

## 大口径主镜热边界层热控对成像质量影响分析

谭玉凤<sup>1,2,3</sup>, 王继红<sup>1,2</sup>, 任 戈<sup>1,2</sup>, 任晓圻<sup>1,2,3</sup>, 杨欣欣<sup>1,2,3</sup>, 谢宗良<sup>1,2,3</sup>, 贺 璧<sup>1,2,3</sup>

- (1. 中国科学院光电技术研究所, 四川 成都 610209;  
2. 中国科学院光束控制重点实验室, 四川 成都 610209; 3. 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘 要:** 随着望远镜口径的增大, 主镜热惯性增大, 主镜温度相对于环境温度的滞后性引起反射面热边界层形成热湍流波动, 严重影响望远镜成像质量。介绍了一种基于 CFD 仿真和光程差累积的计算方法评估主镜反射面热边界层的湍流波动对成像质量的影响。以 3.0 m 口径的主镜为例, 仿真计算了自然对流下和强迫对流下不同温升的反射面热边界层分布, 将热边界层的流场参数转化成折射率场分布, 采用光程差累积法得到反射面热边界层的成像质量。结果可以定量地描述反射面热边界层对成像质量的影响; 验证了现有天文观测要求主镜反射面与环境温差小于 $\pm 2$  K 的合理性; 同时证明了主镜反射面热控措施使得强迫对流下的光程差比自然对流下的下降了一个数量级, 显著提高了主镜视宁度, 进一步表明反射面热控措施对改善成像质量具有重要意义。

**关键词:** 大口径望远镜; 热边界层; 湍流波动; 主镜视宁度; 成像质量

中图分类号: TH743 文献标志码: A DOI: 10.3788/IRLA201847.1218005

## Effect of thermal control of thermal boundary layer on image quality with large-aperture primary mirror

Tan Yufeng<sup>1,2,3</sup>, Wang Jihong<sup>1,2</sup>, Ren Ge<sup>1,2</sup>, Ren Xiaoli<sup>1,2,3</sup>, Yang Xinxin<sup>1,2,3</sup>, Xie Zongliang<sup>1,2,3</sup>, He Bi<sup>1,2,3</sup>

- (1. Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209, China;  
2. Key Laboratory of Optical Engineering, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209, China;  
3. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** With the increase of the aperture of the telescope, the inertia of the primary mirror increases sharply. Both of the temperature difference with optical surface and ambient air and turbulence fluctuation at thermal boundary layer result in heavy mirror seeing, directly influence the optical quality. A method based on computational fluid dynamics and optical path difference integrated calculation was proposed to evaluate the optical quality due to turbulence fluctuation at thermal boundary layer. To verify this method, the thermal boundary temperature distribution of a 3.0 m aperture primary mirror was simulated and calculated in different temperature warmer optical surface in natural and forced convection, respectively. Then, the temperature field was transformed to be refractive index field by corresponding equations. The optical performance of thermal boundary layer was calculated by optical path difference integration at the refractive index field. The results can quantitatively describe the effect

收稿日期: 2018-07-10; 修订日期: 2018-08-20

作者简介: 谭玉凤(1990-), 女, 博士生, 主要从事光机热耦合方面的研究。Email: tanyufeng13@mails.ucas.ac.cn

导师简介: 王继红(1966-), 女, 研究员, 硕士生导师, 硕士, 主要从事光束控制技术方面的研究。Email: wangjihong19@sina.com

on optical quality from the thermal boundary layer, which has made up for the deficiency of the existing seeing test. Meanwhile, it is verified that the existing astronomical observation requires the temperature difference between the primary mirror and the ambient air less than 2 K. The primary mirror thermal control system makes the optical path difference in forced convection decrease by an order of magnitude than that in the natural convection, which significantly improves the primary mirror seeing. Furthermore, it is indicated that the thermal control at optical surface is of great significant to improve the image quality.

