

互补 S 矩阵在 DMD 光谱仪中噪声改善的研究

高玲肖^{1,2}, 张智海^{1,2}, 张文凯^{1,2}

(1. 重庆大学 光电技术及系统教育部重点实验室, 重庆 400044;
2. 重庆大学 新型微纳器件与系统技术国家重点学科实验室, 重庆 400044)

摘要: 提出一种对数字微镜进行互补 S 矩阵编码调制的新方案, 经理论分析, 互补 S 矩阵本身具有的优良性质, 可将噪声改善度较 S 矩阵提高约 $\sqrt{2}$ 倍。通过对光谱信号建模, 详细推导分析了互补 S 矩阵应用中的噪声改善理论, 证明方案实现的过程中具有削减杂散光和暗电流噪声的作用。最后将其应用于 DMD 光谱仪中进行实验验证, 结果表明: 63 阶互补 S 矩阵编码方案较同阶 S 矩阵编码方案, 信噪比提高了 1.69 倍, 与理论分析吻合。

关键词: 互补 S 矩阵; 噪声改善; DMD 光谱仪

中图分类号: TH744.1; TH741 文献标志码: A 文章编号: 1007-2276(2013)11-3082-05

Noise-improvement of complementary S matrix used in DMD spectrometer

Gao Lingxiao^{1,2}, Zhang Zhihai^{1,2}, Zhang Wenkai^{1,2}

(1. The Key Laboratory for Opto-electronic Technology and System under Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400044, China; 2. National Key Laboratory of Fundamental Science of Micro/Nano-Device and System Technology, Chongqing 400044, China)

Abstract: A complementary S-matrix code modulation scheme was designed for digital micromirror spectrometer. The theoretical analysis proved that the complementary S matrix itself had good properties: it could improve for about times of S matrix in respect of noise improvement. It was proved that this scheme could reduce the noise of stray light and dark current in implementing process by detailed deduction and analysis on noise-improvement theory of complementary S matrix through modeling on spectral signatures. When this scheme was applied in DMD spectrometer for experimental verification. The results demonstrate that the 63 order complementary S matrix coding scheme improved for 1.69 times compared with same-order S-matrix coding scheme in signal-to-noise ratio, which is identical with the theoretical analysis.

Key words: complementary S matrix; noise-improvement; DMD spectrometer

收稿日期: 2013-03-04; 修订日期: 2013-04-16

基金项目: 国家自然科学基金(61274048); 国家中央高校基本科研业务费(CDJZR10120017); 重庆大学研究生个人创新基金(cdjcs12120002)

作者简介: 高玲肖(1986-), 女, 硕士生, 主要从事仪器科学与技术、MEMS 方面的研究。Email: 15922620987@163.com

导师简介: 张智海(1975-), 男, 副教授, 博士, 主要从事仪器科学与技术、光 MEMS 器件及应用系统方面的研究。

Email: zzhieq@163.com

0 引言

自 20 世纪 70 年代,哈达玛 H 矩阵被公认为是最优的二元编码矩阵,并由 Harwit 等人引入光学领域以来,国内外一直重视数字微镜编码方案的研究^[1-2]。但是由于双光路难于实现的限制,迫使人们长期以来普遍采用较低信噪比优势的 S 矩阵编码技术^[3-4]。近年来,国内外一些学者对编码技术方案进行了改善:2005 年,Andreas Wutting 采用改变 S 编码矩阵中的 0、1 比例的方案来减小噪声的影响,但与此同时也降低了仪器的灵敏度,不适于微弱信号的处理^[5];2009 年,L.Streeter 采用对 H 矩阵分解的方案,降低了 H 矩阵实现的难度,但光路系统中必须引入参考光路,不适用于已经研制好的数字光谱仪^[6];2012 年,徐君,胡炳樑等人提出了一种标识编码方法和解码方案,解决了 DMD 哈达玛变换光谱仪中交错编码的问题,同年,刘磊、胡炳樑等人又提出了一种光谱复原矩阵修正法,提高了光谱图像的成像质量,但是这些改善并未在原有哈达玛 S 矩阵的基础上进一步提高仪器的信噪比^[7-8]。

文中提出一种互补 S 矩阵编码的方案,在构型简单、易于实现的基础上综合 S 矩阵与 H 矩阵的优点,进一步提升仪器的信噪比,且此编码方案具有广泛的适用性,可以应用于已经研制好的各类哈达玛变换光谱仪。

