

基于 BOS 技术的气动光学流场传输效应成像偏移校正方法研究

丁浩林, 易仕和, 吴宇阳, 张 锋, 何 霖

(国防科学技术大学 航天科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘 要: 高速成像制导导弹在大气中飞行时, 受到气动光学效应的影响, 目标成像位置与其实际位置之间出现偏差。实现对气动光学效应成像偏移校正, 对于提高制导精度意义重大。气动光学效应成像偏移具有很强的随机性和非线性, 校正起来十分困难。通过利用背景纹影技术测量光线穿过变折射率场后的光线偏移量, 建立畸变图像与参考图像之间的控制点对, 采用局部加权平均拟合方法构建用于图像校正的映射函数, 利用双三次卷积方法对图像灰度值进行重采样处理, 完成对畸变图像的校正。分别对固定相位物(透镜)和喷流马赫数 3.0 的超声速气膜引起的成像偏移进行校正, 实验结果验证了校正方法的有效性。

关键词: 成像偏移校正; 气动光学; 背景纹影; 本征正交分解; 互相关
中图分类号: V19 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201847.0418003

Investigation on correction method of aero-optical transmission effects imaging deviation based on BOS technique

Ding Haolin, Yi Shihe, Wu Yuyang, Zhang Feng, He Lin

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: When high-speed imaging guidance missile was flying in the atmosphere, which was affected by aero-optical effect, and then the imaging target position was different from the actual position. It was difficult for aero-optical imaging deviation to be corrected, due to the very strong random and nonlinear characteristic. The deviation of light rays passing through a variable refractive index field was measured based on Background Oriented Schlieren (BOS), the control points between the distortion image and reference image (undistorted image) were built, local weighted mean fitting method was adopted to construct the mapping function for the image correction, and bi-cubic convolution method was used to resample the image gray value, the distortion images were corrected at last. The imaging deviations caused by the stationary phase (lens) and the jet Mach number 3.0 supersonic film were corrected partly, and the validity of the correction method is confirmed by the experimental results.

Key words: imaging deviation correction; aero-optic; proper orthogonal decomposition(BOS); POD; cross-correlation

收稿日期: 2017-11-07; 修订日期: 2017-12-03

基金项目: 国家重大仪器研制项目(11527802); 国家自然科学基金(11172326)

作者简介: 丁浩林(1990-), 男, 博士生, 主要从事航天气动光学方面的研究。Email: dinghaolin_gfkd@foxmail.com

导师简介: 易仕和(1965-), 男, 教授, 博士生导师, 博士, 主要从事航天气动光学与成像制导技术等方面的研究。

Email: yishihe_gfkd@foxmail.com

0 引言

高速成像制导导弹在大气中飞行时,其光学头罩周围的复杂流场结构会引起目标图像的偏移、抖动和模糊,即气动光学效应,并最终影响对目标的识别精度^[1-3]。气动光学效应导致的目标图像偏移对于飞行器的导航、定位以及寻的影响巨大。由于高速流场产生的像偏移将影响飞行器的瞄准精度,引起飞行器对瞄准点的命中误差^[4]。因此,对气动光学效应引起的成像偏移进行校正意义重大。

1999年,Meier在其申请的专利中首次正式提出背景纹影(Background Oriented Schlieren, BOS)技术^[5]。2002年,Meier在 *Experiments in Fluids* 期刊中对 BOS 技术做了更为全面的介绍^[6]。BOS 技术相比于干涉方法更为方便快捷,相对于传统纹影/阴影结果定量,所以自提出之后,受到诸多学者的关注,并且仍处于不断发展之中^[7]。目前, BOS 技术主要应用于流场的密度测量、流动可视化、温度测量、气动光学波前测量和光学系统传递函数测量等领域^[6,8-11]。2010年,易仕和等利用 BOS 技术首次对超声速混合层的气动光学畸变和抖动进行研究,证明了 BOS 技术在获取气动光学畸变信息方法的可靠性^[12],成为文中基于 BOS 技术进行气动光学畸变校正的技术起点。

BOS 技术可以有效地实现对导致光线偏折的折射率场信息的测量,通过记录预先设计的随机背景点阵在有无畸变场情况下的结果,利用互相关算法,可以获取每个查问区对应的位移结果,而这些位移正是折射率场导致的光线偏折的反映。结合高精度互相关计算方法,基于 BOS 技术获取的气动光学畸变位移信息可以达到亚像素精度^[12]。文中基于 BOS 技术获取的畸变场位移信息,构建畸变前后图像之间的控制点对,考虑到气动光学畸变非线性较强的特点,采用局部加权平均表面拟合方法构建畸变前后图像之间的映射函数,最后利用双三次卷积法对图像灰度值进行重采样处理,完成对畸变图像的校正。

