

## 光学元件面形误差的光滑延展算法

李 云<sup>1,2</sup>, 段洁坪<sup>1,2</sup>, 邢廷文<sup>1</sup>

(1. 中国科学院光电技术研究所, 四川 成都 610209; 2. 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘 要:** 在离子束抛光工艺中, 为了提高驻留时间求解算法在工件边缘处的求解精度, 需要对原始面形误差数据进行有界光滑延展。推导并提出了一种基于高斯曲线的曲面延展算法, 该算法利用了高斯函数的有界性、光滑性和参数连续性。将该曲面延展算法应用于带有高频噪声的面形误差工件的驻留时间求解过程中, 驻留时间算法在光学元件边缘处的残余误差得到了抑制, 使得驻留时间算法在整个通光口径内的收敛率达到了 97%(RMS)。这表明基于高斯曲线的曲面光滑延展算法能实现光学元件面形误差的光滑延展, 并具有良好的抗噪声干扰能力, 改善了驻留时间算法的求解精度。

**关键词:** 面形误差延展; 驻留时间; 离子束抛光; 光学加工

**中图分类号:** O43; O439 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2013)02-0408-05

## Smoothly extending algorithm for the surface error of optics

Li Yun<sup>1,2</sup>, Duan Guping<sup>1,2</sup>, Xing Tingwen<sup>1</sup>

(1. Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209, China;

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** In the ion beam figuring technique, to improve the solution precision of the dwell time algorithm on the edge of the component, the initial surface of the error should be extended smoothly and limited. A curve surface extending algorithm was proposed which is based on the Gaussian curve. The character of smooth, limitary and parameter continuity were used. When the curve surface extending method was used in the dwell time solving process of a surface error with high frequency noise, the residual error of the dwell time algorithm on the edge was controlled. The ratio of the surface error constringency in the whole caliber reached 97% by RMS. The results show that the surface extending algorithm which based on the Gaussian curve can extend the surface error of optics smoothly. And it has good ability to oppose the noise disturbance. It improved the solution precision of the dwell time algorithm.

**Key words:** surface error extension; dwell time; ion beam figuring; optical machining

收稿日期: 2012-06-12; 修订日期: 2012-07-08

作者简介: 李云(1986-), 男, 博士生, 主要从事高精度光学元件加工方面的研究。Email: boyliyunok@163.com

导师简介: 邢廷文(1965-), 男, 研究员, 博士生导师, 主要从事应用光学方面的研究。Email: xingtw@ioe.ac.cn

## 0 引 言

传统光学加工技术越来越难以满足现代光学系统对光学元件表面质量的苛刻要求。极高的面形精度、严格的亚表面质量控制等都促使新的光学加工技术应运而生。数控研磨抛光技术、磁流变抛光技术、射流抛光技术、等体子体成形技术和离子束抛光技术等作为新的光学加工形式正在不断探索和发展当中<sup>[1-2]</sup>。其中离子束抛光技术是一种高精度、无应力的环保型非接触式加工技术。其工作机理是采用离子束轰击工件表面以达到对工件表面材料的原子量级的确定性去除,它能够达到纳米量级的面形修形精度。20 世纪 80 年代末起,该技术一直被发展和应用于现代高精度光学元件的最终面形修正上<sup>[3-5]</sup>。

离子束抛光技术是确定性修形技术的一种,驻留时间求解是离子束抛光工艺中的一个重要环节。驻留时间的求解精度直接关系到离子束抛光工艺最终的面形修形精度,因而不同特点的驻留时间求解算法不断被提出<sup>[3,6-8]</sup>。但是,较多驻留时间求解算法都存在一个共同的问题:在光学元件边缘处其求解精度往往会下降,而且越往工件边缘,其影响越严重,这是由于寄生纹波效应所导致<sup>[7]</sup>。合理、光滑地延展光学元件面形误差即能有效降低寄生纹波效应的影响,以提高驻留时间在整个光学元件通光口径内的面形加工精度<sup>[3,7-8]</sup>。

