

部分相干高斯-谢尔光束在大气湍流中的展宽与漂移

向宁静¹, 吴振森¹, 王明军²

- (1. 西安电子科技大学 理学院, 陕西 西安 710071;
2. 咸阳师范学院 物理与电子工程学院, 陕西 咸阳 712000)

摘要: 基于广义惠更斯-菲涅耳原理, 交叉密度函数以及 Rytov's 相位结构函数二次近似, 利用傅里叶高斯变换推导出部分相干高斯-谢尔(GSM)光束在大气湍流中的强度分布表达式, 并在此基础上分析了大气湍流对光束展宽、以及光束漂移的影响。数值模拟表明: 光束展宽和光束漂移与光束的初始半径、波长、光源的相干宽度以及发射机的位置高度有关, 并提出了减小湍流影响的措施。

关键词: 大气湍流; 高斯-谢尔光束; 平均强度; 光束展宽; 光束漂移

中图分类号: O431.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2013)03-0658-05

Spreading and wander of Gaussian-Schell model beam propagation through atmospheric turbulence

Xiang Ningjing¹, Wu Zhensen¹, Wang Mingjun²

- (1. School of Science, Xidian University, Xi'an 710071, China;
2. School of Physics and Electronic Engineering, Xianyang Normal College, Xianyang 712000, China)

Abstract: Based on the extended Huygens-Fresnel integral, the cross-spectral density and Rytov's phase structure function, average intensity was derived by a formula for the Fourier transform of Gaussian function. Then mean squared root beam width, beam wander of a partially coherent Gaussian-Schell-model (GSM) beam in turbulent atmosphere were found out. It shows that beam spread and beam wander have relation with initial beam radius, initial coherence width, wavelength and transmitter height in the atmospheric turbulence. At last, some measures were brought to decrease the effect of atmospheric turbulence.

Key words: atmospheric turbulence; Gaussian-Schell model beam; average intensity; beam spread; beam wander

收稿日期: 2012-07-07; 修订日期: 2012-08-11

基金项目: 国家自然科学基金(61172031, 61271110); 陕西省自然科学基金(2010JQ8016)

作者简介: 向宁静(1979-), 女, 博士生, 主要从事光(电磁)波在大气湍流中的散射特性方面的研究。Email: xiangningjing@sohu.com

导师简介: 吴振森(1946-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事光(电磁)波在随机介质和非均匀介质中的散射和传播, 目标激光散射等方面的研究。Email: wuzhs@mail.xidian.edu.cn

0 引言

激光大气湍流传输在激光遥感、图像处理以及激光通信方面具有重要的意义。20 世纪 90 年代 Wu 通过分析互相关函数发现,部分相干光(PCB)比起完全相干光(CB)在大气湍流中受到的影响要小(即对湍流不是很敏感)^[1]。此后开展了大量的理论和实验工作^[2-8],采取各种方法克服湍流对激光的衰减。Shirai T 等人用相干模的表示方法,分析部分相干光在强湍流中的扩展情况^[3];Andrews L C 研究了弱湍流大气中基模激光束的平均光强统计规律^[4]。Zhang Yixin 采用近似误差小于 4% 的平方近似方法研究斜程大气湍流激光束的平均光强和短期光束扩展^[6]。为了阐明大气湍流如何影响部分相干光;Greg. Gber 解析了在何种条件下,部分相干光的光束扩展受到湍流的影响较为明显^[7]。以上工作均涉及部分相干光的光束扩展问题,但很少从光强分布出发解释部分相干光受湍流的影响小的原因以及分析部分相干光的漂移问题。

文中利用广义惠更斯-菲涅耳原理,根据傅里叶变换公式推导了任何湍流大气中部分相干高斯-谢尔(GSM)光束的平均光强分布表达式,并在此基础上分析了光束展览和光束漂移的问题。最后对实验结果进行数值模拟并与以前结果进行比较。

