

基于 Bayes 弹道导弹主动段融合跟踪算法

张 峰¹, 田康生²

(1. 空军雷达学院 研究生管理大队 23 队, 湖北 武汉 430019; 2. 空军雷达学院 4 系, 湖北 武汉 430019)

摘 要: 弹道导弹主动段拦截中对导弹跟踪精度要求很高, 如何将多种主动段探测装备得到的数据进行融合得到更加精确的数据是当前亟待解决的难题。针对此问题, 文中研究了导弹预警卫星与雷达融合跟踪, 提出了一种基于 Bayes 理论的弹道导弹主动段融合跟踪算法。该算法分别建立了导弹预警卫星和雷达对主动段探测模型和跟踪模型, 应用 POFACETS 软件仿真了一种类型弹道导弹, 并将其获得的导弹 RCS 数据应用到算法中, 提高了算法的准确性。仿真实验表明, 该融合跟踪算法可以获得比多个传感器算术平均值更精确的结果, 具有较高的可靠性。

关键词: 弹道导弹; 主动段拦截; Bayes 理论; 融合跟踪

中图分类号: TJ95 文献标志码: A 文章编号: 1007-2276(2013)05-1372-10

Fusion tracking algorithm of boost-phase ballistic missile using Bayes

Zhang Feng¹, Tian Kangsheng²

(1. 23th Branch, Department of Graduate Management, AFRA, Wuhan 430019, China;

2. Department of Four, AFRA, Wuhan 430019, China)

Abstract: The demand of tracking accuracy is very high in the boost-phase ballistic missile interception, how to fuse the data of many kinds of boost-phase detection equipments to get more precise data has become an urgent problem. To solve this problem, a new fusion tracking algorithm based on missile early warning satellites and radar was studied, a fusion tracking algorithm of boost-phase based on Bayes theory was proposed. The detection model and tracing model of missile early warning satellite and radar for boost-phase were established, the accuracy of this fusion algorithm was improved by the help of POFACETS' RCS simulation of one type of ballistic missile. Simulation results show that the result is more accurate than by using arithmetic mean on the limited sensors, this algorithm has high reliability.

Key words: ballistic missile; boost-phase interception; Bayes theory; fusion tracking

收稿日期: 2012-09-10; 修订日期: 2012-10-23

基金项目: 国防预研项目

作者简介: 张峰(1983-), 男, 博士, 主要从事数据融合方面的研究。Email: zf2882002@yahoo.com.cn

0 引言

弹道导弹以其优异的战略战术性能成为当今世界各国进行现代局部战争首先或重点使用的进攻性武器, 目前已经有 40 多个国家(地区)拥有弹道导弹及其相关技术^[1]。弹道导弹的拦截已成为世界各国研究的热点, 其中主动段拦截尤为受到关注, 因为在主动段, 弹道导弹仍是一个整体, 真假弹头未释放, 多弹头未分离, 避开了真假弹头识别的特大难题, 拦截成功概率较大; 如果拦截成功, 核弹头将在敌方国土附近爆炸, 敌方受害最大^[2]。对弹道导弹主动段跟踪是主动段拦截中至关重要的环节。

目前, 对弹道导弹主动段探测的装备主要有导弹预警卫星和前置雷达。导弹预警卫星通过星载红外传感器近实时地监视弹道导弹的发射, 通过被动探测获得对弹道导弹到达角(方位、俯仰)测量信息, 实现对目标发射的监视、跟踪^[3]。导弹预警卫星按其所在轨道的高低分为高轨和低轨导弹预警卫星^[4], 其中轨道高度在 1 000 km 左右的低轨导弹预警卫星探测精度比高轨的高, 文中涉及的导弹预警卫星就是这种。参考文献[5-7]给出了导弹预警卫星对主动段弹道跟踪算法。另外, 采用前置雷达跟踪弹道导弹主动段具有重要的战略意义, 扩展了作战空间^[8], 参考文献 [9-11] 研究了雷达跟踪主动段弹道导弹问题。在主动段拦截系统中, 主动段跟踪精度是拦截是否成功的关键, 然而现有文献的关注点都放在如何提高某一种装备的跟踪精度上, 还未有学者提出将两种装备探测到的数据进行融合跟踪得到更加精确信息的有效算法。

在此背景下, 文中研究了导弹预警卫星与雷达融合跟踪问题, 提出了基于 Bayes 理论的弹道导弹主动段融合跟踪算法, 该算法首先分别建立了导弹预警卫星和雷达对弹道导弹主动段的探测模型和跟踪模型, 得到了两种装备对同一导弹主动段的估计。其中导弹预警卫星对目标位置的估计采用双星定位的方法, 并假设估计值在两颗导弹预警卫星瞬时视场(IFOV, instantankous field of view)的相交区域内服从均匀分布, 即 k 时刻估计值的概率密度函数为常数, 而雷达对目标位置的估计文中建立了弹道导弹主动段动力学模型, 应用 POFACETS 软件^[12]仿真