## 1 驻留时间算法与寄生纹波效应

在离子束抛光工艺中,采用的离子源其束密度分布一般为高斯形。离子束抛光的过程可以表示为:

$$\tau(x,y) \otimes b(x_0,y_0) = r(x,y) + r'(x,y) \quad (1)$$

式中: $\tau(x,y)$ 为驻留时间函数; $b(x_0,y_0)$ 为离子束的去除函数; $r(x,y)$ 为材料去除量; $r'(x,y)$ 为残余误差。由于它是一个卷积过程,可以理解为对初始面形误差的滤波过程。但是,其滤波能力受限于离子束束径和额外材料去除量。越高频率的面形误差越难以去除,导致越高频率的面形误差越容易在光学元件表面残留。对于干涉仪给出的面形误差数据,通常只在圆域内取有效值,其他区域以 0 值填充,这在边缘处即产生数值模型上的高频面形误差,会导致求解出的驻留时间在进行加工时产生如图 1 所示的寄生纹波

效应,使得工件边缘加工精度下降。为此,需要对无效 0 区域进行合理填充,以降低原始数据的高频误差,即曲面的光滑延展。

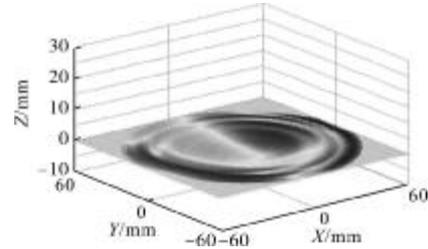


图 1 寄生纹波效应产生的残余误差

Fig.1 Residua error caused by parasitical ripple effect

延展光学元件面形误差可以采用高斯外延法和非均匀有理 B 样条曲面延展法等<sup>[3]</sup>。高斯外延法只能在一定程度上满足延展的连续性,并不能达到一阶导数连续,特别是对于实际加工中可能遇到的严重塌边或翘边面形误差其影响更严重;非均匀有理 B 样条曲面延展法虽然能对曲面进行光滑延展,但是由于其算法的复杂性,需要对整个面形进行拟合与插值,其计算效率偏低,针对大面积、高空间像素分辨率的面形误差数据进行曲面延展时往往要耗费太多的计算时间,而且上述两种方法在计算过程中均需要进行拟合插值,会引入插值误差。文中从曲线的光滑延展出发,提出了一种曲面延展算法,其具有较好的曲面光滑性和计算效率,为改善各种驻留时间求解算法的性能提供了支持。

## 2 曲线的高斯光滑延展

曲面延展是建立在曲线延展的基础上的。它需要寻找一种合理的延展方法,使得延展面与初始面光滑连接,并且延展面具有有界性。分析表明,采用高斯曲线可以达到要求的效果。公式(2)为高斯函数,它由峰值参数  $A$ 、束径控制参数  $\sigma$  和中心位置参数  $x_m$  唯一确定。

$$y(x) = A \cdot e^{-\frac{(x-x_m)^2}{2\sigma^2}} \quad (2)$$

其导函数为:

$$y'(x) = \frac{A \cdot (x-x_m)}{\sigma^2} \cdot e^{-\frac{(x-x_m)^2}{2\sigma^2}} \quad (3)$$

曲线光滑延展的根本在于初始曲线与高斯曲线

在相交点处具有同样的数值和斜率。假定初始曲线的端点为  $Q(x_0, y_0, y'_0)$ , 如图 2 所示。

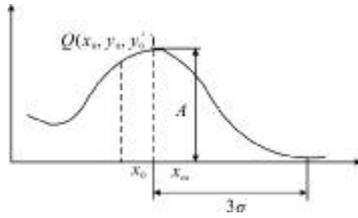


图 2 高斯光滑外延示意图

Fig.2 Diagram of Gaussian smooth extension

那么只要满足公式(4)所示的条件即可。

$$\begin{cases} y_0 = y(x) = A \cdot e^{-\frac{(x_0 - x_m)^2}{2\sigma^2}} \\ y'_0 = \frac{A \cdot (x_0 - x_m)}{\sigma^2} \cdot e^{-\frac{(x_0 - x_m)^2}{2\sigma^2}} \end{cases} \quad (4)$$

由公式(4)可以推导出:

$$\frac{y'_0}{y_0} = \frac{-(x_0 - x)}{\sigma^2} \quad (5)$$

令  $m_0 = y'_0 / y_0$ , 则有:

$$A = \frac{y_0}{e^{-\frac{m_0^2 \sigma^2}{2}}} = y_0 \cdot e^{\frac{m_0^2 \sigma^2}{2}} \quad (6)$$