1 基本原理

1.1 技术路线

如图 1 所示,利用 BOS 技术获取导致成像偏移

的畸变场的畸变信息,这种畸变信息主要通过利用互相关算法计算有无畸变场情况下分别拍摄到的随机背景点阵获得,以位移场的形式呈现。互相关计算中的峰值点代表了该查问区内随机点的平均位移。所有查问区的计算结果最后组成了一个完整的位移分布图。

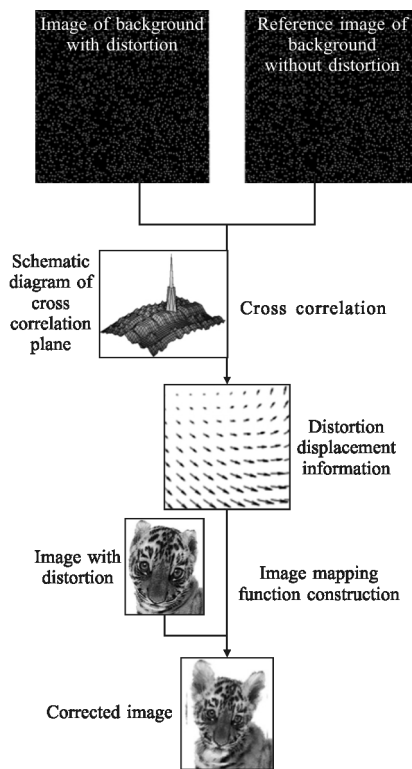


图 1 基于 BOS 技术的光学畸变校正原理图

Fig.1 Schematic diagram of optical distortion correction method based on BOS technique

在确定互相关计算的查问区尺寸以及步长后,假设在计算区域内获得了 N 个查问区,则可以获得这 N 个查问区相应的位移结果 $(\Delta x_i, \Delta y_i), i=1, \dots, N$ 。假设畸变情况下这 N 个查问区中心点坐标为 (x_i, y_i) ,那么存在无畸变情况下这 N 个查问区中心点坐标为 $(X_i, Y_i)=(x_i-\Delta x_i, y_i-\Delta y_i)$,从而获取了图像畸变校正所需的 N 个控制点信息。另外,通过选取不同的步长可以获得不同的查问区数量,如果步长减半理论上查问区数量加倍,即控制点数量加倍。无畸变图像中的像点 (x, y) 和存在畸变图像中的像点 (X, Y) 构成一对控制点,通过构建 $X=f(x, y)$ 和 $Y=g(x, y)$ 两个映射函数,结合双三次卷积法对校正后的结果进行灰度重

采样,实现对畸变图像的校正。

下面在利用 BOS 技术获取畸变场信息和构建映射函数两方面作详细分析。

1.2 BOS 技术

BOS 技术原理简单,配置简约,成本低廉,是一种新型光学测量手段。简单来说,透过变折射率场观察随机背景点阵,背景点阵会发生偏移现象,BOS 技术正是通过对有无流场干扰的背景点阵图像进行互相关计算,获取光线穿过流场后两个方向的位移量,该位移的大小与方向与垂直光线传播方向上的折射率分布有关,由此获取流场的折射率或密度分布等定量信息^[5]。

如图 2 所示,在待测流场区域后方放置一幅随机背景点阵图像。当流场区域不存在扰动时,流场折射率分布均匀,光线通过流场区域时方向并不会发生变化(图 2 中实线所表示的光路)。当流场区域存在流动时,流场中密度空间分布的不均匀直接导致流场中折射率空间分布的不均匀,光线穿过流场区域时会发生偏折(图 2 中虚线所表示的光路)。由纹影原理可知,光线经过这个流场区域后的总偏折角为:

$$\varepsilon = \int_{z_0}^{z_0+W} \frac{1}{n} \frac{dn}{dz} dz \quad (1)$$

式中:W 为光线通过的流场区域宽度。

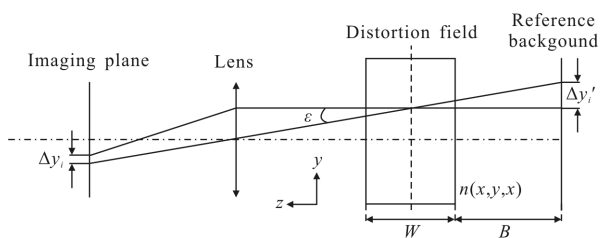


图 2 BOS 技术光路原理

Fig.2 Schematic diagram of light path of BOS technique

事实上,光线在 x,y 两个方向都会发生偏折,光线的总偏折角可以表示为:

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \int_{z_0}^{z_0+W} \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial x} dz \\ \varepsilon_y = \int_{z_0}^{z_0+W} \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial y} dz \end{cases} \quad (2)$$

对于大多数情况,光线偏折角很小,满足小角度近似,可得:

$$\begin{aligned} \Delta x_i' &= -m\Delta x_i = -(B+0.5W) \int_{z_0}^{z_0+W} \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial x} dz \\ \Delta y_i' &= -m\Delta y_i = -(B+0.5W) \int_{z_0}^{z_0+W} \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial y} dz \end{aligned} \quad (3)$$

公式(3)证明当 BOS 系统参数,即(B+0.5W)未发生变化时,目标图像的偏移量仅由折射率梯度积分决定,所以说基于 BOS 测量的位移结果可以定量表征畸变场的畸变信息。通过采用高分辨率 CCD 相机记录有/无流场干扰情况下的一对背景随机点阵图像,再运用已经发展成熟的图像互相关算法对这一对图像进行互相关计算,便可以获得对应的位移场数据(Δx_i, Δy_i),进而构建所需的控制点对。

1.3 映射函数构建

文中考虑到气动光学效应具有高阶非线性的特点,选取局部加权平均表面拟合方法进行映射函数构建。映射函数选择如下的表面样条函数:

$$f(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + \sum_{i=1}^N F_i r_i^2 \ln r_i^2 \quad (4)$$

其中,

$$\begin{aligned} r_i^2 &= (x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 & a_0 &= \sum_{i=1}^N [A_i + B_i(x_i^2 + y_i^2)] \\ a_1 &= -2 \sum_{i=1}^N B_i x_i & a_2 &= -2 \sum_{i=1}^N B_i y_i & F_i &= P_i / 16\pi D \end{aligned}$$

利用控制点对构建线性方程组可以求解 N+3 个参数 a₀, a₁, a₂, F_i, i=1, 2, …, N。

对于每一个控制点(x_i, y_i),局部加权平均表面拟合方法令它对应于一 X 分量的局部映射函数 f_i(x, y),其形式是利用表面拟合法将该点与其周围 (n-1) 个最近邻控制点拟合而得到的。对每一个控制点(x_i, y_i)赋予一个权值 W_i(R),其形式如下:

$$\begin{cases} W_i(R) = 1 - 3R^2 + 2R^3 & 0 \leq R \leq 1 \\ W_i(R) = 0 & R > 1 \end{cases} \quad (5)$$

其中,

$$R = [(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2]^{\frac{1}{2}} / R_n$$

利用加权平均的方法,对过任一点(x, y)的所有表面样条函数取加权平均来确定其对应的 X 值。

$$X = f(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^n w \{ [(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2]^{\frac{1}{2}} / R_n \} \cdot f_i(x, y)}{\sum_{i=1}^n w \{ [(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2]^{\frac{1}{2}} / R_n \}} \quad (6)$$

式中： $f_i(x, y)$ 为过点 (x_i, y_i, X_i) 和其 $(n-1)$ 个最近邻点的表面拟合样条函数。利用相同的方法可以求出 Y 分量映射函数 $g(x, y)$ 。利用映射函数对畸变图像进行校正，由于图像畸变导致的像素点偏移理论上应该是连续，最后利用双三次卷积法对图像灰度值进行重采样处理^[13]，完成对畸变图像的校正。

2 固定相位物导致的成像偏移校正实验

2.1 实验装置

文中采用一个高分辨率显示器对所需背景进行显示，一方面提高信噪比，另一方面减小了工作量，同时避免了因更换实体背景导致的误差。首先，在未放置透镜的情况下分别拍摄随机背景点阵。其次，放置透镜，拍摄对应畸变情况下的随机背景点阵和待校正(棋盘)图案。

如图 3 所示，为文中设计的光学畸变 BOS 技术实验装置，光学畸变物体可以直接放置在显示器上面，显示器尺寸为 12.5 in(1 in=2.54 cm)，分辨率为 3 840 pixel×2 160 pixel，CCD 相机采用 Imperx 出品的 B29M6 工业相机，测试分辨率为 6 576 pixel×