1 高斯-谢尔光束源的光强分布

高斯-谢尔光束在 L=0 处平面内的交叉密度函数(CSDF)W⁰可表示为^[4]:

$$W^0(\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2, \omega) = A \exp\left[-\frac{\rho_1^2 + \rho_2^2}{w_0^2}\right] \times \exp\left[-\frac{|\vec{\rho}_1 - \vec{\rho}_2|^2}{2\sigma_g^2}\right] \quad (1)$$

式中: $\vec{\rho}=(\rho_x, \rho_y)$ 为源平面的二维坐标矢量; w_0 为初始光源的束腰宽度; σ_g 表示源平面空间相干程度,随着 σ_g 增大光束的相干程度增大,反之相干性变差。

下面考虑 GSM 光束通过湍流大气的传输,根据广义惠更斯-菲涅耳原理^[6]

$$U(\vec{\rho}, L) = -\frac{ik \exp(ikL)}{2\pi L} \int d\vec{\rho}_0 U_0(\vec{\rho}_0, 0) \cdot \exp\left[\frac{ik(\vec{\rho} - \vec{\rho}_0)^2}{2L}\right] \exp[\phi(\vec{\rho}, \vec{\rho}_0, L)] \quad (2)$$

式中: $U_0(\vec{\rho}_0, 0)$ 代表入射场; $U(\vec{\rho}, L)$ 代表经过湍流传

播距离 L 处的场; ϕ 为相位结构函数,取决于湍流的性质; $k=2\pi/\lambda$ 为波数。根据公式(2),利用交叉密度函数,可以得到 L 处的平均场强,参考文献[7]考虑的是一维情况。

$$I(\vec{\rho}, L) = W(\vec{\rho}, \vec{\rho}, L) = \langle U(\vec{\rho}, L) U^*(\vec{\rho}, L) \rangle = \frac{1}{(\lambda L)^2} \int d\vec{\rho}_1 d\vec{\rho}_2 \langle U_0(\vec{\rho}_1, 0) U_0^*(\vec{\rho}_2, 0) \rangle \times \exp\left[-ik \frac{(\vec{\rho} - \vec{\rho}_1)^2 - (\vec{\rho} - \vec{\rho}_2)^2}{2L}\right] \times \langle \exp[\phi(\vec{\rho}, \vec{\rho}_1, L) + \phi^*(\vec{\rho}, \vec{\rho}_2, L)] \rangle \quad (3)$$

其中,

$$\langle U_0(\vec{\rho}_1, 0) U_0^*(\vec{\rho}_2, 0) \rangle = W^0(\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2, \omega) \quad (4)$$

$$\langle \exp[\phi(\vec{\rho}, \vec{\rho}_1, L) + \phi^*(\vec{\rho}, \vec{\rho}_2, L)] \rangle \cong \exp\left[-\frac{(\rho_1 - \rho_2)^2}{\rho_0}\right] \quad (5)$$

$$\rho_0 = (0.545 C_n^2 k^2 L)^{-3/5} \quad (6)$$

式中: ρ_0 为 Rytov's 相位结构函数,适合于强弱湍流。为了便于运算文中做差分坐标变量代换,令:

$$\vec{u} = \frac{\vec{\rho}_1 + \vec{\rho}_2}{2}, \vec{r} = \frac{\vec{\rho}_1 - \vec{\rho}_2}{2} \quad (7)$$

把公式(1)和公式(7)代入公式(3)化简可得:

$$I(\rho, L) = \frac{1}{(\lambda L)^2} A \int d\vec{u} d\vec{r} \exp\left[-\frac{2u^2}{w_0}\right] \cdot \exp\left[-\frac{r^2}{2\delta_0^2}\right] \exp\left[-i\frac{k}{L}\vec{u} \cdot \vec{r}\right] \exp\left[i\frac{k}{L}\vec{\rho} \cdot \vec{r}\right] \exp\left[-\frac{r^2}{\rho_0}\right] \quad (8)$$

$$\frac{1}{\delta_0^2} = \frac{1}{w_0^2} + \frac{1}{\sigma_g^2} \quad (9)$$

对公式(8)利用高斯函数的傅里叶积分变换公式得:

$$I(\vec{\rho}, L) = \frac{A}{\Delta^2(L)} \exp\left[-\frac{2\rho^2}{w_0 \Delta^2(L)}\right] \quad (10)$$

$$\Delta^2(L) = 1 + \frac{4}{w_0^2 \delta_0^2 k^2} L^2 + \frac{4m}{w_0^2} \quad (11)$$

$$m = 2(0.545 C_n^2)^{6/5} k^{2/5} L^{16/5} \quad (12)$$

当 L=0 时,

$$I(\rho, 0) = A \exp(-2\rho^2/w_0^2) \quad (13)$$

可以退化到参考文献[2]的结果。

在轴完全相干高斯光束在真空中的光强分布为:

$$I(0, L)|_{\sigma_g=0} = \frac{A}{1 + \left(\frac{2L}{kw_0^2}\right)^2} \quad (14)$$

归一化的光强可表示为:

$$I^N(\vec{\rho}, L) = \frac{I(\vec{\rho}, L)}{I(0, L)|_{\sigma_g=0}} = \frac{1 + \left(\frac{2L}{kw_0^2}\right)^2}{\Delta^2(L)} \exp\left(-\frac{2\rho^2}{w_0^2 \Delta^2(L)}\right) \quad (15)$$

$$\Delta^2(L) = 1 + \frac{4}{w_0^2 \delta_0^2 k^2} L^2 + \frac{8(0.545C_n^2)^{6/5} k^{2/5} L^{16/5}}{w_0^2} \quad (16)$$

从公式(16)可以看出,湍流强度和光源的相干性影响激光的强度。设参数为: $w_0=0.01\text{ m}$, $\lambda=1.06\times 10^{-6}\text{ m}$, $L=5\ 000\text{ m}$, $C_n^2=10^{-14}\text{ m}^{-2/3}$, $\sigma_g=0.002\text{ m}$, 完全相干高斯(GB)光束和部分相干高斯-谢尔光束在湍流和真空中的归一化光强分别如图 1、图 2 所示。在自由空间中,部分相干光束光强分布不集中,比完全相干光引起的扩展现象严重。部分相干光束在湍流中的光束扩展和峰值相对自由空间传播几乎没有变化。而完全相干光在湍流中的光强峰值远远小于在自由空间的峰值。说明部分相干光受湍流的影响小于完全相干光。这与参考文献[6]给出的结论一致。同时随着横向距离增大,光强逐渐减弱。

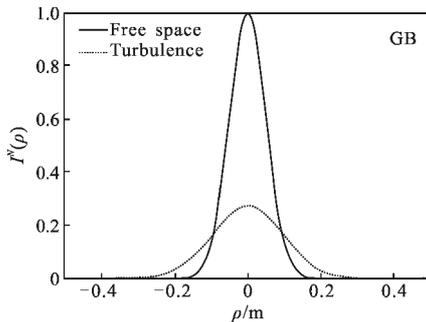


图 1 完全相干光的归一化光强分布

Fig.1 Normalized intensity distribution of a fully coherent beam

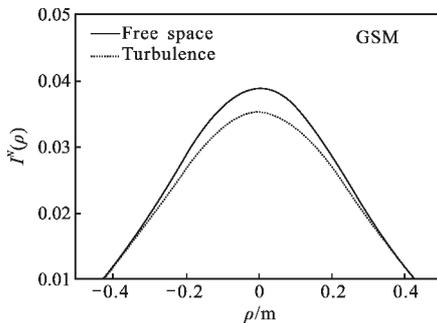


图 2 部分相干光的归一化光强分布

Fig.2 Normalized intensity distribution of a partially coherent beam

图 3 给出了在不同湍流强度下,光强随传播距离的变化情况。设有关参数: $\lambda=1.06\times 10^{-6}\text{ m}$, $\rho=0.05\text{ m}$, $\sigma_g=0.002\text{ m}$, $w_0=0.01\text{ m}$, 从图中可以看出,随着传播距离的增加,湍流中的光强与自由空间中的光强差