**Key words:** large-aperture telescope; thermal boundary layer; turbulence fluctuation; primary mirror seeing; image quality

## 0 引言

望远镜的集光能力和分辨率随着口径的增加而显著提高。随着望远镜口径的增大,主镜的热惯性增大,主镜温度相对于环境温度的滞后性和主镜内部的温度梯度越发明显,影响望远镜反射面面形精度;另一方面,主镜外表面接触的热环境更加复杂,反射面与环境的温差引起反射面热边界层形成强烈的热湍流波动,造成折射率场紊乱,严重影响成像质量<sup>[1]</sup>。

为了减小热环境对主镜的影响,常见的方法为选择低膨胀系数、高强度的材料,并采用轻量化镜或拼接镜的方式降低主镜的热惯性,加快主镜的热响应,降低热环境对主镜反射面面形精度的影响。同时,主动热控措施<sup>[2]</sup>,如主镜背部蛇形铜管、空气喷嘴阵列、反射面的风扇等,加快主镜和外界换热,有效地带走了主镜的残余热,保证望远镜工作时的反射面的面形精度。但这些措施不足以控制大口径反射面热边界层的湍流波动,保证主镜工作时有稳定的折射率场,进而有稳定的成像质量。

从 20 世纪 70 年代开始,科学家们对望远镜的热边界层做了相关实验研究。Lowne<sup>[3]</sup>系统地研究了主镜热边界层对成像质量的影响,反射面上方的强迫层流可以有效地减小视宁度,但所测结果是所有视宁度和反射面面形的总和。David<sup>[4]</sup>研究了热边界层的参数分布和对光程差的影响,并想用此估算大口径主镜热边界层湍流波动引起的光程差。Barr<sup>[5]</sup>和 M. Iye<sup>[6]</sup>分别测试了 1.8 m 和 62 cm 的主镜,利用风机产生掠过反射面的强迫对流,保证主镜视宁度。M. Iye 在 Barr 的基础上研究了主动光学的影响。以上所有的实验均是在封闭的实验室里完成的,

所测得的参数与实验结果有细微的差距。实验所取得的温度参数能一定范围地表征主镜视宁度,但所测的成像质量参数未能精确得到各部分对成像质量参数的影响,同时,目前并没有完善的算法定量计算或成像设备精确测得温度滞后的反射面热边界层对成像质量的影响。文中基于计算流体力学(CFD)仿真和光程差累积方法构建了一种评估成像质量的方法,并用该方法分别仿真计算了自然对流和强迫对流下不同温升的主镜反射面热边界层湍流对成像质量的影响。

## 1 理论基础及模型介绍

### 1.1 热边界层守恒方程

文中基于 CFD 仿真和光程差累积法求解光束通过反射面热边界层的成像质量。CFD 主要基于有限体积法对流体力学相关参数进行求解。流体力学受流动控制方程的支配,包括质量守恒定律、动量守恒定律和能量守恒定律<sup>[7]</sup>。具体如公式(1)~(3)所示:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \text{div}(\rho U) = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial U}{\partial \tau} + \eta \nabla^2 U + \nabla P = 0 \quad (2)$$

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial \tau} - \lambda \nabla^2 T + \rho C_p U \nabla T = 0 \quad (3)$$

式中: $\tau$ 、 $\rho$ 、 $P$ 、 $C_p$ 、 $\lambda$ 、 $T$  分别代表流体时间、流体的密度、压力、比热容、导热系数和温度; $U$  代表流场的速度。以上公式是针对牛顿流体得出的。

### 1.2 光波在大气中的传播

反射面热边界层引起的主镜视宁度如图 1 所示。主镜反射面在白天被空气和太阳辐射加热后,到夜间与环境有一定的温差,反过来加热反射面上方

的空气。被加热的空气密度降低,受热上浮,形成湍流扰动。一束平行光透过热边界层,经过反射面反射,二次穿过热边界层,光束相位会发生变化,形成新的波前。

显然,加热后的空气折射率的分布和光束相位分布均与时间特性密切相关。对于白天工作的望远镜,环境温度变化剧烈,特别是日出和日落时;同时,主镜吸收太阳热辐射,通过对流传热影响主镜反射面上方的空气并形成紊乱的热边界层,折射率场的空间和时间分布不确定性极大。对于夜间观测的望远镜,夜间的热环境随时间变化缓慢,在一定时刻以后,空气折射率场的空间分布将趋于某一亚稳态,通过热边界层后的光斑分布趋于某一特定形态。