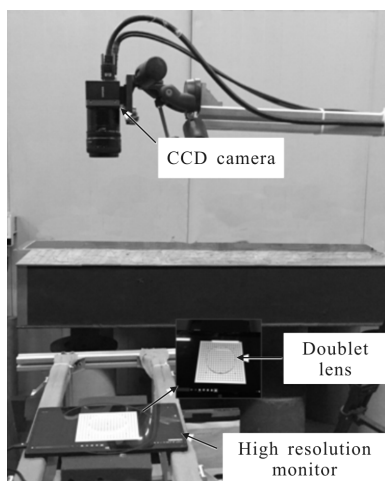


图 3 基于 BOS 技术的成像偏移校正实验图

Fig.3 Experimental device of imaging deviation correction based on BOS technique

4 384 pixel，镜头采用 Nikon 出品的 50 mm 定焦镜头。文中待测畸变物体为大恒光电出品的双胶合透镜，其具体参数见表 1。其中， Φ 表示透镜直径， f' 表示像方焦距， f 表示物方焦距， f_b 表示后截距， T_c 代表中心厚度， T_e 代表边缘厚度。

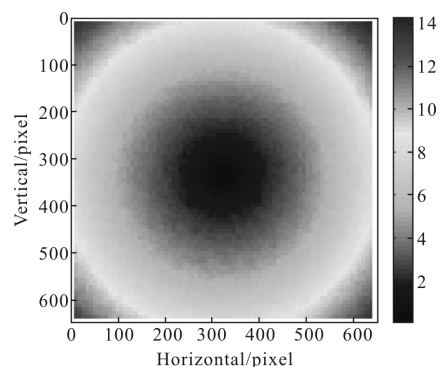
表 1 测试透镜参数表

Tab.1 Parameters of the measuring lens

Model	Φ /mm	f' /mm	f_b /mm	T_c /mm	T_e /mm
GCL-010615	50.8	500	495.9	9.0	7.5

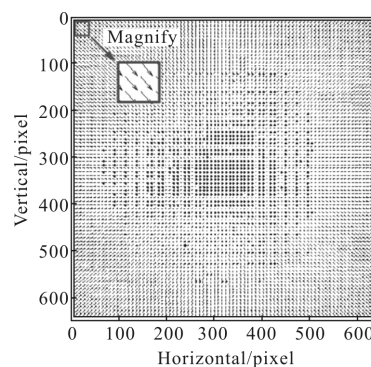
2.2 实验结果及分析

进行互相关计算以及图像畸变校正所选取的图像区域为：水平方向 2 990~3 630 pixel，垂直方向 1 892~2 532 pixel，区域尺寸为 640 pixel×640 pixel。互相关计算查问区尺寸为 16 pixel×16 pixel，水平和垂直方向计算步长皆为 8 pixel。如图 4 所示，分别为 BOS 技术获得的测试透镜导致的成像偏差对应的合位移分布和位移矢量分布。



(a) 合位移分布

(a) Resultant displacement distribution



(b) 位移矢量分布

(b) Displacement vector distribution

图 4 透镜合位移测量结果(框内为局部放大结果)
Fig.4 Result of the lens displacement measured by BOS technique (the box represents local amplification results)

在这里，利用局部加权平均表面拟合方法进行畸变校正，选用图 4 所示的位移数据作为校正依据，通过对校正后的图像进行同区域回填操作，获得了如图 5 所示的结果。由于测试透镜导致的成像偏移

向外扩张, 导致选取区域图像校正后边缘出现灰度信息空白区域, 在此课题组采用 0 灰度进行填充, 这也就导致了回填图像周围出现黑色边缘。通过绘制水平、垂直方向的参考线, 可以发现黑色方框区域内的棋盘线与参考线基本重合, 得到校正。而透镜边缘和填充区域之间的未校正区域棋盘线仍旧偏离参考线, 说明了该方法在测试透镜导致成像偏移校正中的有效性。