了一种类型弹道导弹的 RCS, 在此基础上建立了雷达探测模型, 采用 EKF 算法得到雷达对导弹主动段 k 时刻的估计值及其统计特性; 其次以 Bayes 理论作为数据融合的方法, 得到了两种不同类型传感器最优融合数据; 最后进行了仿真分析, 实验表明, 使用该方法可以提高主动段跟踪精度和可靠性。

1 单种个传感器对弹道导弹主动段探测估计

在弹道导弹主动段跟踪中, 假设对弹道导弹发射确认的前提下, 导弹预警卫星和雷达探测跟踪信息经由数据链系统传送至数据融合中心进行数据处理, 融合得到的高精度弹道导弹位置和状态信息再通过数据链系统发送给动能拦截弹, 导引动能拦截弹完成目标截获, 主动段跟踪拦截作战过程示意图如图 1 所示, 这里假设有两颗低轨导弹预警卫星和一部雷达的数据进行融合。

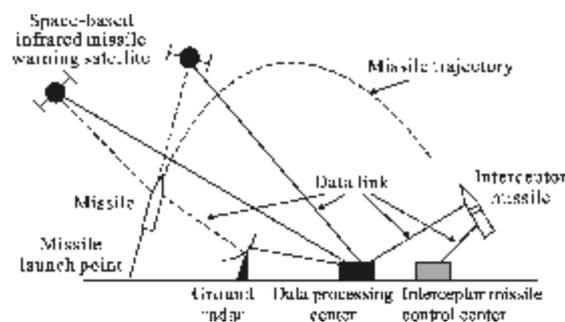


图 1 弹道导弹主动段跟踪拦截作战过程示意图

Fig.1 Process of boost-phase interception of ballistic missile

1.1 导弹预警卫星对主动段的探测估计

1.1.1 红外探测原理

低轨导弹预警卫星是通过星载红外探测器探测导弹发射时尾焰的红外辐射来实现对导弹预警的。

弹道导弹的尾焰基本上包含水蒸气、二氧化碳和固体微粒, 并且温度在 1 500~2 000 K 之间^[13]。在较低的高度, 尾焰辐射出的能量几乎全部被大气中的水蒸气和二氧化碳吸收。当导弹升高, 穿过大气层后, 这些能量的传播性将大大提高。

尾焰辐射强度是温度的函数, 如公式(1):

$$I_{\lambda} = L_{\lambda} A_T (W \cdot \text{sr}^{-1} \cdot \mu\text{m}^{-1}) \quad (1)$$

式中: A_T 是辐射源的面积, 这里指尾焰表面积; L_{λ} 是光谱辐射, 它由公式(2)计算得到:

$$L_\lambda = \frac{M_\lambda}{\pi} \quad (\text{W} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1} \cdot \mu\text{m}^{-1}) \quad (2)$$

式中： M_λ 是尾焰光谱辐射出射度，它由公式(3)得到：

$$M_\lambda = \varepsilon_\lambda M_{\text{AB}} \quad (3)$$

式中： ε_λ 为光谱发射率； M_{AB} 为绝对黑体的辐射出射度，它由普朗克方程来计算^[13]，如公式(4)：

$$M_{\text{AB}} = \frac{c_1}{\lambda^5} \frac{1}{(e^{c_2/\lambda T} - 1)} \quad (\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \mu\text{m}^{-1}) \quad (4)$$

式中： λ 为波长，单位 μm ； $c_1 = 2\pi hc^2 = 3.7418 \times 10^{-16} \text{ W} \cdot \text{m}^2$ ； $c_2 = hc/k = 1.4387 \times 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{K}$ ； T 为尾焰的绝对温度，单位 K ； h 为普朗克常量， $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ W} \cdot \text{s}^2$ ； k 为玻耳兹曼常量， $k = 1.3807 \times 10^{-23} \text{ W} \cdot \text{s} \cdot \text{K}^{-1}$ 。

弹道导弹尾焰温度可达 1 000~2 000 K，而温度为 1 035 K 的黑体，在波长为 2.8 μm 时，辐射出射度达到最大。如果没有其他杂波和干扰，导弹预警卫星采用这一波段是十分理想的。但是，实际上，主要来源于大气对日光散射的背景杂波在小于 3 μm 时占支配地位，超过 3 μm 后，日光的散射则可以忽略不计。背景杂波也包含地球本身的辐射，这一辐射在 5 μm 以上波段时比较显著，而在低于 5 μm 时相对较小^[14]。考虑到信号和杂波的特性，导弹预警卫星探测器将采取 3~5 μm 波段。在 3~5 μm 之间的总辐射量通过两个波长间的辐射出射度曲线进行积分求得^[14]，如公式(5)所示：

$$M = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} M_\lambda d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varepsilon_\lambda M_{\text{AB}} d\lambda \quad (5)$$