别变大,并趋于一定值。并且光强随湍流强度的增加而变小,湍流越弱,光强受湍流的影响越小。

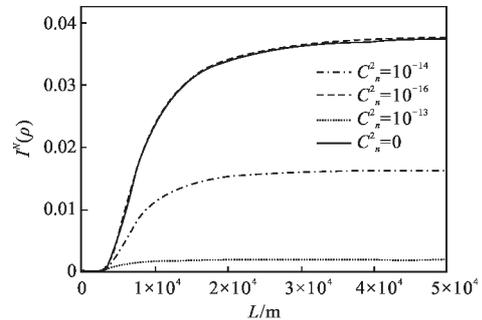


图 3 部分相干光归一化光强随传播距离的变化

Fig.3 Normalized intensity of GSM beam versus distance

图 4 所示为高斯-谢尔光束归一化光强随横向距离的变化,其中实线代表湍流,点星线代表自由空间 ($C_n^2=10^{-16}\text{ m}^{-2/3}$)。可以看出光源的相干度越小,光强受湍流的影响越小。当 $\sigma_g=0.001\text{ m}$ 时,光强在湍流和自由空间中几乎没有差别,但当 $\sigma_g=0.008\text{ m}$ 时,差别则十分明显。图 5 点虚线代表自由空间,实线代表湍流 ($C_n^2=10^{-14}\text{ m}^{-2/3}$)。当湍流增强时,逐渐开始影响光强,表明光源相干性和湍流强度对光束的传输起相同作用。如果光源的相干性比较小,湍流对光束传输几乎没有影响,即 σ_g 足够小时,GSM 光束有很强的反湍流能力,与参考文献[1]给出的结论相符。

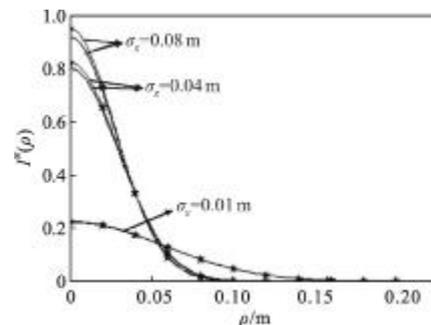


图 4 高斯-谢尔光束归一化光强随横向距离的变化

Fig.4 Normalized intensity of GSM beam versus transverse distance

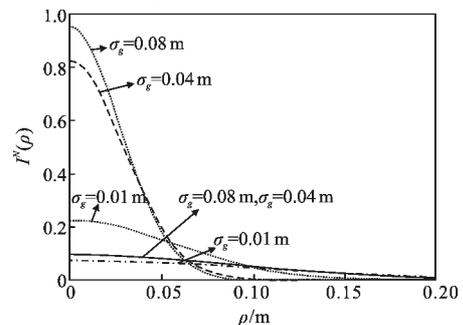


图 5 高斯-谢尔光束归一化光强随横向距离的变化

Fig.5 Normalized intensity of GSM beam versus transverse distance

2 均方光束宽度和方向性

光束归一化的均方根宽度(有效光束半径)定义为^[2]:

$$W(L) = \left[\frac{\iint \vec{\rho}^2 I(\vec{\rho}, L, \omega) d^2\rho}{\iint I(\vec{\rho}, L, \omega) d^2\rho} \right]^{1/2} \quad (17)$$

将公式(10)代入上式经过运算得到光束在湍流中的均方根宽度:

$$W(L) = \sqrt{\frac{w_0^2}{2} + \frac{2L^2}{k^2} \left(\frac{1}{w_0^2} + \frac{1}{\sigma_g^2} \right) + 4(0.545C_n^2)^{6/5} k^{2/5} L^{16/5}} \quad (18)$$

公式(18)前两项表明,自由空间的扩展随相干度的降低而增加,第三项属于湍流效应引起的光束扩展。这个结果与参考文献[7]相同,与参考文献[8]稍有不同,因为文中利用 Rytov's 相位结构函数(适应于强弱湍流情况),而参考文献[8]是在强湍流情况下得出的结果。

