

小角前向散射偏振比法颗粒粒度分布反演

单良¹, 徐良¹, 洪波¹, 曹丽霞², 王道档², 郭天太², 孔明²

(1. 中国计量大学 信息工程学院 浙江省电磁波信息技术与计量检测重点实验室, 浙江 杭州 310018; 2. 中国计量大学 计量测试工程学院, 浙江 杭州 310018)

摘要: 在光散射法的颗粒粒径测量方法中, 传统测量模型的测量结果易受光路中颗粒杂质的影响。在 Mie 散射理论的基础上, 将小角前向散射法与偏振比法相结合, 推导了新的散射光能与粒径分布关系式, 构造了传统小角前向散射法和小角前向散射偏振比法两种目标函数, 并引入一种非独立模式算法——人工鱼群算法对两种方法的目标函数进行反演。仿真采用服从 Johnson-SB 单峰分布均匀球形颗粒, 分别对两种目标函数散射光能加入 5%, 10%, 15% 的随机噪声。仿真结果显示, 利用人工鱼群算法对小角前向散射偏振比法目标函数反演得到的反演精度、抗噪声能力和鲁棒性都明显优于传统小角前向散射法目标函数的反演结果。

关键词: 小角前向散射; 偏振比; 人工鱼群算法; 反演; 颗粒粒度

中图分类号: O436 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201948.0117001

Inversion of particle size distribution of small angle forward scattering based on polarization ratio method

Shan Liang¹, Xu Liang¹, Hong Bo¹, Cao Lixia², Wang Daodang², Guo Tiantai², Kong Ming²

(1. Key Laboratory of Electromagnetic Wave Information Technology and Metrology of Zhejiang Province, College of Information Engineering, China Jiliang University, Hangzhou 310018, China;
2. College of Metrology & Measurement Engineering, China Jiliang University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: In light scattering particle size measurement method, the results based on the traditional measurement model are easily affected by particle impurities in optical path. On the basis of Mie theory, the new relationship between scattering light energy and particle size distribution was derived by combining the small angle forward scattering method with the polarization ratio method. Two objective functions of the traditional small angle forward scattering method and the polarization ratio method of small angle forward scattering were constructed, and an independent mode algorithm, the artificial fish swarm algorithm (AFSA), was introduced to invert the objective functions. In simulations, uniform spherical particles that obey the unimodal distribution of Johnson-SB were used, and the scattering intensity values of the two target functions were added to the random noise of 5%, 10% and 15% respectively, the results demonstrate that the inversion accuracy, anti-noise performance and robustness of the polarization ratio method are significantly better than those of the traditional small angle forward scattering method.

Key words: small angle forward scattering; polarization ratio; AFSA; inversion; particle size

收稿日期: 2018-08-05; 修订日期: 2018-09-03

基金项目: 国家自然科学基金(51874264, 51476154, 51404223)

作者简介: 单良(1979-), 女, 副教授, 主要从事信号处理、光电检测等方面的研究。Email: lshan@cjlu.edu.cn

通讯作者: 孔明(1978-), 男, 教授, 博士, 主要从事光电检测、精密仪器方面的研究。Email: mkong@cjlu.edu.cn

0 引言

颗粒粒径的精确测量对于环境、材料、能源、医药、化工、航天等领域的发展都具有重要意义^[1],因此颗粒粒径的测量方法一直是研究热点。光散射法测量颗粒粒径由于具有测量速度快、精度高、适用性广、易实现在线测量等优点受到越来越多的关注,成为目前最流行的颗粒粒径测量方法^[2-5]。小角前向散射法^[6]又被称为衍射散射法,属于光散射法中的一种。其测量原理简要描述为:一束单色光经过扩束准直后入射到颗粒样本上产生的散射光被光电探测器采集,对光电探测器进行分环,计算每一环上的光能值,再利用反演算法得到颗粒粒径分布信息,该方法对颗粒粒径测量的上下限分别可以达到 1000 μm 和 1 μm 左右。

