽略发射系统的瞄准误差，即 $\sigma_j = 0$ 。

因此，在得到远场长曝光像、计算得出光斑角半径后，可根据公式(3)反推大气相干长度 r_0 。

平行光束的光束孔径为 0.1 m，设光束波长为 550 nm，为了保障远场传输条件成立，设定传输距离为 40 000 m，简单起见，将源场光振幅设为 1。选取 64×64 网格对远场长曝光像进行采样以获取足够多的有效数据点， $R=64, 128, 192(0.195, 0.39, 0.585 \text{ m})$ 时所得远场长曝光像结果示于图 7。

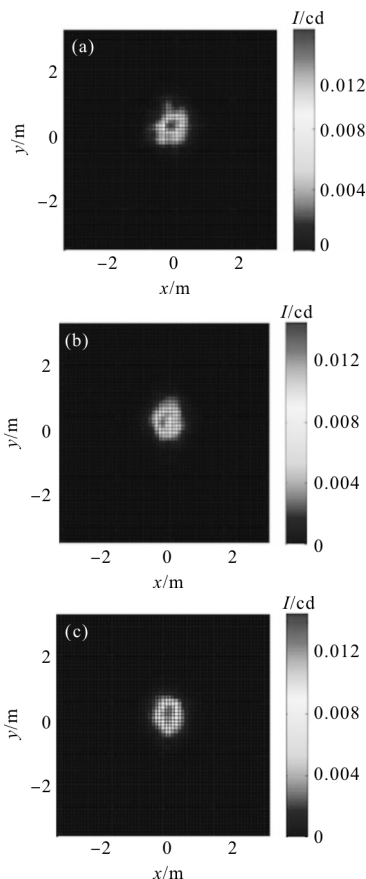


图 7 $R=64, 128, 192(0.195, 0.39, 0.585 \text{ m})$ 时子相位屏组的远场长曝光像

Fig.7 Far field long exposure images of sub-phase screens where $R=64, 128, 192(0.195, 0.39, 0.585 \text{ m})$

在此，首先对初始相位屏 IPS 的大气相干长度进行计算^[15]。对 IPS 而言，仅可得到其远场传输短曝光像，见图 8。

由于初始相位屏 IPS 生成时所输入的 r_0 值较

小，为 0.026 223 m，故而在图 8 中所看到的短曝光像是一系列随机分布的细碎光点的组合。

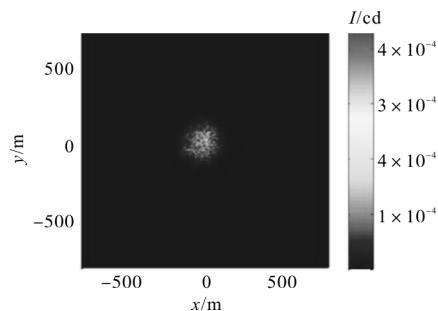


图 8 初始相位屏的远场短曝光像

Fig.8 Far field short exposure image of the initial phase screen

对 IPS 及 $R=64, 128, 192(0.195, 0.39, 0.585 \text{ m})$ 时子相位屏组大气相干长度的计算结果见表 1。

表中，True value 表示数值模拟时预设的理论值，由表 1 可以看出，初始相位屏 IPS 的 r_0 值与理论值十分接近，误差约为 7.79%，子相位屏组的大气相干长度模拟结果与理论值相比也比较接近，但仍存在一定的偏差，误差约 15%。此外，子相位屏组的大气相干长度模拟值与初始相位屏 IPS 的 r_0 值相比偏大，表征子相位屏组所模拟的湍流强度较原始相位屏偏弱。子相位屏作为初始相位屏的一个子部分，其包含的相位信息取值范围有限，相位变化幅度相对初始相位屏偏小，相位起伏相对初始相位屏更为平缓，故子相位屏组所模拟的湍流强度较原始相位屏弱。

表 1 大气相干长度的计算结果

Tab.1 Computation results of the atmospheric coherence lengths

	True value	IPS	$R=64$	$R=128$	$R=192$
r_0/m	0.026 223	0.024 181	0.030 317	0.030 03	0.031 513