1 互补 S 矩阵及其噪声改善理论

1.1 互补 S 矩阵构型原理

哈达玛变换理论采用的是对光谱信号进行组合测量的方法来减小噪声的影响。而这种组合选通又是通过编码矩阵控制数字微镜的开和关来实现的:当将矩阵元素 1 加载于某个微镜单元时,其允许光谱通过,也就是所谓的开状态,此时探测器探测到的信号中除了光谱信号外,还存在一些噪声信号;当将矩阵元素 0 加载于某个微镜单元时,即为对应的关状态,此时探测器只能接收到系统中的噪声信号^[9]。因此用单个微镜的开关状态进行相减,就可以削弱一部分噪声的影响。依据此原理,提出构造一种互补 S 矩阵,以 7 阶为例介绍其构造流程:首先构造哈达玛 S 矩阵,这里用 S⁺表示,然后经相应矩阵运算,构

造其补码矩阵 S⁻,用 S⁺减去 S⁻就得到一个由+1、-1 组成的矩阵,将其命名为互补 S 矩阵,结果如下所示:

$$S_H = S^+ - S^- = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

1.2 Q 值概念的引入

为了分析编码矩阵对噪声的影响,首先引进 Q 值的概念来表示算法对噪声的改善程度,定义为^[10]:

$$Q_i = \frac{\sqrt{\langle \varepsilon_i^2 \rangle_{scan}}}{\sqrt{\langle \varepsilon_i^2 \rangle_{multiplex}}} \quad (2)$$

假设光谱信号的真实值为 a_i,光谱信号的测量值为 â_i,则测量值与真实值的误差为:

$$\omega_i = \hat{a}_i - a_i \quad (3)$$

由随机误差的性质可知:⟨ω_i⟩ = 0;其均方差为:

$$\langle \varepsilon_i^2 \rangle = \langle \omega_m, \omega_n \rangle = \beta^2 \quad (4)$$

经哈达玛反变换后的复原信号与原信号的误差为:

$$\gamma_i = \sum_j S_{ij}^{-1} \omega_j \quad (5)$$

式中:S 表示所采用的编码矩阵。由 γ_i的随机性可得:⟨γ_i⟩ = 0;

$$\langle \varepsilon_i^2 \rangle_{multiplex} = \langle \gamma_m, \gamma_n \rangle = \sum_j (S_{ij}^{-1})^2 \langle \omega_m, \omega_n \rangle = \sum_j (S_{ij}^{-1})^2 \beta^2 \quad (6)$$

当控制 DMD 为单扫状态时:

$$\langle \varepsilon_i^2 \rangle_{scan} = \beta^2 \quad (7)$$

将公式(4)和公式(5)带入公式(2)可将 Q 值化简

为:

$$Q_i = \frac{1}{\sqrt{\sum_j (S_{ij}^{-1})^2}} \quad (8)$$

当采用 S 矩阵编码控制 DMD 进行光谱测量时:

$$|S_{ij}^{-1}| = \frac{2}{N+1} \quad (9)$$

可得其相应的噪声改善程度为:

$$Q_s = \frac{1}{\sqrt{\sum_j (S_{ij}^{-1})^2}} = \frac{1}{\sqrt{N \left(\frac{2}{N+1}\right)^2}} \approx \frac{\sqrt{N}}{2} \quad (10)$$

当采用互补 S 矩阵对 DMD 进行编码调制时:

$$|S_{Hij}^{-1}| = \begin{cases} \frac{2}{N+1} & \text{当 } S_{Hij} = 1 \text{ 时} \\ 0 & \text{当 } S_{Hij} = -1 \text{ 时} \end{cases} \quad (11)$$

因此有 $\frac{N+1}{2}$ 元素的绝对值为 $\frac{2}{N+1}$, 对应的 Q 值为:

$$Q_H = \frac{1}{\sqrt{\sum_j (S_{Hij}^{-1})^2}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{(N+1)}{2} \left(\frac{2}{N+1}\right)^2}} = \frac{\sqrt{2(N+1)}}{2} \quad (12)$$