在小角前向散射法颗粒粒径测量系统中,由于光路中的空气或液体组分难免存在一些颗粒杂质,跟随待测颗粒一同被采集后会产生随机噪声,对颗粒粒径的测量精度产生较大影响。为了降低噪声对反演结果的影响,沈海栋^[7]推导了基于 Mie 散射理论的偏振比法目标函数,并利用遗传算法对该目标函数进行反演,反演结果精度较高,当噪声小于 3% 时抗噪声能力较强,缺点是粒径测量范围窄。此文基于沈海栋利用偏振比法对颗粒粒径进行检测的思想,提出了将偏振比法与小角前向散射法相结合,推导了基于小角前向散射法的偏振比法的散射光能与粒度分布关系式。由于测量环境中的气体或液体对不同偏振方向的散射光具有相同的吸收特性,因此可以通过将一束散射光分成两束偏振光再求它们的比值信息来消除光路中的其他气体或液体组份的干扰^[8]。为了提高粒径分布计算精度,采用人工鱼群算法^[9]对服从 Johnson-SB 单峰分布的颗粒模型进行反演计算,并与传统小角前向散射法目标函数特征参数寻优得到的分布情况进行对比,分析其反演精度、抗噪声能力以及鲁棒性。

1 测量原理

1.1 Mie 散射理论

Mie 散射理论在光散射法的颗粒粒径测量中得到广泛应用^[2],其适用于任何大小和任何折射率的

均匀球形颗粒。图 1 为单个球形颗粒散射模型。

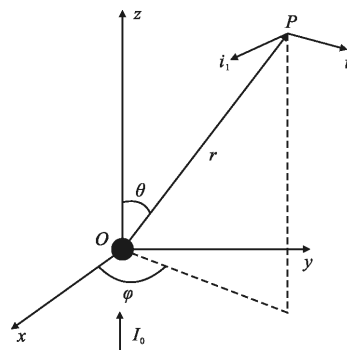


图 1 单个球形颗粒散射模型

Fig.1 Single spherical particle scattering model

图 1 中,一束光强为 I_0 的单色光沿坐标轴 oz 方向照射到均匀球形颗粒后发生散射,传播方向改变为 op ,入射光方向 oz 和散射光方向 op 构成的面 Poz 称为散射面,将散射光分解为垂直和平行于散射面的分量 i_1 和 i_2 。

对于多分散颗粒系统,光电探测器上的归一化散射能量与颗粒粒径分布之间的关系可以表示为:

$$E_n = \sum_i \frac{W_i}{D_i^3} \int_{\theta_n}^{\theta_{n+1}} (i_1 + i_2) \sin \theta d\theta \quad (1)$$

式中: n 为光电探测器总环数; W_i 为颗粒重量分布; D_i 为颗粒直径; θ_n 和 θ_{n+1} 分别为光电探测器第 n 环内径和外径的散射角。通过对公式(1)进行归一化可写成:

$$\mathbf{E} = \mathbf{T} \mathbf{W} \quad (2)$$

$$T_{i,n} = \frac{1}{D_i^3} \int_{\theta_n}^{\theta_{n+1}} (i_1 + i_2) \sin \theta d\theta \quad (3)$$

式中: \mathbf{E} 为归一化散射光能分布矩阵; \mathbf{T} 为散射光能系数矩阵。

小角前向散射偏振比法测量系统原理如图 2 所示,由 He-Ne 激光器产生的激光光束经过偏振片后,其能量得到衰减;偏振光经扩束准直系统后,获得单色、平行、光强均匀并得到扩束的激光光束;光束和比色皿中的颗粒相互作用产生散射光,通过分光棱镜分解为两束相同的散射光;两束散射光分别通过偏振方向平行于散射面和偏振方向垂直于散射面的偏振片得到偏振光 i_1 和 i_2 ;两束偏振光分别经透镜汇聚在处于焦平面的 CCD 上,由 CCD 将采集到的散射信号转换为电信号并输入到计算机中,对

采集的颗粒散射图像进行处理获得光能分布信息。

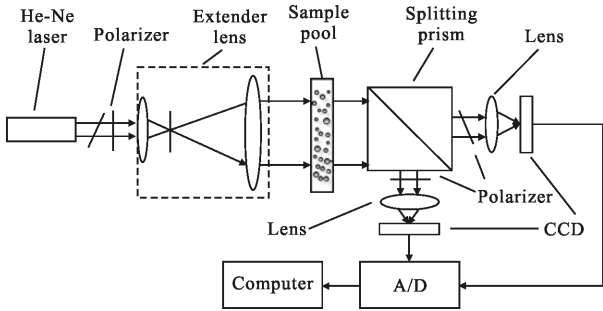


图 2 小角前向散射偏振比法系统原理图

Fig.2 Schematic diagram of the system of polarization ratio of small angle forward scattering

小角前向散射偏振比法散射光能分布与粒径分布的关系可以表示为:

$$E_{1n} = \sum_i \frac{W_i}{D_i^3} \int_{\theta_n}^{\theta_{n+1}} i_1 \sin \theta d\theta \quad (4)$$

$$E_{2n} = \sum_i \frac{W_i}{D_i^3} \int_{\theta_n}^{\theta_{n+1}} i_2 \sin \theta d\theta \quad (5)$$