为了控制延展区域数据的有界性并简化分析过程, 令  $A$  与  $y_0$  形成固定比例关系。设定:  $e^{\frac{m_0^2 \sigma^2}{2}} = e^{\frac{1}{2}}$ , 即  $A = y_0 \sqrt{e}$ , 也就是延展部分的最大值不可能超过端点的  $\sqrt{e}$  倍, 可推导出:

$$\begin{cases} A = y_0 \cdot e^{\frac{1}{2}} \\ \sigma = \frac{1}{m_0} = \left| \frac{y_0}{y'_0} \right| \\ x_m = x_0 + \frac{y_0}{y'_0} \end{cases} \quad (7)$$

分析参数  $A$  和  $\sigma$  可知,  $A$  与待延展端点的值  $y_0$  成正比;  $\sigma$  与  $y_0$  成正比, 与延展端点的斜率  $y'_0$  成反比。这使得延展区域与初始面形区域有着类似的误差分布规律。将参数代入曲线方程化简, 即有:

$$y(x) = y_0 \cdot e^{\frac{1}{2} \left( 1 - \frac{(x y'_0 - x_0 y'_0 - y_0)^2}{y_0^2} \right)} \quad (8)$$

端点的数值  $y_0$  可以直接取曲线端点数值。由于面形误差数据往往以离散点形式给出, 而且面

形误差数据中往往都包含有较高频率的噪声, 直接差分运算难以给出曲线端点的合理斜率, 因而需要将靠近端点的多个数据点进行多项式拟合, 再对多项式求导数, 获得曲线端点的斜率  $y'_0$ 。得到曲线的端点参数  $x_0, y_0, y'_0$  后, 根据公式(8)进行曲线的光滑延展, 如图 3 所示。可以看出, 初始曲线和延展曲线在交点处具有近似一致的斜率, 曲线得到了光滑延展。

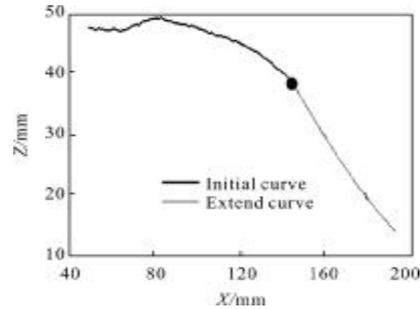


图 3 误差曲线光滑延展

Fig.3 Error curve smoothly extension

### 3 曲面的高斯光滑延展

由公式(8)可以看出, 延展曲线  $y(x)$  是关于初始参数  $x_0, y_0, y'_0$  的连续函数。由此可见, 只要相邻曲线的  $x_0, y_0, y'_0$  参数连续变化, 多条  $y(x)$  曲线排列即构成一连续曲面。

由于光学元件需要沿着  $X$  和  $Y$  方向均有一定的延展面积, 需要将圆域光学元件面形误差数据沿着  $X$  和  $Y$  方向分两步进行延展。假定初始的面形误差如图 4 所示。

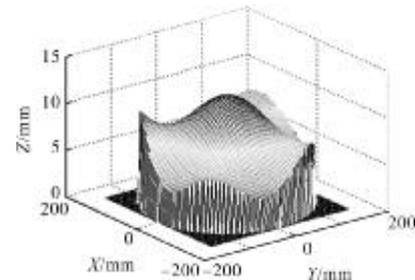


图 4 初始面形误差分布

Fig.4 Initial surface error distribution

首先沿着  $X$  方向进行双向延展, 如图 5 中箭头所示。

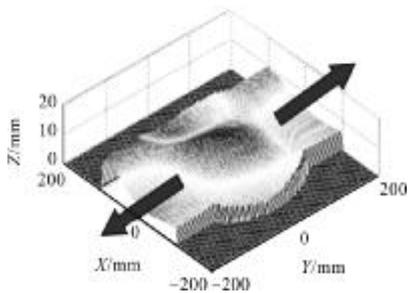


图 5 面形误差沿 X 方向延展

Fig.5 Surface error extending by X-direction

由于光学元件的面形误差数据为圆形, 远离 X 轴并沿着 X 轴方向的待延展曲线其像素点数太少, 难以通过拟合和求导的方法得到端点的合理斜率  $y_0'$ , 这一步只对圆域工件的中间部分曲线进行了延展。完成了 X 方向延展后, 对图 5 所示部分延展的面形误差沿着与之对应的垂直方向(Y 方向)进行延展, 如图 6 中箭头所示。由于此时沿着 Y 方向的曲线都有足够多的像素点数, 可以容易求得端点的斜率  $y_0'$ , 即得到延展后如图 6 所示的光滑曲面。