图 6($\lambda=1.06 \times 10^{-6} \text{ m}$, $\sigma_g=0.005 \text{ m}$, $w_0=0.01 \text{ m}$)显示湍流越强,光束扩展现象越明显,为了减小湍流影响,应在较高位置发射。同时从图中可以看出,传播距离越长,受湍流的影响越明显。图 7 表明其他条件一定,波长越大,湍流与自由空间的差别越小,说明采用长波发射,可以减小湍流影响。激光的一个最大特点是它的方向性,理论和实验证明在自由空间部分相干光和完全相干光一样具有方向性。下面研究部分相干(GSM)光束在任何湍流情况下传播的方向性,如图 8 所示^[9]。传播距离越长,不同相干宽度的 GSM 光束在湍流中有高度的方向性。

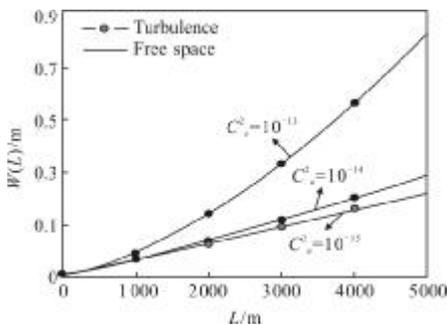


图 6 有效光束半径随传播距离的变化情况
Fig.6 Effective beam radius versus propagation distance

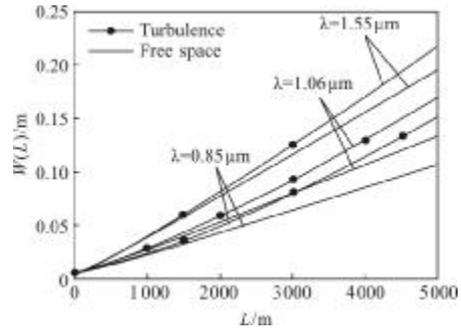


图 7 有效光束半径随传播距离的变化情况
Fig.7 Effective beam radius versus propagation distance

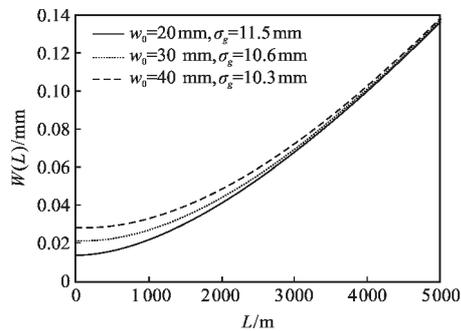


图 8 等效 GSM 光束均方光束宽度随距离的变化情况
Fig.8 Equivalent partially GSM beam versus propagation distance

3 光束漂移

湍流大气中的光斑时刻漂移,反映光斑空间位置随时间变化。光斑漂移对激光在大气中的工程应用有重要意义。

质心的漂移方差为:

$$\sigma_\rho^2 = \frac{\iint (\vec{\rho} \cdot \vec{\rho}_2) I(\vec{\rho}_1) I(\vec{\rho}_2) d\rho_2 d\rho_1}{\left[\iint I(\vec{\rho}) d\rho \right]^2} \quad (19)$$

将公式(10)代入公式(19),可以得出光束的漂移方差。数值模拟如图 9 和图 10 所示。漂移方差随初

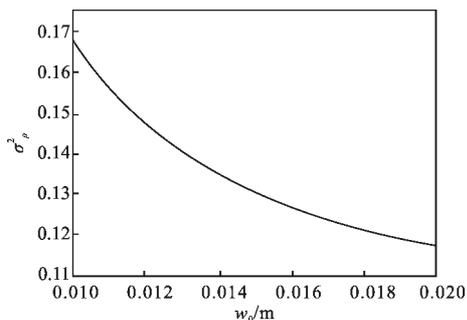


图 9 漂移方差随半径的变化
Fig.9 Wander variance versus radius

始半径的增加而减小,这与钱仙妹^[10]通过相位屏模拟的结果相同。从图 10 中可以看出相干长度越小,漂移方差越大;随着传播距离增加,漂移方差越明显。以上结果是在弱湍流条件下得出的,因为在强湍流条件下,光斑破碎为小光斑,在实际应用中没有什么意义。