对公式(4)、(5)进行离散化和归一化再做比值得到小角前向散射偏振比法的关系式为:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{T_1 W}{T_2 W} \quad (6)$$

$$T_{1i,n} = \frac{1}{D_i^3} \int_{\theta_n}^{\theta_{n+1}} i_1 \sin \theta d\theta \quad (7)$$

$$T_{2i,n} = \frac{1}{D_i^3} \int_{\theta_n}^{\theta_{n+1}} i_2 \sin \theta d\theta \quad (8)$$

式中: E_1 和 E_2 分别表示垂直和平行于散射面的光能分布矩阵; T_1 和 T_2 分别表示垂直和平行于散射面的光能系数矩阵; T_1 和 T_2 由仿真得出, 获得 E_1 、 E_2 、 T_1 、 T_2 信息后, 利用算法的反演即可计算出颗粒粒径分布信息。

1.2 人工鱼群算法

人工鱼群是生物鱼群的抽象化, 包含了生物鱼群的本能和对环境做出反应的基本特点。图 3 为人工鱼个体视觉和移动范围。

人工鱼群算法涉及的参数为: $X=(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ 表示人工鱼当前的状态, 其中 n 表示搜索维度, N 表示群体规模, N_{vy} 表示最大尝试移动次数, M_{max} 表示最大迭代次数, $iter$ 表示当前迭代次数, $x_i(1, 2, 3, \dots, n)$ 表示需要寻优的变量, 表示人工鱼所在位置的食物

浓度, 人工鱼的感知距离、最大移动步长和拥挤度因子分别用 $Visual$ 、 $Step$ 和 δ 表示, 用 n_f 、 X_c 、 Y_c 分别表示在 $d < Visual$ 范围内人工鱼感知到的伙伴数目、中心位置及食物浓度, $Rand()$ 是随机函数。

$$d_{i,j} = \|x_i - x_j\|_2 \quad (9)$$

公式(9)表示人工鱼两两之间的空间距离。

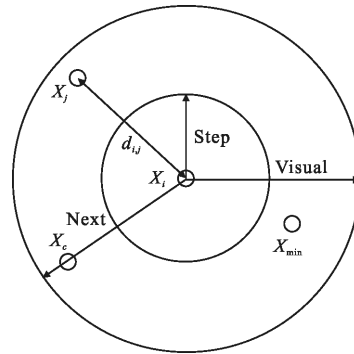


图 3 人工鱼视觉范围

Fig.3 AF's visual range

人工鱼群算法的 4 种行描述为:

(1) 觅食行为

觅食行为是所有动物的一种本能, 鱼类都有向食物更多的地方游动的趋势。状态为 X_i 的人工鱼, 在 $d < Visual$ 邻域内随机选择一个位置 X_j , 若 X_j 对应的适应度优于 X_i , 即 $Y_j > Y_i$, 则往 X_j 方向移动一步, 移动方法如下:

$$X_{i,next} = X_i + Rand() \cdot Step \cdot \frac{X_j - X_i}{\|X_j - X_i\|_2} \quad (10)$$

(2) 聚群行为

生物鱼类群体天生具有聚群行为, 以此来提高鱼群的生存概率和觅食效率。在人工鱼群算法中, 状态为 X_i 的人工鱼, 在 $d < Visual$ 范围内统计伙伴数目 n_f 及中心位置 X_c , 若 $Y_c / n_f > \delta Y_i$, 表明在寻优空间内状态 X_c 处能够获得较高的适应度, 则朝状态 X_c 方向前进, 规则如下:

$$X_{i,next} = X_i + Rand() \cdot Step \cdot \frac{X_c - X_i}{\|X_c - X_i\|_2} \quad (11)$$

否则, 继续执行觅食行为。

(3) 追尾行为

鱼类群体由于对食物趋向和远离天敌的天性, 当群体中部分个体朝某一方向移动时其他个体会跟随移动。状态为 X_i 的人工鱼, 搜寻在 $d < Visual$ 邻域

内适应度 Y_i 为最大的伙伴 X_j , 若 $Y_j/n_j > \delta Y_i$, 说明在寻优空间中状态 X_j 处有较高的适应度, 则朝 X_j 的方向前进一步, 前进规则为:

$$X_{i,next} = X_i + \text{Rand}() \cdot \text{Step} \cdot \frac{X_j - X_i}{\|X_j - X_i\|_2} \quad (12)$$