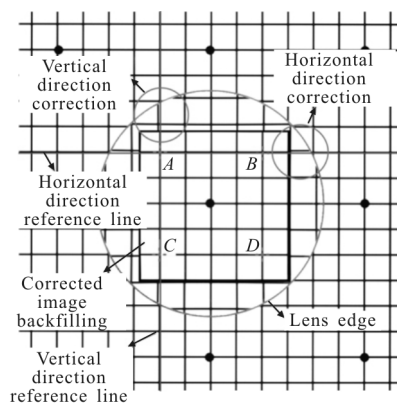


图 5 校正后图像回填畸变图像示意图

Fig.5 Schematic of the correction image backfilling to the distortion image

分别在参考图像 (Reference)、未校正图像 (Uncorrected) 和校正后图像 (Corrected) 上选取相同交点 A、B、C、D, 其坐标为对应交点在选取图像区域中的图像坐标, 相关结果汇总在表 2 中, 从中也可以确认校正方法的有效性。表 2 中 RP 为参考点 (Reference Point) 的缩写, 下同。

表 2 参考点坐标汇总

Tab.2 Coordinate collection of reference points

RP	A	B	C	D
Reference	(328, 324)	(558, 324)	(328, 561)	(558, 561)
Uncorrected	(321, 321)	(562, 322)	(322, 564)	(562, 565)
Corrected	(326, 324)	(559, 324)	(326, 560)	(560, 560)

3 气动光学流场传输效应导致的成像偏移校正实验

3.1 实验装置

为研究此方法在气动光学效应导致的成像偏移

校正中的应用效果, 基于瞬态 BOS 技术记录了喷流马赫数 3.0, 喷流总压 2.6 MPa, 喷流总温 300 K, 实验环境压力 0.1 MPa 情况下气动光学效应导致的成像偏移信息, 如图 6 所示, 为超声速气膜气动光学效应成像偏移实验原理图。瞬态 BOS 技术主要由双腔 Nd-YAG 激光器、同步控制器、跨帧 CCD、背景点阵和计算机组成。激光从导光臂中出射, 经镜头组照亮背景点阵, 为保证激光可以均匀照亮矩形背景屏, 采用了柱面镜和雾面镜镜头组, 光线穿过超声速气膜流场, 被 CCD 相机捕获。在同步控制器的控制下, 实验时实际曝光时间为 6 ns, 实际跨帧间隔为 5 μs。

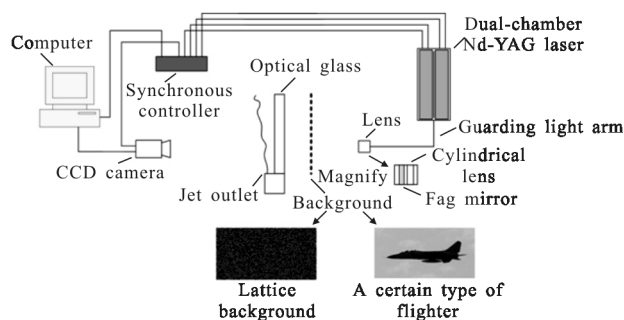


图 6 超声速气膜气动光学效应成像偏移实验原理图

Fig.6 Schematic diagram of the imaging deviation experiment of aero-optical effect induced by supersonic gas film

具体的实验过程: 首先, 在无喷流状态下采集背景随机点阵图像, 此时对应无畸变情况下的背景随机点阵; 其次, 开启喷流, 在设定参数条件下, 采集 200 幅随机点阵背景, 这些点阵对应畸变情况下的随机背景点阵; 再次, 将背景随机点阵更换为某型战斗机图像, 开启喷流, 采集 100 幅结果, 作为待校正畸变图像序列; 最后, 采集无喷流情况下的飞机图像背景, 即无畸变飞机图像, 作为衡量校正效果的参考图像。通过将获取的 200 幅有畸变的背景随机点阵与无畸变背景随机点阵之间做两两互相关运算, 便可以获取 200 组位移信息, 并将其作为校正 100 幅畸变飞机图像的依据。

3.2 实验结果与分析

对于超声速气膜流场而言, 基于 BOS 技术获取的位移结果并不像固定折射率场 (例如, 透镜) 那样在时间上恒定, 对于超声速流场来说, 其湍流脉动频率可达 MHz 量级, 导致其波前畸变频率可达 MHz 量级, 即 BOS 技术获取的位移结果变化频率也很高。理论上讲如果可以获取每幅待校正图像对应