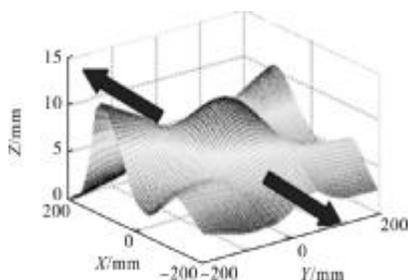


图 6 面形误差沿 Y 方向延展

Fig.6 Surface error extending by Y-direction

实际由于干涉仪给出的面形数据由于存在一定的随机噪声, 将导致相邻曲线所求得的参数  $y_0, y_0'$  可能不连续, 由公式(8)可知, 这会引入延展面产生短波长成分, 延展区域将出现如图 7 中箭头所示的褶皱。

在有限的额外材料去除量限制下<sup>[7,9]</sup>, 褶皱会导致最终求解的驻留时间不够精确, 而且会导致驻留时间拓扑分布中短波长成分增多, 对后续加工过程中离子源驱动平台的机械加速度性能提出更高要求。为此, 必须要对初始面形误差采用低通滤波器进行高频噪声滤除。对于离子束抛光而言, 其修形过程为一高通滤波过程。由于特定尺寸的去函数具有特定的修形能力<sup>[9]</sup>, 束径小的离子束修形能力强, 截止频率大; 束径大的离子束修形能力弱, 截止频率

小。初始滤波器的截止频率与驻留时间算法的截止频率基本一致即可。将滤波后的面形误差进行延展后得到如图 8 所示的延展面形误差。可以看出, 该面形误差很好地抑制了延展区域的短波长成分。

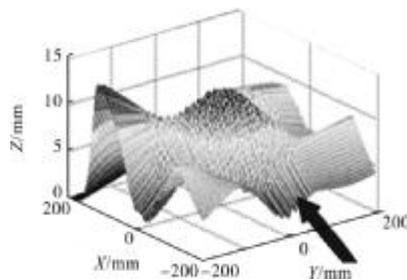


图 7 噪声干扰引起的褶皱

Fig.7 Drape caused by noise disturbance

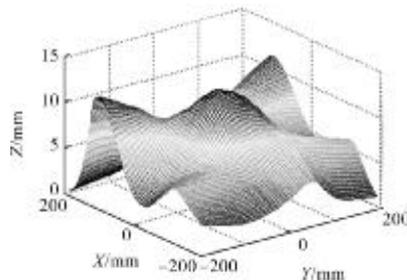


图 8 滤波后的延展结果

Fig.8 Extended result after filter

由该曲面延展算法的原理可知, 该过程中没有对面形误差大规模的插值与拟合, 大规模的插值与拟合一般都较耗费计算时间, 而且容易引起精度损失; 该算法的计算量与工件的面积只成正比关系, 因此, 该算法可以获得极佳的计算效率和计算精度。

## 4 算法验证

为了验证该曲面延展算法在离子束抛光驻留时间求解上的可行性, 特做以下驻留时间求解, 并预测加工残差。图 9 为实际干涉仪给出的面形误差拓扑分布图。其初始面形误差为 8.47 nm(RMS), 其面形数据为 264×264 pixel, 包含有高频噪声成分, 按照文中提及的曲面延展算法进行曲面延展。此外, 由于驻留时间算法为了降低寄生纹波效应的影响, 要求延展后的面形具有平齐的边缘<sup>[7]</sup>, 对边缘数据进行加窗衰减, 得到如图 10 所示的延展面形误差, 延展过程仅耗时约 5 s。