否则, 继续执行觅食行为。

(4) 随机行为

人工鱼在觅食次数达到最大次数后适应度仍没有提高的情况下执行该行为, 即人工鱼随机游动至其感知范围内的一个状态, 作为自身的下一个状态, 执行规则如下:

$$X_{i,next} = X_i + \text{Rand}() \cdot \text{Step} \quad (13)$$

人工鱼尝试的次数越多, 越能全面了解寻优范围内的环境信息, 有助于人工鱼自身做出正确的行为决策, 但寻优次数不能无限增加, 这不符合生物鱼类的实际行为, 因此可以通过设置寻优次数寻找寻优空间内适应度最高的人工鱼位置。

将人工鱼的位置信息设置为服从 Johnson-SB 单峰分布的特征参数 $\text{rgy}=(\sigma, M)$, 其中 σ 代表分布曲线宽度, M 为中值粒径, 其分布函数为:

$$W(D) = \frac{\sigma(D_{\max} - D_{\min})}{\sqrt{2\pi} (D - D_{\min})(D_{\max} - D)} \cdot \exp\left\{-\frac{\sigma^2}{2} \left[\ln\left(\frac{D - D_{\min}}{D_{\max} - D}\right) - \ln\left(\frac{M - D_{\min}}{D_{\max} - M}\right) \right]^2\right\} \quad (14)$$

式中: D_{\max} 和 D_{\min} 分别为所设定粒径区间的最大值和最小值。

公式(15)、(16)中的 y_1 和 y_2 分别为传统小角前向散射法和小角前向散射偏振比法目标函数, 将它们函数值作为人工鱼适应度, 求极小值问题时, 函数值越小对应的适应度越大。

$$y_1 = \|E - TW\|_2^2 \quad (15)$$

$$y_2 = \left\| \frac{E_1}{E_2} - \frac{T_1 W}{T_2 W} \right\|_2^2 \quad (16)$$

1.3 人工鱼群算法执行步骤

利用人工鱼群算法通过不断迭代更新特征参数来寻找使得目标函数最小值时的特征参数, 执行人工鱼群算法的流程图如图 4 所示。

仿真采用相对均方根误差(RMS)作为颗粒粒径分布重建质量评价参数, 按照参考文献[10]中的方法计算。RMS 反映的是理论分布与反演所得分布相比较的整体误差。

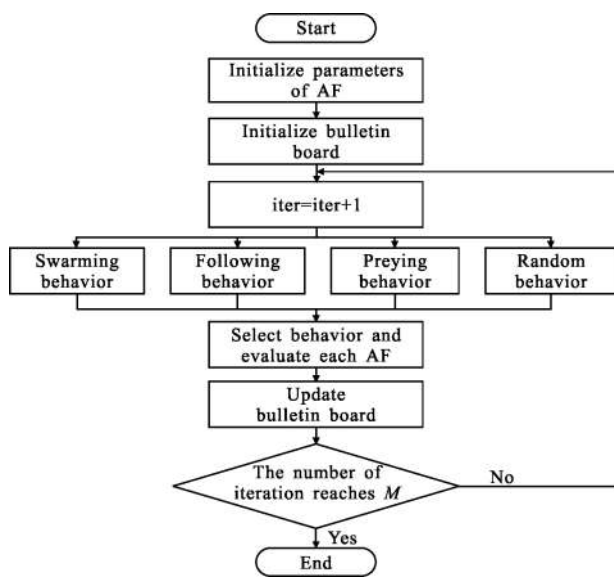


图 4 人工鱼群算法流程图

Fig.4 Flowchart of AFSA

2 仿真与分析

采用服从 Johnson-SB 单峰分布的均匀球形颗粒作为待测颗粒, 测量系统参数如表 1 所示, 其中 i 为虚数单位, 利用水作为分散剂。

表 1 小角前向散射法颗粒粒径测量系统参数设置

Tab.1 Parameter setting of particle size

measurement system with small angle forward scattering method

Particle size range/ μm	Incident light wavelength/ μm	Lens focal length/mm	Relative refractive index
1-100	0.632 8	25	(1.596-0.1i)/1.33

通过综合考虑颗粒散射角度以及 CCD 感光度和分辨率, 结合偏振比法目标函数, 由仿真得到小角前向散射偏振比法对颗粒粒径检测范围为 5~100 μm , 通过增大 CCD 感光度或分辨率的方法可以获得更大的检测范围。