3 结束语

文中对初始相位屏及从中所提取子相位屏组的相位结构函数及大气相干长度进行了运算，将数值计算结果同理论值进行了比较，并对数值结果与理论值间存在的偏差进行了分析和解释。数值模拟的

结果表明：子相位屏组的统计特性与 Kolmogorov 湍流理论相比还是比较符合的,但仍存在偏差,提高原始相位屏的模拟精确度有助于子相位屏组模拟结果准确度的提升。

模拟计算所用程序已编成软件函数,可灵活调整参数对各类相位屏旋转使用进行模拟验证,函数稍加修改即可加入现有仿真平台以产生动态相差,为仿真自适应光学系统提供了一种新的湍流生成方式,此外,实验室已购入旋转台及平移台,为相位屏旋转实验做好了准备。对于相位屏旋转使用的问题,其长时间统计特性表明其可以实现对于大气湍流的动态模拟,但如何提升模拟精确度及同心旋转使用情形下,不同位置处线速度不同导致的等效风速不同所引起的湍流时间特性均有待进一步分析研究。

参考文献:

- [1] Wang Qitao, Tong Shoufeng, Xu Youhui. On simulation and verification of the atmospheric turbulent phase screen with Zernike polynomials[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(7): 1907–1911. (in Chinese)
- [2] Dainty C. Fourier-series-based atmospheric phase screen generator for simulating anisoplanatic geometries and temporal evolution [C]// *Optical Science, Engineering and Instrumentation' 97*. International Society for Optics and Photonics, 1998.
- [3] Dios F, Recolons J, Rodríguez A, et al. Temporal analysis of laser beam propagation in the atmosphere using computer-generated long phase screens[J]. *Optics Express*, 2008, 16(3): 2206–2220.
- [4] Tan Tao, Luo Qi, Tan Yi, et al. Measurement of temporal and spatial characteristics of atmospheric turbulence simulated by a rolling phase screen[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2015, 52(8): 080101. (in Chinese)
- [5] Rickenstorff C, Rodrigo J A, Alieva T. Programmable simulator for beam propagation in turbulent atmosphere [J]. *Optics Express*, 2016, 24(9): 10000–10012.
- [6] Ai Yong, Duan Mengyun, Xu Jiejie, et al. LC-SLM laser atmospheric transmission turbulence simulation and communication test [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(10): 3103–3109. (in Chinese)
- [7] Chen Lixia, Hu Xiaochuai, Han Kai, et al. Improvement method for fitting high-frequency phase by Zernike polynomials[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(3): 0314001. (in Chinese)
- [8] Liu Caiyun, Du Yuren. Rotation image registration method based on adaptive polar coordinate transformation [J]. *Journal of Yangzhou University (Natural Science Edition)*, 2011, 14(1): 65–69. (in Chinese)
- [9] Lin Xudong, Liu Xinyue, Wang Shuai, et al. Performance testing of a desk-top 97-element adaptive optical system [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2016, 24(6): 1272–1280. (in Chinese)
- [10] Qu Chang, Cao Zhaoliang, Hu Lifa. Greenwood frequency measurement of atmospheric turbulence by phase difference method[J]. *Chinese Optics*, 2015, 8(1): 121–129. (in Chinese)
- [11] Lu L, Wang Z, Zhang P, et al. Phase structure function and A OA fluctuations of plane and spherical waves propagating through oceanic turbulence [J]. *Journal of Optics*, 2015, 17(8): 1–9.
- [12] Schmidt J D. Numerical Simulation of Optical Wave Propagation with Examples in MATLAB [M]. Washington, USA: SPIE Press, 2010.
- [13] Goodman J W. Introduction to Fourier Optics [M]. 3rd ed. Calgary, Canada: Roberts & Co., Greenwood Village, CO, 2005.
- [14] Majumdar A K. Theory of Free-Space Optical (FSO) Communication Signal Propagation Through Atmospheric Channel [M]//Advanced Free Space Optics (FSO). New York: Springer, 2015: 21–67.
- [15] Wei Peifeng, Lin Xudong, Wang Liang, et al. Simultaneous measurement of atmospheric coherence length [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2016, 24(8): 1840–1845. (in Chinese)