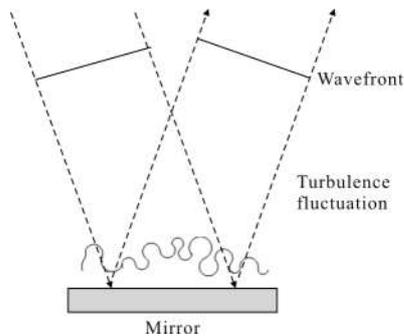


图 1 自然对流下反射面的湍流与波前示意图  
Fig.1 Diagram of turbulence effect and wavefront at natural convection

热边界层对光学成像质量的影响可以用光束在光学路径上的光程差(OPD)表示<sup>[9]</sup>。对于反射面上方的热边界层,湍流波动随时间变化缓慢,则热边界层的温度场假设为一亚稳态场,即在某一时间间隔  $\Delta\tau$  内,热边界层的温度场仅是位置的函数,不随时间变化。对于某一反射面热边界层,光程差为:

$$OPD_k = \int_L \Delta n(x,y,z)dl \quad (4)$$

式中: $\Delta n(x,y,z)$ 为相对折射率; $L$ 为光束传输路径。在 CFD 数值计算中,需要将公式(4)进行离散化。首先将 CFD 计算出的流场参数(如单元温度、速度和湍流)导出,进而用这些参数求得光线通过流场后的光程差。而 CFD 计算网格将流场分成很多单元,光束以一定方向入射,逐个穿过这些单元,在每一格单元内折射率均匀,并产生一定的光程差,叠加后即可得到光线穿过流场后的总光程差。则每一光线的积

分可以转化为:

$$OPD_k = \int_L \sum \Delta n(x',y',z')dl \quad (5)$$

流场的折射率变化与流体的密度  $\rho$  直接相关,可以用 Gladstone—Dale 函数<sup>[9]</sup>表示:

$$n=1+K_{GD}\rho \quad (6)$$

式中: $K_{GD}$ 为 Gladstone—Dale 常数,随波长  $\lambda(\mu\text{m})$  的变化如公式(7)所示:

$$K_{GD}(\lambda)=2.23 \times 10^{-4} \left( 1 + \frac{7.52 \times 10^{-3}}{\lambda^2} \right) \quad (7)$$

由理想气体的状态方程  $P=\rho RT$  和伯努利方程  $P_0=P+\frac{1}{2}\rho_0 U^2$  同时得出:

$$\rho = \frac{1}{RT} \left( P_0 - \frac{\rho_0 U^2}{2} \right) \quad (8)$$

式中: $R$ 为气体常数  $287.6 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ 。

根据公式(6)~(8)得到相对折射率为:

$$\Delta n = K_{GD}\rho \frac{2.23 \times 10^{-4}}{RT} \left( 1 + \frac{7.52 \times 10^{-3}}{\lambda^2} \right) \left( P_0 - \frac{\rho_0 U^2}{2} \right) \quad (9)$$

### 1.3 仿真步骤

基于以上方法计算反射面湍流波动对光束质量影响的流程如图 2 所示。首先根据主镜和外部热环境将所有参数导入 CFD 中仿真,求得反射面上方热边界层的流场参数;然后根据光束传输路径,将路径上的温度场和速度场代入公式(9)中,求得传输路径上的折射率波动,再根据公式(4)求得不同光线在传输路径上的光程差;并根据所得的光程差,经过傅里叶变换求得所需的光束质量,如波面畸变、点扩散函数及光学传递函数等。

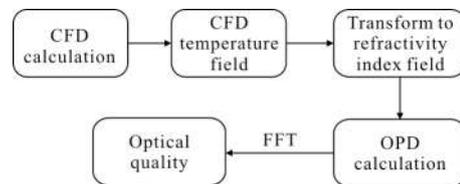


图 2 光束质量评价流程图

Fig.2 Flow chart of optical quality criteria

## 2 仿真及分析

### 2.1 主镜及热边界条件

文中所研究的大口径望远镜采用经典的卡塞格林光学系统,其主光路图如图 3 所示,即主镜反射面

轮廓为抛物面。主镜口径 3.0 m,  $f/1.5$ , 中间孔直径 470 mm, 材料为熔石英, 并在背部设计有蜂窝状轻量化孔, 有效地减小主镜的重力学惯性和热惯性。