可见在矩阵本身性质上, 互补 S 矩阵较 S 矩阵将 Q 值进一步提升了约倍 $\sqrt{2}$, 对噪声有了明显的改善。

1.3 噪声建模分析及互补 S 矩阵的实现过程

由上面分析可知, 互补 S 矩阵本身所具有性质对噪声有一定的改善作用, 下面探究其在应用中对噪声的影响, 这里将主要的噪声分为光子噪声、杂散光噪声、暗电流噪声三类来对测量光谱进行建模:

$$\hat{a}_j = \sum_i S_{ji} (x_i + p_{ij}) + T_j + E_j \quad (13)$$

式中: x_i 为光谱信号; p_{ij} 为光子噪声; T_j 为系统杂散光噪声; E_j 为暗电流噪声。由此可得复原信号的误差为:

$$\gamma_j = \sum_i S_{ij}^{-1} \left(\sum_k S_{jk} + p_{jk} + T_j + E_j \right) \quad (14)$$

进而可得:

$$\langle \varepsilon_i^2 \rangle_{\text{multiplex}} = \langle \gamma_m, \gamma_n \rangle = \sum_j (S_{ij}^{-1})^2 \left(\sum_k (S_{jk})^2 \rho^2 + \xi^2 \right) \quad (15)$$

式中: ρ^2 为光子噪声的均方差; ξ^2 为杂散光和暗电流噪声的均方差。当选择单扫状态时:

$$\langle \varepsilon_i^2 \rangle_{\text{scan}} = \rho^2 + \xi^2 \quad (16)$$

当将 S 矩阵加载到 DMD 进行编码调制时:

$$\sum_k (S_{jk})^2 = \frac{N+1}{2} \quad (17)$$

将公式(17)与公式(9)带入公式(15)可得:

$$\langle \varepsilon_i^2 \rangle_s = N \left(\frac{2}{N+1} \right)^2 \left(\frac{N+1}{2} \rho^2 + \xi^2 \right) \quad (18)$$

相应的 Q 值为:

$$Q_s = \frac{\sqrt{\rho^2 + \xi^2}}{\sqrt{N \left(\frac{2}{N+1} \right)^2 \left(\frac{N+1}{2} \rho^2 + \xi^2 \right)}} = \frac{N+1}{2\sqrt{N}} \sqrt{\frac{\rho^2 + \xi^2}{\frac{N+1}{2} \rho^2 + \xi^2}} \quad (19)$$

当选择互补 S 矩阵进行编码调制时, 首先控制 DMD 按照 S 矩阵(这里用 S^+ 表示)进行光谱调制, 测得的光谱信号为:

$$\hat{a}_j^+ = \sum_i S_{ji}^+ (x_i + p_{ij}) + T_j + E_j \quad (20)$$

然后按照 S 的补码矩阵(这里用 S^- 表示)进行光谱调制, 测得的光谱信号为:

$$\hat{a}_j^- = \sum_i S_{ji}^- (x_i + p_{ij}) + T_j + E_j \quad (21)$$

将两次光谱信号进行相减可得:

$$\hat{a}_j = \sum_i S_{Hij} (x_i + p_{ij}) \quad (22)$$

可见互补 S 矩阵在应用中可以削减杂散光和暗电流噪声的影响, 因此其复原信号的误差为:

$$\gamma_i = \sum_i S_{Hij}^{-1} \left(\sum_i S_{Hij} p_{ij} \right) \quad (23)$$

进而可得其均方差为:

$$\langle \varepsilon_i^2 \rangle_{s_H} = \langle \gamma_m, \gamma_n \rangle = \sum_j (S_{Hij}^{-1})^2 \left(\sum_i (S_{Hij})^2 \rho^2 \right) \quad (24)$$

又因为 $\sum_i (S_{Hij})^2 = N$, 结合公式(9)可将公式(24)化简为:

$$\langle \varepsilon_i^2 \rangle_{s_H} = \frac{N+1}{2} \left(\frac{2}{N+1} \right)^2 N \rho^2 = \frac{2N}{N+1} \rho^2 \quad (25)$$

相应的 Q 值为:

$$Q_H = \frac{\sqrt{\rho^2 + \xi^2}}{\sqrt{\frac{2N}{N+1}\rho^2}} = \sqrt{\frac{N+1}{N}} \sqrt{\frac{\rho^2 + \xi^2}{2\rho^2}} \quad (26)$$