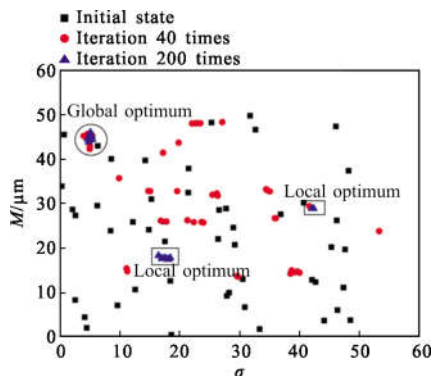
文中假设颗粒粒径理论特征参数为 $(\sigma, M)=(5, 45)$, 人工鱼群算法参数设置如表 2 所示。

表 2 人工鱼群算法参数设置

Tab.2 Parameter settings of AFSA

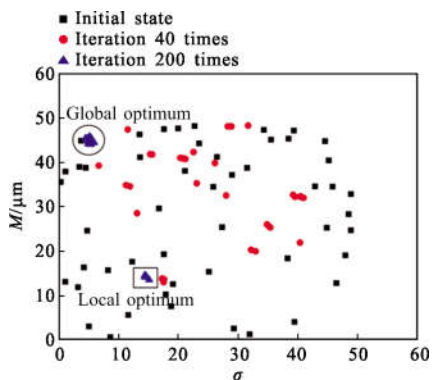
N	Visual	Step	δ	N_{ev}	M_{max}	Initial range
50	2.5	1.5	$1/n_f$	50	200	(1-50)

对传统小角前向散射法和小角前向散射偏振比法目标函数的散射光能分别加入 5%、10% 和 15% 的随机噪声,图 5(a)和(b)分别是 10% 随机噪声时小角前向散射法和小角前向散射偏振比法的人工鱼在不同迭代次数下的状态。其中“□”表示人工鱼随机生成的初始状态,“△”表示人工鱼在算法迭代 40 次时的状态,“*”表示人工鱼在算法迭代 200 次时的状态。



(a) 小角前向散射法

(a) Small angle forward scattering method



(b) 偏振比法

(b) Polarization ratio method

图 5 不同迭代次数下两种目标函数的人工鱼状态(散射光能的随机噪声为 10%)

Fig.5 AF's states of two objective functions under different iterations (The random noise of scattered light energy is 10%)

从图 5 可以看出,两种目标函数下的人工鱼起初随机分布于设定的初值范围内,当算法迭代 40 次时,相对于初始分散的状态,此时人工鱼逐渐集中在几个相近的区域内。当算法迭代到 200 次时,人工鱼集中在一个相对较小的空间内游动,其中大部分人工鱼处于圆圈内,即全局最优状态附近,少量处于矩形框内的人工鱼陷入局部最优状态,这是由于人工

鱼群算法在执行过程中视野和步长固定,视野与步长的设置要求与算法执行不同阶段存在矛盾,导致随着迭代次数增加,少量人工鱼陷入一个偏离全局最优的固定值,即局部最优状态^[9]。由于人工鱼群算法寻优方式为搜寻全局最优,因此少量陷入局部最优的人工鱼并不影响算法的寻优精度。从图 5 中两种目标函数的人工鱼状态很难看出明显差别,因此需要对不同迭代次数下两种目标函数的函数值变化规律进行进一步分析和比对。

图 6 为散射光能加入 5%、10%、15% 噪声下,小角前向散射法和小角前向散射偏振比法目标函数值随算法迭代次数的变化规律,其中纵坐标进行了对数(log₁₀)处理。从图 6 可以看出,两种目标函数的函数值在算法迭代初期收敛较快,随着迭代次数的增加,目标函数的值逐渐稳定。小角前向散射法目标函数完全收敛需要的迭代次数大约为 30 次,目标函数值稳定在 10⁻¹⁵ 左右,在相同迭代次数时,偏振比法虽未完全收敛,但其目标函数值为 10⁻²²,已远小于小角前向散射法。可见小角前向散射偏振比法寻优结果更接近理论值。随着迭代次数的进一步增加,偏振比法目标函数值递进收敛,可以获得更精确的特征参数。在实际运算中可以根据反演精度的需要选择合适的运行时间和迭代次数。

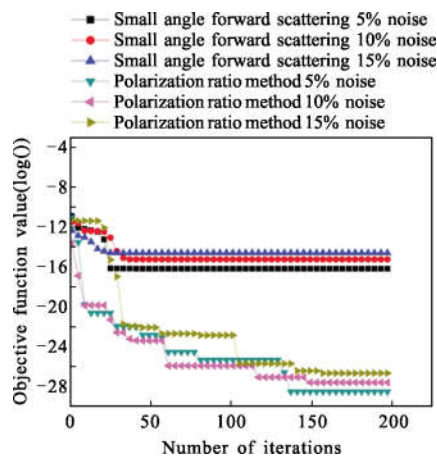


图 6 不同迭代次数下两种目标函数的函数值变化规律

Fig.6 Variation of function values of two objective functions under different iterations