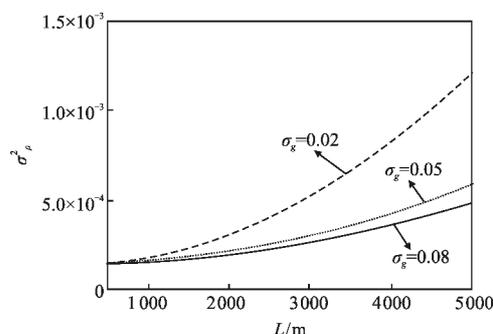


图 10 漂移方差随距离的变化

Fig.10 Wander variance versus propagation distance

4 结论

推导了部分相干高斯-谢尔(GSM)光束通过湍流大气传播的光强分布和光束展宽的解析式,分析了光束在大气湍流中的方向性以及漂移特性。结果表明:湍流强度和光源的相干度对光束的传播具有重要影响。部分相干光束比完全相干光束受湍流的影响小;部分相干光在大气湍流中传输时,随着湍流增强,传播距离、相干长度和横向距离增加,光强变小;光束展宽随波长变大、初始半径变小、光源相干宽度减小和湍流强度减小而减小。为了减小湍流影响,文中采取长波长、小的初始半径、小的相干长度以及离地面距离较高的位置发射;相干长度越小,初始半径越大,光束质心漂移越明显。在无线光通信应用中,应权衡波长、相干长度、初始半径的取值,选取最优光束。

参考文献:

- [1] Wu Jian. Propagation of a Gaussian-Schell beam through turbulent media[J]. *J Mod Opt*, 1990, 37(4): 671-684.
- [2] Santarsiero M, Gori F, Borghi R, et al. Spreading properties of beams radiated by partially coherent Schell-model sources [J]. *J Opt Soc Am*, 1999, 16(7): 106-112.
- [3] Shira T, Dogariu A, Wolf E. Mode analysis of spreading of partially coherent beams propagating through atmospheric turbulence[J]. *J Opt Soc Am*, 2003, 6(20): 1094-1102.
- [4] Andrews L C, Miller W B, Ricklin J C. Partial coherence of a Gaussian beam wave in weak and strong optical turbulence [J]. *J Opt Soc Am A*, 1994, 11(5): 1653-1660.
- [5] Zhang Yixin. Average intensity and short term beam spread of a laser beam propagating in a slant path atmosphere [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2007, 36(2): 168-169. (in Chinese)
张毅新. 斜程大气传输激光束的平均光强与短期光束扩展 [J]. *红外与激光工程*, 2007, 36(2): 168-169.
- [6] Andrews L C, Phillips R L. *Laser beam propagation through random media* [C]//SPIE, 1998.
- [7] Gbur G, Wolf E. Spreading of partially coherent beams in random media[J]. *J Opt Soc Am*, 2002, 8 (19): 1592-1598.
- [8] Wang F, Cai Y, Eyyubolu H T, et al. Partially coherent elegant Hermite-Gaussian beam in turbulent atmosphere [J]. *Applied Physics*, 2010, 1(30): 461-469.
- [9] Shirai T, Dogariu A, Wolf E. Directionality of Gaussian Schell-model beams propagating in atmospheric turbulence [J]. *Optic Letter*, 2003, 28(8): 610-612.
- [10] Qian Xianmei. Numerical simulation of turbulent effects of laser propagation along a ground-space slant atmospheric path[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2005, 34(2): 192-199. (in Chinese)
钱仙妹. 地空激光大气斜程传输湍流效应的数值模拟分析 [J]. *红外与激光工程*, 2008, 37(5): 787-792.