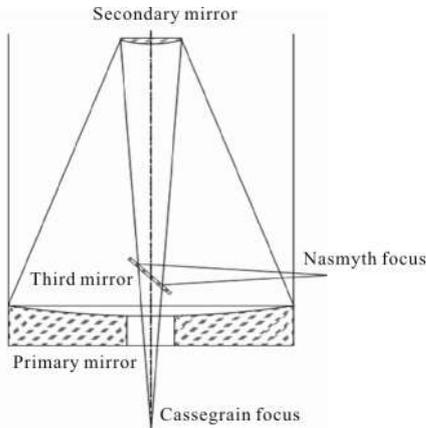


图 3 卡塞格林系统示意图

Fig.3 Cassegrain system diagram

对于几乎轴对称的主镜结构, 文中采用 2D 模型对反射面热边界层进行仿真求解。为了简化模型的计算量, 主镜采用 30 mm 厚度的薄型镜进行仿真<sup>[10]</sup>。选取光轴为流体域的中心边界, 主镜外边沿为流体域的外边界, 主镜反射面为流-固耦合边界。对于流体域高度的选取, 一方面, 流体域要足够高, 保证热湍流充分发展; 另一方面, 热边界层网格单元要足够小, 保证单元尺寸不会对热边界层的计算精度产生影响。首先对模型初步仿真, 综合考虑计算精度和 CPU 成本, 将流体域高度设置为 500 mm, 即 500 mm 以上的湍流波动对 OPD 产生的影响忽略不计。将热影响域的条件参数基于 CFD 理论模型进行简化, 导入 FLUENT 软件进行仿真计算。计算的参考温度 300 K, 流体压力 1 atm ( $1 \text{ atm} = 1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$ )。仿真中采用的模型和边界条件如表 1 所示<sup>[11]</sup>。需要注意的

表 1 CFD 模型参数及边界条件

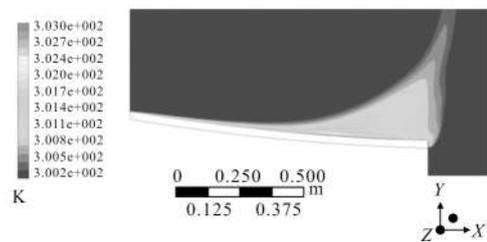
Tab.1 Models and boundary conditions of CFD

Model	Setting
Analysis type	Pressure-based steady state
Heat transfer model	Energy on
Turbulence model	SST $k-\omega$
Fluid-solid interface	Conjugate heat transfer
Fluid area	Incompressible ideal gas
Solid area	Fused silica
Outer surface boundary	Natural convection

是, 该仿真是基于稳态分析的, 实际的自然对流下的流场参数波动是一个动态过程。如果热边界层的湍流时间尺度比观测时间长, 则可以用稳态分析, 否则用瞬态仿真。

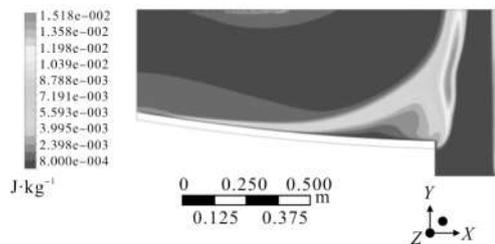
## 2.2 自然对流下的成像质量

为了模拟反射面升温对热边界层的影响, 在反射面, 即流固耦合面, 每隔 0.5 K 的温升仿真一次。所有流体域边界均是基于压力分析的, 在重力驱动下, 空气受热上浮, 湍流、速度和温度均产生波动。在仿真中, 随着反射面温度的升高, CFD 计算的连续性收敛效果降低, 温度波动剧烈。剧烈的温度波动引起剧烈的湍流波动, 其湍流能量平均在  $10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}^2$  量级。图 4 展示了自然对流下反射面升温 3 K 的流体域的温度场和湍流场。不同反射面温升计算出的所有流场参数分布趋势一致。热扰动主要集中在反射面靠中心孔位置, 此处的空气与外界环境相对接触面积小, 热交换率低; 同时, 此处所处位置较低, 容易形成温度波动。反射面中间区域属于观测主要成像区, 反射面的热扰动严重影响了成像质量。



(a) 温度场

(a) Temperature field



(b) 湍流场

(b) Turbulence field

图 4 自然对流下反射面升温 3 K 的流体域 CFD 温度场和湍流场

Fig.4 Temperature and turbulence field at optical surface, which is 3 K warmer than ambient air at natural convection