表 3 列举了随机噪声为 5%、10%、15% 情况下利用人工鱼群算法对两种目标函数寻优的结果。每种噪声情况下执行人工鱼群算法 20 次,计算颗粒粒

径分布特征参数和 RMS 的平均值以及特征参数标准差。

表 3 不同噪声情况下采用人工鱼群算法对两种目标函数寻优结果

Tab.3 Two objective function optimization results using AFSA under different noise conditions

Objective function	Random noise	Mean value of characteristic parameters	Standard deviation of characteristic parameters	RMS
Small angle forward scattering	5%	(4.941 7,45.048 5)	(0.056,0.050 1)	1.117%
	10%	(5.625 6,45.277 2)	(0.5723,0.599 8)	11.470 6%
	15%	(6.055 2,45.179 5)	(0.9822,0.778 7)	17.997 8%
Polarization ratio method	5%	(5.004 8,45.021 0)	(0.006,0.025 6)	0.313 7%
	10%	(5.034 3,45.163 1)	(0.046 8,0.184 8)	2.516 9%
	15%	(5.104 4,45.247 5)	(0.081 3,0.327 0)	4.163 5%

由表 3 可以看出,在三种噪声下,利用人工鱼群算法对小角前向散射偏振比法目标函数的寻优都得到了与理论值非常接近的结果,即使随机噪声达到 15%,该方法目标函数反演所得 RMS 仍小于 5%,而对小角前向散射法目标函数的寻优随着噪声的增加,误差显著增加,在三种噪声水平下都远高于由小角前向散射偏振比法目标函数得到的误差。利用人工鱼群算法对小角前向散射偏振比法目标函数执行 20 次寻优运算所得到的特征参数标准差均小于相同条件下小角前向散射法目标函数得到的标准差,说明利用人工鱼群算法对小角前向散射偏振比法目标函数运算时鲁棒性优于对小角前向散射法目标函数的运算。

图 7(a)~(c)分别为随机噪声为 5%、10%、15%时采用人工鱼群算法对两种目标函数反演结果的分布曲线。图 8 对应图 7 中两种目标函数反演分布值与理论分布值每点的相对误差。从图 7 和图 8 可以看

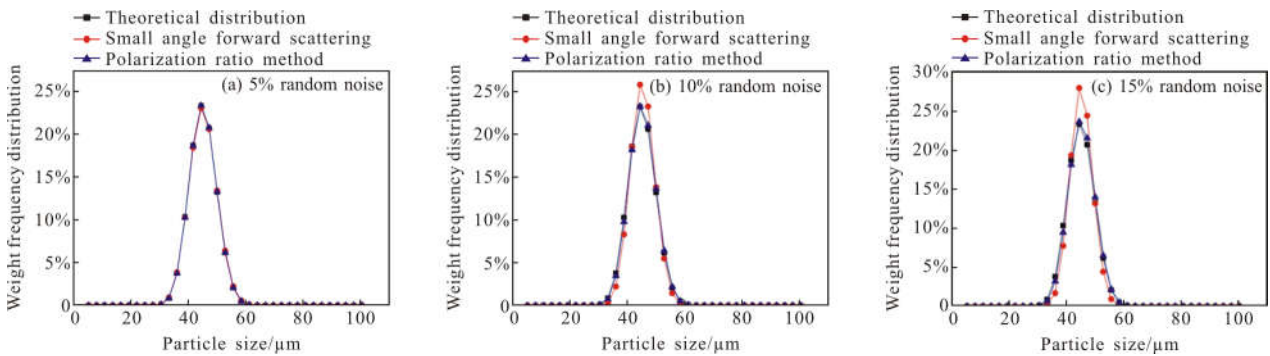


图 7 人工鱼群算法对两种目标函数在不同噪声水平下寻优结果分布曲线

Fig.7 Distribution curves of the inversion results of the two objective functions using AFSA under different noise levels