为了更为直观的反应互补 S 矩阵较 S 矩阵对噪声的改善程度,这绘制光子噪声与杂散光及暗电流噪声的比值(ρ/ξ)与 Q 值得关系曲线如图 1 所示。

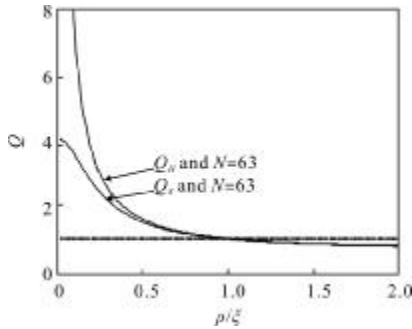


图 1 Q 值与光子噪声与杂散光及暗电流噪声之比的关系曲线

Fig.1 Q in dependence on the ratio of photon to stray light and dark current noise

从图 1 中可以看出,当 $\rho/\sigma < 1$ 时,即光路中的噪声以杂散光和暗电流为主时,互补 S 矩阵较 S 矩阵噪声改善明显,考虑极端情况,光路中只有杂散光和暗电流噪声时, $Q_H \rightarrow \infty$,这也充分证明了公式(20)~(22)综合的推断:互补 S 矩阵在实现的过程中,具有削减杂散光和暗电流噪声的作用,因此其实际噪声改善度较 S 矩阵应该优于 $\sqrt{2}$ 倍。图中还反映出:当 $\rho/\sigma \geq 1$ 时,出现 Q_H, Q_S 均小于 1 的状况,这说明当光路中存在大量光子噪声时,哈达玛变换技术噪声改善度低于单扫状态,因此在实验以及数据处理时,应尽量减小光子噪声的影响。

2 互补 S 矩阵噪声改善验证实验

2.1 实验设备

实验设备为自行研制的一台 DMD 近红外光谱

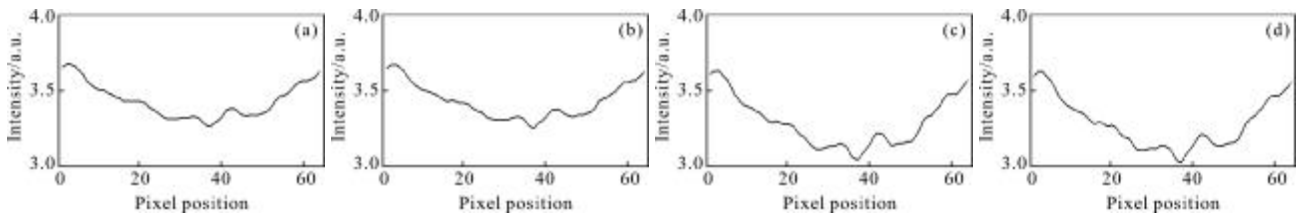


图 3 近红外波段扫描曲线

Fig.3 Spectra curves of near-infrared filter

仪(见图 2):采用卤灯光源,以 DMD 为核心器件,结合硫化铅单点探测器进行光谱探测。仪器整体结构固定,无机械运动部件,实现了光谱仪的微型化,在提高仪器信噪比的同时,大大降低了仪器成本。

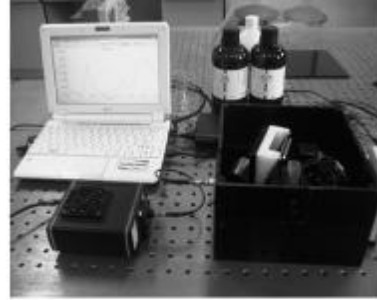


图 2 光谱实验系统

Fig.2 Spectroscopy experiment system

2.2 实验结果及分析

用信噪比来反映噪声的改善程度,计算公式为:

$$SNR = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{a_i}{b_i}\right)^2}} \quad (27)$$

式中: a_i, b_i 分别代表先后两次获得的光谱信号; n 为采样点数。

首先控制 DMD 按照 63 阶 S 矩阵模板进行光谱调制,在相同的环境下测得两幅光谱信号,分别为图 3(a)和图 3(b)所示;保持实验装置和实验环境不变,采用相同的方法,控制 DMD 按照互补 S 矩阵编码方案进行编码调制,测得两幅光谱信号如图 3(c)、3(d)所示。图 3(a)和图 3(b)相除的结果为图 4 中的 R_1 曲线,图 3(c)和图 3(d)相除的结果为图 4 中 R_2 曲线,较 R_1 曲线噪声幅度明显降低。利用信噪比的计算公式,计算得 $SBR_S = 803.9, SBR_{SH} = 1387.8$,因此互补 S 矩阵编码方案较 S 矩阵编码方案信噪比提升了 1.69 倍,与理论分析吻合。