时刻的背景随机点阵图像,两者之间的时间间隔应该至少要小于流场的冻结时间(一般超声速流场冻结时间多为纳秒级),这样才能保证背景随机点阵记录到的位移信息与畸变图像的畸变量完全对应。就目前技术水平而言,几乎不可能在这么短的时间内实现背景随机点阵和待校正图像之间的切换,并且实现同步采集。退而求其次,如果可以实现对气动光学流场主体畸变进行校正,高频脉动畸变分量通过相关理论进行后期叠加处理,最终实现对气动光学效应的全部校正。在这里仅就前一部分气动光学效应导致的主体畸变进行校正,所以目前实现的是一种部分校正。与此同时,测试时相机及镜头畸变、背景抖动以及光源的不稳定也会对测量的位移结果产生影响,其影响实际上也被包含在位移结果中,作为校正的依据,只是其并不属于气动光学效应罢了。

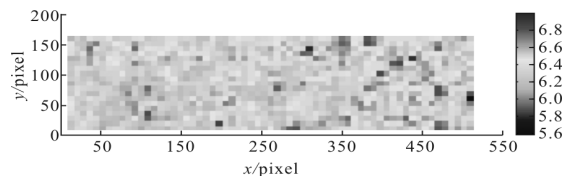
在利用 BOS 技术获取的超声速气膜气动光学效应导致的位移结果进行校正之前,需要对位移数据进行处理,最好可以提取其中最主要的结构。课题组提出两种处理思路:第一种,基于时间平均的方法,实际上是将流场脉动进行“抹平”,获得类似于长曝光条件下的时间定常结果;第二种,基于本征正交分解(Proper Orthogonal Decomposition, POD)方法对流动的相干结构进行提取,力图找到位移场中的主体位移结果作为校正依据。

3.2.1 基于时间平均方法的校正结果及分析

图 7 所示为通过对获取的 200 组位移数据进行时间平均处理获取的结果。通过对非定常流场结果进行时间平均处理,力图获取流场的时间定常结果。选用这种思路的主要原因是畸变图像与随机点阵图像当前尚无法在时间上同步测量,不能采用完整、全面、实时的校正依据对畸变进行校正,故这种校正方法是一种部分校正,相当于实现了对流场气动光学效应中时间定常畸变量进行了校正。

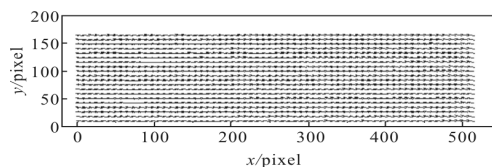
在此,仅选取了一幅畸变图像作为校正示范,如图 8 所示,其余畸变图像的校正按此操作即可。这里具体的校正方法与固定相位物导致畸变校正部分采用的方法完全相同。校正结果对应图 8(c)。由于成像测试时,CCD 相机实际观测距离较近,成像偏移作用并不是十分明显,为更直观地显示校正效果,选取图中的机首角点 A、尾舵角点 B 和尾翼角点 C 为研究对象,定量分析校正前后选取点图像的坐标位置。相关结果汇总在表 3 中,从表 3 中可以看出,利用时

间平均结果进行校正取得了一定的效果。



(a) 合位移分布(单位:像素)

(a) Resultant displacement distribution(Unit: pixel)



(b) 位移矢量分布

(b) Displacement vector distribution

图 7 200 组位移数据平均结果

Fig.7 Average result of 200 groups displacement data

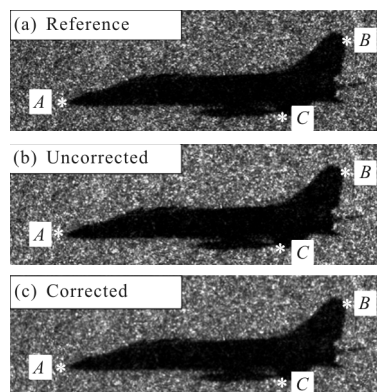


图 8 基于时间平均位移数据校正结果

Fig.8 Correction result based on displacement of the time average result

表 3 参考点坐标汇总

Tab.3 Coordinate collection of reference points

RP	A	B	C
Reference	(71, 125)	(370, 146)	(458, 40)
Uncorrected	(66, 122)	(367, 143)	(455, 40)
Corrected	(70, 125)	(372, 146)	(459, 41)

3.2.2 基于 POD 方法的校正结果及分析

POD 分析可为一组数据(通过实验或数值模拟得到)构造进行模式分解的函数基,它最吸引人的特点在于其“最优性”:它提供了一种提取数据主要特征的有效方法。在湍流研究中,POD 被广泛用于提