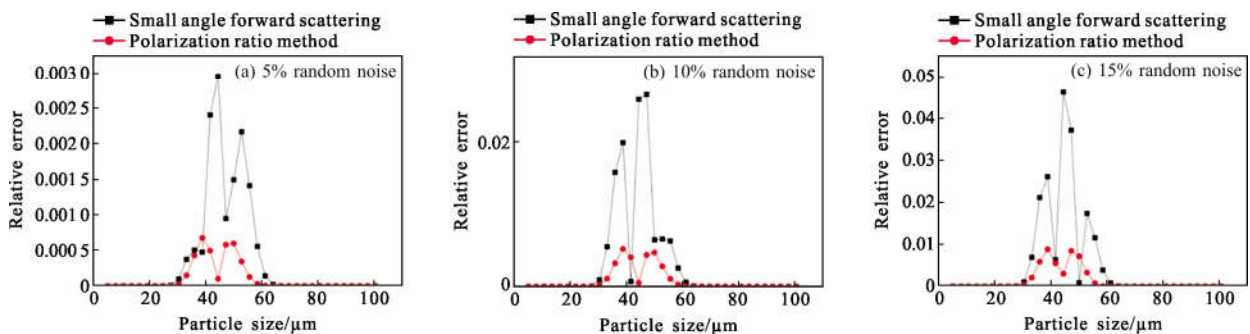


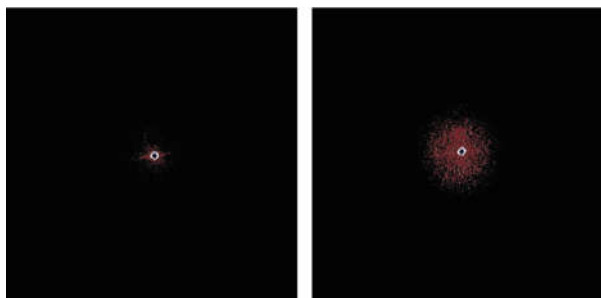
图 8 不同噪声水平下两种目标函数得到的每点的分布值与理论值的相对误差

Fig.8 Relative errors between the distribution value of each point and the theoretical value obtained by the two objective functions under different noise levels

出,随着随机噪声的增加,小角前向散射法得到的分布曲线与理论分布曲线出现越来越大的偏差,而小角前向散射偏振比法分布曲线与理论分布曲线始终表现出很好的重合效果,这是由于采用比值法能有效消除随机噪声分量,提高了反演精度。

3 实验与分析

实验搭建了一套小角前向散射偏振比法测量系统,通过对国家标准颗粒 GBW(E) 120043(30 μm)和 GBW(E) 120028(39 μm)进行粒径测量来验证模型的实用性。实验采用蒸馏水作为分散剂,利用 CCD 代替光电探测器,分别采集了非偏振比和偏振比条件下颗粒散射图像。为了排除环境的影响,在采集散射图像前需预先采集加入空白溶液的样品池图像,称为背景图,如图 9(a)所示,然后采集加入颗粒的散射图像,图 9(b)所示为加入 39 μm 颗粒溶液的样品池散射图像。



(a) 背景图像 (b) 颗粒散射图像
(a) Background image (b) Particle scattering image

图 9 GBW(E) 120028(39 μm)颗粒散射图像

Fig.9 Particle scattering image of GBW(E) 120028(39 μm)

实验中的环参数以及算法参数设置与仿真中的一致,首先利用图像处理技术对背景图像和散射图像进行预处理,然后将图 9 中的(b)图扣除(a)图即可得到颗粒实际散射图像,计算每一环内散射光能值总量即可得到散射光能分布信息。利用人工鱼群算法分别对两种方法得到的光能分布信息进行反演运算,计算特征粒径 D50 作为反演结果评价参数,反演得到的结果如表 4 所示,对应的粒径分布曲线如图 10 所示。

结合表 4 和图 10 可以看出,利用人工鱼群算法在实验中能成功对两种目标函数进行反演运算,反演误差均在 7%以内,小角前向散射偏振比法得到的

反演结果优于小角前向散射法得到的结果。

表 4 两种目标函数下标准颗粒的反演结果
Tab.4 Inversion data of standardized particles with two objective functions

Objective function	Theoretical D50/μm	Inversion results		
		(δ, M)	D50/μm	Relative error
Small angle forward scattering method	29.5	(19.63, 28.59)	28.24	4.27%
		(32.41, 29.02)	28.26	4.20%
Polarization ratio method	39.2	(21.44, 37.28)	37.01	5.59%
		(35.67, 38.04)	38.78	1.07%