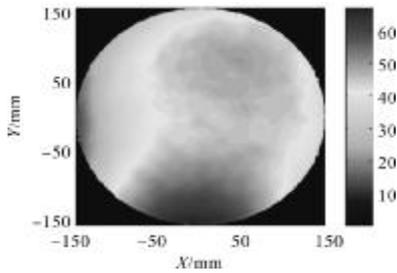


图 9 实测面形误差

Fig.9 Tested surface error

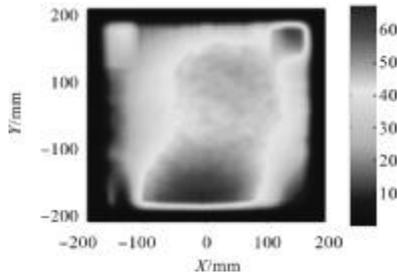


图 10 延展面形误差

Fig.10 Extended surface error

对图 10 中的延展面形误差采用基于等效滤波模型的驻留时间求解算法求解。求解中采用半高全宽为 8 mm、峰值去除速率为 20 nm/s 的高斯型去除函数<sup>[3,6]</sup>,采用求得的驻留时间进行仿真加工得到的残余误差如图 11 所示。可以看出,残余误差在整个口径内分布均匀,基本消除了寄生纹波效应,在工件的边缘处也能获得了极高的求解精度。其面形误差 RMS 为 0.25 nm,且基本为初始面形误差的本底高频噪声,面形预测收敛率为 97%。其中收敛率定义为  $\eta = (e_i - e_f) / e_i$ ,  $e_i$  和  $e_f$  分别为初始面形和预测加工后面形的 RMS 值。

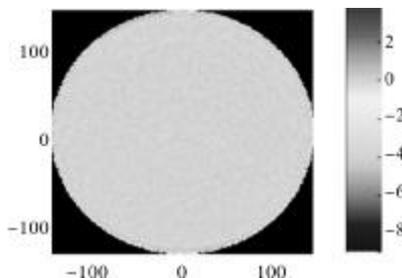


图 11 仿真加工面形残差

Fig.11 Surface residua error by simulating machining

## 5 结论

采用高斯曲线进行光学元件面形误差光滑外延

能够获得光滑的延展曲面。对一实测工件的面形误差进行延展、计算驻留时间并仿真加工,表明其能有效提高光学元件边缘处的驻留时间求解精度,使得驻留时间求解算法的收敛精度在全口径内达到 97%。同时,由于算法计算过程中没有对光学元件面形误差的大规模拟合与插值,该延展算法也具有较好的计算效率和精度。

但是,所提及的基于高斯曲线的曲面光滑延展算法中对计算参数的选择没有做深入的分析。延展算法的最优参数选择原则尚需进一步分析与研究。此外,该算法对于初始面噪声的抗噪声能力仍需进一步理论分析和完善。

## 参考文献:

- [1] Wang Dasen, Liu Weiguo. Ultra -precision fabrication technology for optical components [J]. Defense Manufacturing Technology, 2010, 10(5): 5-10. (in Chinese)
- [2] Zhang Zhihui, He Liting, Kong Lingbao, et al. Optical surface generation in ultra-precision polishing of freeform[J]. Infrared and Laser Engineering, 2010, 39(3): 496-501. (in Chinese)
- [3] Jiao Changjun, Li Shengyi, Xie Xuhui. Algorithm for ion beam figuring of low-gradient mirrors [J]. Applied Optics, 2009, 48(21): 4090-4096.
- [4] Wu Jianfen, Lu Zhenwu, Zhang Hongxin, et al. Dwell time algorithm in ion beam figuring [J]. Applied Optics, 2009, 48(20): 3930-3937.
- [5] Ion beam finishing technology for high precision optics production [EB/OL]. [2009-08-08] <http://www.ntgl.de/eng/produkte/formgeb/formgeb.htm>.
- [6] Zhou L, Dai Y, Xie X, et al. Model and method to determine dwell time in ion beam figuring [J]. Nanotechnology and Precision Engineering, 2007, 5(2): 108-112.
- [7] Li Yun, Xing Tingwen. Filter model based dwell time algorithm for ion beam figuring [C]//SPIE, 2010, 7655: 76551K.
- [8] Li Yun, Xing Tingwen, Xiu Jiajun, et al. Dwell time algorithm for the 3-axis ion beam figuring system [J]. Infrared and Laser Engineering, 2012, 41(5): 1300-1305. (in Chinese)
- [9] Li Yun, Xing Tingwen. Surface error of optical componets extended with non-uniform rational B-spline surface [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(7): 0722001. (in Chinese)