取流场的相干结构。由于 POD 在基选择上的最优性,往往少数几项展开即可较好地逼近原信号(如速度、涡量等)。这就提供了一个低维子空间,将流场方程投影到该子空间上便得到一个低维常微分方程模型。动力系统理论一个极其重要的研究领域便是通过对这类低维模型的详尽分析来获得关于湍流机理的认识。由于成像偏移直接受到湍流结构的影响,所以成像偏移也具有与湍流相关联的结构特征,可以利用 POD 分析进行低模态近似重构^[14-16]。

如图 9 所示,为文中基于 BOS 技术获取的 200 组位移场数据 POD 分解一阶模态结果,考虑到气动光学效应十分关注其空间分布的不均匀性,在此利用其均方根值作为特征值。通过计算,一阶模态的特

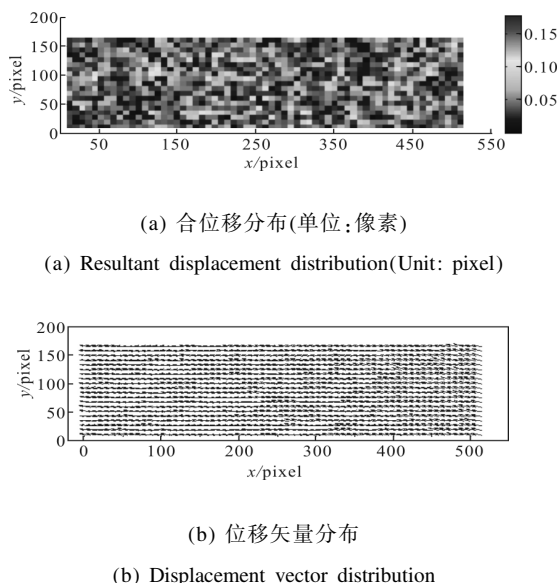


图 9 200 组位移数据 POD 一阶模态结果

Fig.9 First-order modal result of 200 groups displacement data after POD

征值为:0.28,二阶模态的特征值为:0.0024(见图10),而一阶模态特征值占有所有模态特征值总和的 99%,即其一阶模态已经非常接近原始位移场结果。相比于时间平均位移结果,POD 分解获取的位移结果包含更为丰富的信息,可以将位移数据中相干位移结果保留下来,作为进行畸变校正的依据。如图 11 所示,采用第 3.2.1 节相同的参考点选择方式,获取的对应坐标信息汇总在表 4 中,相比于利用时间平均方法获取的校正依据进行校正,采用 POD 方法的校正效果更好一点。

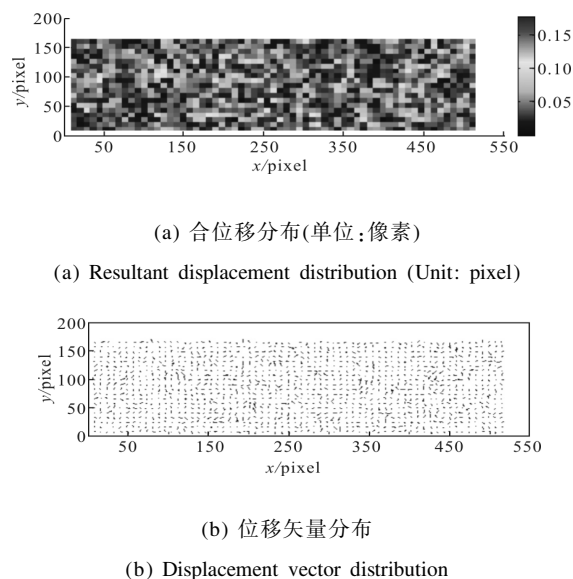


图 10 200 组位移数据 POD 二阶模态结果

Fig. 10 Second-order modal result of 200 groups displacement data after POD

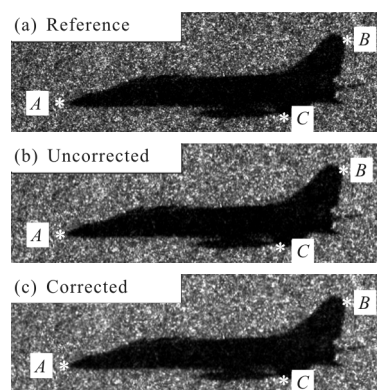


图 11 基于一阶模态位移数据校正结果

Fig.11 Correction result based on displacement of the first-order modal result

表 4 参考点坐标汇总

Tab.4 Coordinate collection of reference points

RP	A	B	C
Reference	(71, 125)	(370, 146)	(458, 40)
Uncorrected	(66, 122)	(367, 143)	(455, 40)
Corrected	(71, 125)	(371, 145)	(458, 41)