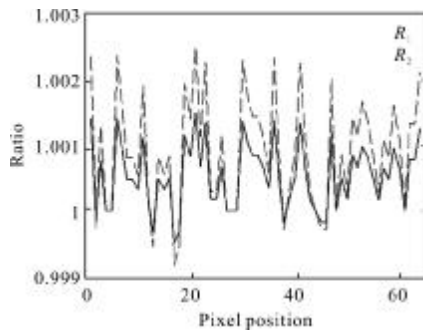


图4 63阶S矩阵与互补S矩阵编码两次光谱之比
Fig.4 Ratio of two spectrograms using 63 order S Matrix
and 63 order S_H Matrix

3 结论

针对数字显微镜光谱仪,提出一种互补S矩阵的编码方案,经理论推导证明互补S矩阵本身具有的优良性质可将噪声改善度较S矩阵提高约 $\sqrt{2}$ 倍。同时,在应用建模分析的过程中发现杂散光和暗电流为主要噪声时,互补S矩阵噪声改善度明显提高,因而互补S矩阵具有削减杂散光和暗电流噪声的作用。而当光路中大量存在光子噪声时,S矩阵以及互补S矩阵的噪声改善度均不及单扫状态,哈达玛变换算法不能彰显其微弱信号处理时噪声改善的优势,因此在试验以及数据分析处理中要尽量减小光子噪声的影响。

参考文献:

- [1] Shao Xiujuan, Hu Binglang, Yan Peng. Design of multi-spectral adaptive spectrometer based on Hadamard transform [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2010, 39(5): 963-966. (in Chinese)
邵秀娟, 胡炳樑, 闫鹏. Hadamard 变换多谱段自适应光谱仪[J]. *红外与激光工程*, 2010, 39(5): 963 -966.
- [2] Bai Junke, Liu Xuebin, Yan Peng, et al. Laboratory radiation calibration method of Hadamard transform imaging spectrometer [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(2): 503-506. (in Chinese)
白军科, 刘学斌, 闫鹏, 等. Hadamard 变换成像光谱仪实验室辐射定标方法[J]. *红外与激光工程*, 2013, 42(2): 503-506.
- [3] MacWilliams F J, Sloane N J A. *The Theory of Error-correcting codes*[M]. Amsterdam: North Holland, New York: Elsevier, 1977.
- [4] Jin Fan. *Combinatorial Design and Coding* [M]. Chengdu: Southwest Jiaotong University Press, 1990. (in Chinese)
靳蕃. *组合设计与编码*[M]. 成都:西南交通大学出版社,1990.
- [5] Wuttig A, Riesenber R. Sensitive Hadamard transform imaging spectrometer with a simple MEMS [C]//SPIE, 2003, 4881: 167-177.
- [6] Streeter L, Burling-Claridge G R. Optical full Hadamard matrix multiplexing and noise effects [J]. *Applied Optics*, 2009, 48(11): 2078-2084.
- [7] Zhang Zhihai, Gao Lingxiao, Guo Yuanjun, et al. The design and experiment of complementary S coding matrix based on Digital micromirror spectrometer. [J]. *Spectroscopy and Spectral Analysis*, 2012, 32(12): 3429-3432. (in Chinese)
张智海, 高玲肖, 郭媛君, 等. 数字显微镜光谱仪的互补S编码矩阵的设计及实验 [J]. *光谱学与光谱分析*, 2012, 32(12): 3429-3432.
- [8] Liu Lei, Hu Binglang, Kong Liang. Spectrum recovery revision algorithm of Hadamard transform spectrometer [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(7): 1928-1933. (in Chinese)
刘磊, 胡炳樑, 孔亮. Hadamard 变换光谱成像仪光谱复原矩阵修正算法[J]. *红外与激光工程*, 2012, 41(7): 1928-1933.
- [9] Xu Jun, Hu Bingliang, Feng Dazheng. Decoding method for the spectral mixing pixels in Hadamard transform spectral imager [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(6): 1527 -1531. (in Chinese)
徐君, 胡炳樑, 冯大政. 哈达玛变换成像光谱仪中光谱混合像素点的解码方法 [J]. *红外与激光工程*, 2012, 41(6): 1527-1531.
- [10] Günter Nitzsche, Rainer Riesenber. Noise, fluctuation and Hadamard transform spectrometry [C]//SPIE, 2003, 5111: 273-282.