自然对流下,空气上浮引起的湍流速度均小于 1 m/s,压力波动小于 10 Pa<sup>[2]</sup>。在参考温度下,速度和压力对  $\Delta n$  的影响均比温度对  $\Delta n$  的影响小两个数量级,因此,OPD 计算时只考虑温度对  $\Delta n$  的影响。主镜反射面接收无穷远处来的平行光,再将该光束反射到次镜上,光束两次经过热边界层。考虑到热边界层厚度一般在毫米量级,光束穿过热边界层被假设为垂直入射,垂直反射。只选取垂直入射时的光束作为计算。

计算 OPD 时,采用 Matlab 将径向坐标有序排列,采用格子模型计算 632.8 nm 波长的光束沿径向分布的 OPD。具体分布如图 5 所示。在反射面靠内侧,剧烈的湍流波动引起较大的 OPD,严重影响光学成像;随着反射面温升的增加,图像质量破坏越严重,但总体趋势一致。在望远镜成像时,有效口径不包括反射面的内外边沿,取 0.3~0.85 R 为反射面的有效口径,计算热边界层引起的波前分布,具体分布如表 2 所示<sup>[13]</sup>。随着反射面温升的增加,RMS 几

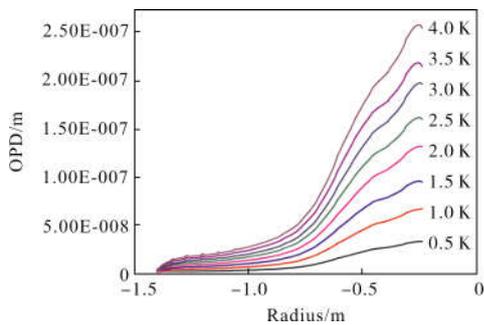


图 5 自然对流下反射面温升引起的 OPD 分布  
Fig.5 OPD distributions by warmer surface at natural convection

表 2 反射面有效口径内的波前 RMS

Tab.2 Wavefront RMS of optical surface effective aperture

Temperature difference/K	RMS/m	RMS/ $\lambda$	Strehl ratio
0.5	7.97 E-09	1/79.38	0.99
1.0	1.60 E-08	1/39.55	0.97
1.5	2.35 E-08	1/26.98	0.94
2.0	3.16 E-08	1/20.41	0.91
2.5	3.89 E-08	1/16.27	0.85
3.0	4.63 E-08	1/13.68	0.79
3.5	5.31 E-08	1/11.92	0.72
4.0	6.12 E-08	1/10.35	0.63

乎呈线性上升,Strehl 比呈抛物线下降。综合图 5 和表 2 数据,自然对流下波前 RMS  $\lambda/20$  对应自然温升 2.0 K,与现有夜间天文观测时主镜视宁度要求反射面与环境温差小于 2 K 相吻合,间接证明了该计算方法和 CFD 边界条件处理的正确性。

### 2.3 强迫对流下的成像质量

现有的圆顶内的空调措施只能将望远镜温度调节到前一天夜间等温,不能保证所有的观测时段主镜与环境温差小于 2 K。因此,必须加入强迫对流的主动热控方案降低热边界层湍流波动,保证主镜视宁度。

为了减小主镜视宁度的影响,国内外大口径望远镜均采用了有效的主动热控措施,加强主镜和外界环境的热交换,降低主镜与环境的温差,减小反射面上方的热边界层厚度。所采用的强迫对流主动热控方案如图 6 所示。反射面上边沿的进气腔和中心孔底部的轴流电机共同作用,在主镜反射面上方形成速度和温度严格可控的均匀热边界层,有效地带走热边界层的湍流气泡,保证主镜视宁度。将强迫对流主动热控方案的边界条件导入 FLUENT 仿真中,其参数为反射面上方 50 mm 高处加入 50 mm 厚、速度 4 m/s、与环境温度等温的气体掠过反射面,轴流风机设置为负压出口,其余流体域界面均为压力出口。