4 结论

基于BOS 技术探索气动光学畸变校正方法。利用 BOS 技术获取的位移数据可以方便的构建畸变图像与无畸变图像之间的映射关系。其优势主要在于:

一方面, 无需预先考虑畸变场情况, BOS 技术通过对高密度随机点阵进行互相关计算, 减小查问区计算步长等方法, 可以有效提高控制点密度。另一方面, 基于 BOS 技术获取的控制点具有很好的均匀性, 方便下一步映射函数的构建。总体来讲, 针对透镜的校正结果证明了此种校正方法的有效性, 而后, 通过时间平均或者 POD 技术寻找最能代表超声速气膜气动光学效应成像偏移的主要信息, 通过采集同样流动条件下的畸变成像信息, 利用这些主要信息构建气动光学效应成像偏移校正的映射函数, 都可以实现对超声速气膜气动光学效应的主要部分进行校正。

下一步计划针对气动光学效应成像偏移中的随机性分量进行研究, 通过统计大量 BOS 技术获取的瞬态气动光学效应成像偏移结果, 构建随机性分量模型, 最终实现气动光学效应成像偏移的全部校正。

参考文献:

[1] Yi Shihe, Tian Lifeng, Zhao Yuxin, et al. Aero-optical aberration measuring method based on NPLS and its application [J]. *Chinese Science Bulletin*, 2010, 55 (31): 3545-3549.

[2] Zhu Yangzhu, Yi Shihe, Chen Zhi, et al. Experimental investigation on aero-optical aberration of the supersonic flow passing through an optical dome with gas injection[J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, 62(8): 084219. (in Chinese)

[3] Ding Haolin, Yi Shihe, Fu Jia, et al. Experimental investigation of aero-optical effect due to supersonic turbulent boundary layer [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(10): 1018007. (in Chinese)

[4] Xu Liang, Cai Yuanli. Influence of altitude on aero-optic imaging deviation[J]. *Applied Optics*, 2011, 50(18): 2949-2957.

[5] Meier G E A. Hintergrund-Schlierenme ßverfahren für räumliche Dichtefelder: DE19942856[P]. 2000-06-21.

[6] Meier G E A. Computerized background-oriented schlieren [J]. *Experiments in Fluids*, 2002, 33(1): 181-187.

[7] Raffel M. Background-oriented schlieren (BOS) technique[J]. *Experiments in Fluids*, 2015, 56(60): 1-17.

[8] Mizukaki T, Wakabayashi K, Matsumura T, et al. Background-oriented schlieren with natural background for quantitative visualization of open-air explosions [J]. *Shock Waves*, 2014, 24(1): 69-78.

[9] Tanda G, Foss A M, Misale M. Heat transfer measurements in water using a schlieren technique [J]. *International Journal of Heat & Mass Transfer*, 2014, 71(3): 451-458.

[10] Tian Lifeng, Yi Shihe, Zhao Yuxin, et al. Aero-optical wavefront measurement technique based on BOS and its applications [J]. *Chinese Science Bulletin*, 2010, 55 (31): 3545-3549.

[11] Ding Haolin, Yi Shihe, Fu Jia, et al. Experimental investigation of Reynolds influence on supersonic film aer-optics [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 46 (2): 0211002. (in Chinese)

[12] Zhao Yuxin, Yi Shihe, Tian Lifeng, et al. An experimental study of aero-optical aberration and dithering of supersonic mixing layer via BOS [J]. *Science China Physics Mechanics & Astronomy*, 2010, 53(1): 81-94.

[13] Nan Yibing, Gao Kun, Ni Guoqiang. Hyperspectral image blind correction method based on band selection and PSF estimation [J]. *Journal of Infrared and Millimeter Waves*, 2016, 35(6): 715-722. (in Chinese)

[14] Chatterjee A. An introduction to the proper orthogonal decomposition[J]. *Current Science*, 2000, 78(7): 808-817.

[15] Yang Qin, Fu Song. Analysis of flow structures in supersonic plane mixing layers using the POD method [J]. *Science in China Series G: Physics, Mechanics & Astronomy*, 2008, 51(5): 541-558.

[16] Yang Bo, Chen Ziyun, Liu Xiaoxiao, et al. An LPF+POD based method to study aero-optical effect of starlight navigation[J]. *Journal of Astronautics*, 2016, 37(1): 74-83. (in Chinese)