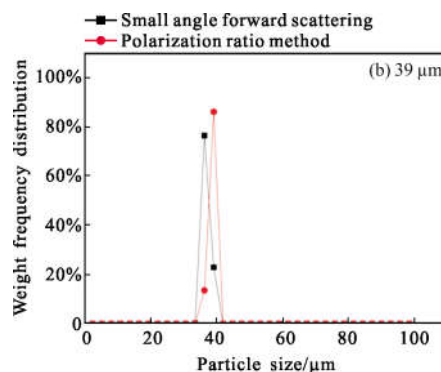
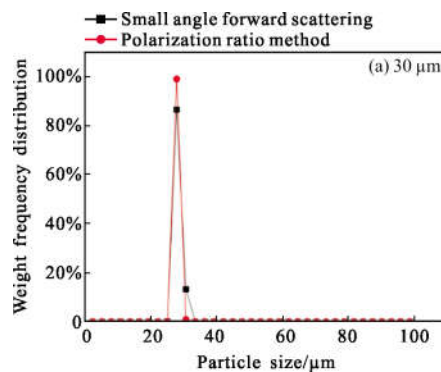


图 10 两种目标函数下 GBW(E) 120043(30 μm)和 GBW(E) 120028(39 μm)反演分布曲线

Fig.10 Inverse distribution curves of GBW(E) 120043(30 μm) and GBW(E) 120028(39 μm) under two objective functions

4 结 论

由于传统小角前向散射法测量粒径分布系统易受光路中气体或固体杂质影响,文中将小角前向散射法与偏振比法相结合,提出了一种偏振比法测量系统,推导了小角前向散射偏振比法的散射光能与粒径分布关系式,该方法通过平行和垂直于散射面的散射光分量的比值消除同一位置上噪声分量,达到增强抗噪声能力和提高反演精度的目的。采用人工鱼群算法对传统小角前向散射法和小角前向散射偏振比法两种目标函数进行寻优运算。仿真结果显示,在反演精度和抗噪声能力方面,小角前向散射偏振比法得到的结果优于传统小角前向散射法得到的结果。当噪声达到 15%时,利用人工鱼群算法对小角前向散射偏振比法目标函数的寻优结果仍然具有较低的误差。重复人工鱼群算法对两种目标函数反演得到的特征参数标准差显示,小角前向散射偏振比法比传统小角前向散射法标准差明显降低,说明利用人工鱼群算法对小角前向散射偏振比法目标函数寻优具有更好的重复性和鲁棒性。实验搭建了一套小角前向散射偏振比法测量系统,对国家标准颗粒进行测量,实验结果相对误差在 7%以内,并且小角前向散射偏振比法反演结果优于小角前向散射法,从而验证了文中提出模型具有一定的实用性。

参考文献:

- [1] Shao Hongfei, Chai Juan, Huang Hui. Research progress of particle size analysis and particle size standard reference material [J]. *Chemical Analysis and Meterage*, 2012, 21(2): 99–101. (in Chinese)
- [2] Cai Xiaoshu, Su Mingxu, Shen Jianqi, et al. The Particle Size Measurement Technology and its Application[M]. Beijing: Chemical Industry Publishing House, 2010. (in Chinese)
- 蔡小舒, 苏明旭, 沈建琪, 等. 颗粒粒度测量技术及应用 [M]. 北京: 化学工业出版社, 2010.
- [3] Liu Hui, Shi Xuefeng, Li Lizhen. Comparative between sieving method and microscope in particle size distribution of aged refuse [J]. *Chinese Journal of Environmental Engineering*, 2014, 8(9): 4007–4011. (in Chinese)
- [4] Zhang Fuyuan, Feng Xiuli, Zhang Weiyan, et al. Comparison and correction of settling and laser granulometry in south China sea surface sediment[J]. *Acta Sedimentologica Sinica*, 2011, 29(4): 767–775.(in Chinese)
- [5] Bohren C F, Huffman D R. Absorption and Scattering of Light by Small Particles[M]. New York: Wiley, 1983.
- [6] Cao Lixia. Research on measurement technology of particle size based on static light scattering [D]. Hangzhou: China Jiliang University, 2015. (in Chinese)
- [7] Kong Ming, Shen Haidong, Yang Yao, et al. Inversion of small particle size base on polarization ratio method [J]. *Journal of China University of Metrology*, 2016, 27 (2): 132–137. (in Chinese)
- [8] Deng Y, Lu Q, Luo Q M. Determining particle size distribution and refractive index in a two-layer tissue phantom by linearly polarized light [J]. *Chinese Optics Letters*, 2006, 4(1): 45–48.
- [9] Yao Linbo. Research on the modified artificial fish swarm intelligent optimization algorithm and its application [D]. Xuzhou: China University of Mining and Technology, 2016. (in Chinese)
- [10] Cao Lixia, Zhao Jun, Kong Ming, et al. Study on inversion of particle size distribution based on improved Chahine algorithm[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(9): 2838–2839. (in Chinese)