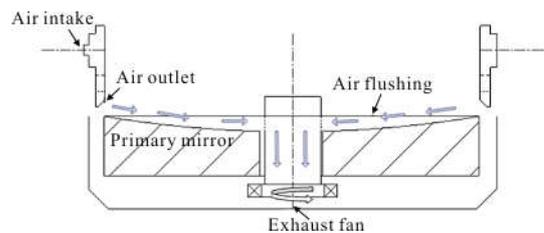
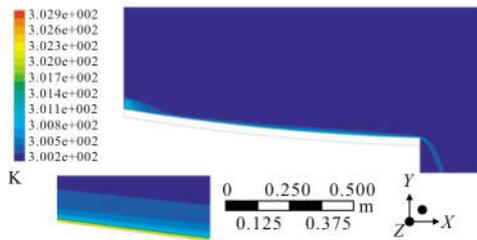


图 6 主镜反射面主动热控系统

Fig.6 Active thermal control system at optical surface

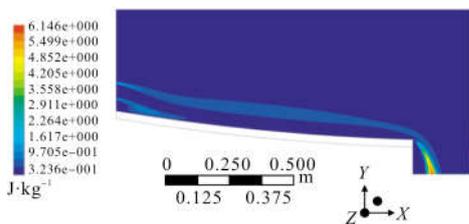
为了模拟强迫对流下反射面升温对热边界层域的影响,在反射面每隔 0.5 K 温升求得热边界层流场参数的分布。在反射面加入强迫对流热控系统,选取 0~4 K 的反射面温升计算在强迫对流下的热边界层对成像质量的影响。对于大于 4 K 甚至 3 K 的大口径主镜反射面,一方面,主动热控措施和圆顶内的空调措施会保证主镜反射面与环境的温差小于 4 K,另一方面,对于反射面温升大于 4 K 的主镜,主镜反

射面衍缝效应严重, 内部温度梯度引起的反射面热变形大于  $\lambda/8$ , 反射面不能满足望远镜观测需求, 此时只控制反射面热边界层对于成像质量的提高没有意义。与自然对流相比, 反射面在同样温升的条件下, CFD 的收敛性有明显的提高, 反射面不同温升下的强迫对流对热边界层得到了明显的控制, 热边界层温度波动明显减小, 只在速度层上方有较小条状的湍流。中间孔出口处的剧烈湍流在实际中不会出现。反射面外边沿的温度和湍流波动不在成像的有效区域, 不影响望远镜成像。同样, 随着反射面温度的增加, 热边界层厚度增大, 但所有流场参数分布趋势一致。图 7 展示了强迫对流下反射面温升 3 K 时流体域的温度场和湍流场。



(a) 温度场

(a) Temperature field



(b) 湍流场

(b) Turbulence field

图 7 强迫对流下反射面温升 3 K 的流体域 CFD 温度场和湍流场

Fig.7 Temperature and turbulence field at optical surface, which is 3 K warmer than ambient air at forced convection

忽略速度和压力的影响, 计算温度波动对 OPD 的影响, 反射面不同温升引起的热边界层 OPD 分布如图 8 所示。在有效口径区, 反射面的 OPD 分布均匀, 没有明显的波动。随着反射面温升的加大, OPD 分布具有良好的一致性。与自然对流相比, 强迫对流下的 OPD 下降了一个数量级。计算有效口径范围内

的热边界层引起的波前 RMS, 具体分布如表 3 所示。在温升 4 K 内, RMS 均小于  $\lambda/100$ , 对望远镜成像质量的影响几乎可以忽略不计。从图 8 和表 3 可以看出, 反射面有效口径内的光束质量得到了明显改善, 几乎对光束质量没有影响, 明显减小了主动光学系统校正难度。在实际系统中, 热控系统出风口压力和轴流风机转速会有一定波动, 但是波动的影响仍在观测要求范围以内。

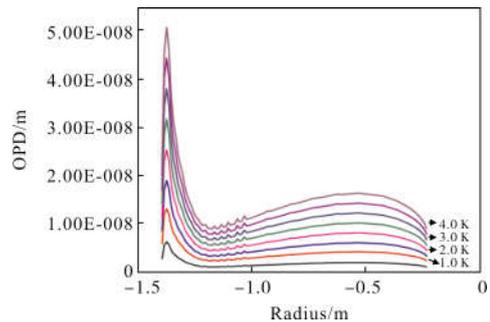


图 8 强迫对流下反射面温升引起的 OPD 分布

Fig.8 OPD distributions by warmer surface at forced convection

表 3 反射面有效口径内的波前 RMS

Tab.3 Wavefront RMS of optical surface effective aperture

Temperature difference/K	RMS/m	RMS/ $\lambda$
0.5	3.13 E-10	1/2021.73
1.0	6.42 E-10	1/986.13
1.5	9.40 E-10	1/673.54
2.0	1.25 E-09	1/505.12
2.5	1.57 E-09	1/404.09
3.0	1.88 E-09	1/336.73
3.5	2.19 E-09	1/288.62
4.0	2.51 E-09	1/252.51

### 3 结论

文中基于 CFD 仿真和光程差累积计算方法评估了主镜反射面热边界层对成像质量的影响。首先根据主镜和所处热环境建立了 CFD 仿真计算模型, 其次分别分析了自然对流和强迫对流下的不同温升的反射面热边界层的流场分布, 得出了实验难以测得的温度、速度、湍流等参数, 并采用光程差累积法计算了反射面热边界层对成像质量的影响, 验证了

现有天文观测要求主镜反射面与环境温差小于 $\pm 2$  K 的合理性;同时证明了主镜反射面有效的热控措施使得 OPD 与自然对流相比下降了一个数量级,显著提高了主镜视宁度;进一步表明主镜强迫对流热控措施对抑制热边界层湍流波动、改善成像质量具有重要意义。

参考文献:

- [1] Bely P Y. The Design and Construction of Large Optical Telescopes [M]. New York: Springer, 2003.
- [2] Liu Xiangyi, Zhang Jingxu, Wu Xiaoxia, et al. Design and principle of the primary mirror thermal control system for large ground-based telescope [J]. *Laser and Infrared*, 2014, 44(8): 841-845. (in Chinese)  
刘祥意, 张景旭, 吴小霞, 等. 地基大口径望远镜主镜热控的设计原则及方式[J]. 激光与红外, 2014, 44(8): 841-845.
- [3] Lowne C M. An investigation of the effects of mirror temperature upon telescope seeing [J]. *Astron Soc Pacific*, 1979, 188: 249-259.
- [4] Johnson D C. Boundary layer control for large optics [C]//SPIE, 1989, 1047: 174-183.
- [5] Barr L D, Fox J, Poczulp G A, et al. Seeing studies on a 1.8 m mirror [C]//SPIE, 1990, 1236: 492-506.
- [6] Iye M, Noguchi T, Torii Y, et al. Evaluation of seeing on a 62-cm mirror [J]. *Astron Soc Pacific*, 1991, 103: 712-722.
- [7] Anderson J, Dick E, Degrez G, et al. Computational Fluid Dynamics: An Introduction [M]. New York: Springer, 2009.
- [8] Liu Yangyi, Gu Naiting, Rao Changhui. Quantitative evaluation on internal seeing induced by heat-stop of solar telescope [J]. *Optics Express*, 2015, 23 (15): 19980-19995.
- [9] Gladstone L H, Dale T P. Researches on the refraction, dispersion and sensitiveness of liquids [J]. *Phil Trans Royal Soc*, 1863, 153: 317-343.
- [10] Tan Yufeng, Wang Jihong, Ren Ge, et al. Equivalent analytical calculation of the temperature field of the lightweighted primary mirror for large -aperture telescope [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2017, 29(6): 061001. (in Chinese)  
谭玉凤, 王继红, 任戈, 等. 大口径轻量化主镜的温度场等效模型理论计算 [J]. 强激光与粒子束, 2017, 29(6): 061001.
- [11] Zhang Kuo, Chen Fei, Li Ruolan, et al. Analysis on thermal performance of output window in high power CO<sub>2</sub> laser [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 46(2): 0202005. (in Chinese)  
张阔, 陈飞, 李若澜, 等. 大功率 CO<sub>2</sub> 激光器输出窗口热性能分析[J]. 红外与激光工程, 2017, 46(2): 0205005.
- [12] Sun Yunqiang. Study on the thermal blooming of beam propagation in the inner channel [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2011. (in Chinese)  
孙运强. 激光内通道传输的气体热效应研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2011.
- [13] Ma Haojun, Wang Guolin, Chen Dejiang, et al. Experimental study on aero-optical transmission effect of infrared window in aerothermal environment [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 46 (9): 0904001. (in Chinese)  
马昊军, 王国林, 陈德江, 等. 热环境条件下红外窗口气动光学传输效应实验研究 [J]. 红外与激光工程, 2017, 46 (9): 0904001.