式中： $\lambda_1 = 3 \mu\text{m}$ ； $\lambda_2 = 5 \mu\text{m}$ ；发射率 $\varepsilon_\lambda = 0.5$ ，则由上式计算得出的 $M = 1.15 \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$ 。现假设尾焰的辐射面积为 600 m^2 ，则导弹尾焰的辐射强度为：

$$I_p = \frac{MA_T}{\pi} = 550 \text{ K} \cdot \text{W} \cdot \text{sr}^{-1} \quad (6)$$

精确地判断弹道导弹的红外辐射信号是一个复杂的问题，对于尾焰的视线角决定了探测器能够收集到的辐射参量大小。这里认为导弹的第一级火箭尾焰是一个各向同性的辐射源，其强度为 550 $\text{K} \cdot \text{W} \cdot \text{sr}^{-1}$ ，随着级数的更换，辐射强度随着各级之间不同的燃料消耗速度成比例减小。

文中讨论的低轨凝视型焦平面阵列像机信杂比 (SCR, signal-to-clutter ratio) 表示为：

$$\text{SCR} = \frac{I_p}{I_c} \quad (7)$$

式中： I_c 是红外杂波辐射强度，在导弹预警卫星探测主动段过程中假设 SCR 足够大，导弹预警卫星可以探测到整个主动段。

1.1.2 导弹预警卫星探测估计建模

如图 2 所示，安装在低轨导弹预警卫星上的凝视型焦平面阵列像机，通过被动探测获得对弹道导弹到达角(方位、仰角)测量信息，实现对目标发射的监视。

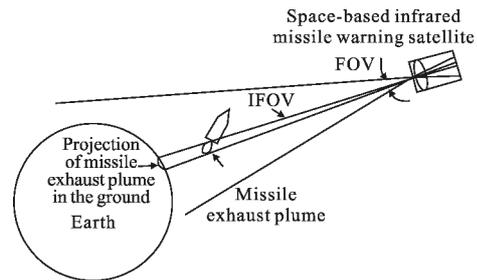


图 2 导弹预警卫星对目标的探测示意图

Fig.2 Target detection with missile early warning satellite

图 2 中，焦平面阵列像机的视场(FOV)确定了导弹预警卫星最大探测范围。与文中所提出的主动段融合跟踪算法有关的是焦平面阵列像机捕获到目标时的瞬时视场(IFOV)，即导弹预警卫星的分辨率。假设导弹目标为一个点源，导弹尾焰及其在地球上的投影都在瞬时视场里，理想情况下红外相机的探测没有误差，尾焰应刚好在瞬时视场的中线上，但实际的探测是有误差的，尾焰在瞬时视场中线的左边或者右边，但不会超出瞬时视场，如图 3 所示。

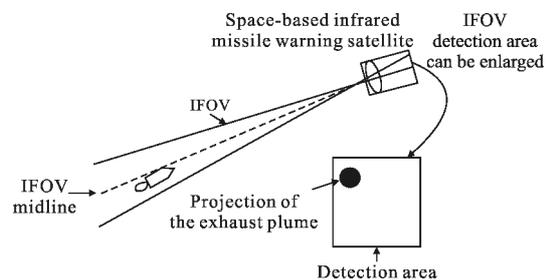


图 3 导弹尾焰在红外相机探测区域形成的像

Fig.3 Target area seen in the detector area

因为一颗导弹预警卫星测量信息缺少距离，所以不能确定导弹的空间坐标，无法引导拦截弹。为了获取导弹目标的距离信息，至少要用两颗导弹预警卫星来探测。如图 4 所示，真实导弹目标存在于两颗导弹预警卫星锥形瞬时视场相交区域内。导弹预警

卫星探测到目标后, 将他们各自位置信息、探测到的目标方位 ϕ_i 、仰角 ε_i 以及各自的瞬时视场 IFOV_i 送往数据融合中心进行处理。

在数据融合中心, 首先利用卫星得到的到达角和卫星的位置解出导弹的位置及定位误差协方差, 然后通过计算得到两瞬时视场的相交区域得到预警卫星估计值的统计特性, 这里目标位置估计值即为解算出来的位置。

如图 4 所示, 假设三维空间坐标系内, 有两颗导弹预警卫星 IR₁、IR₂, 其坐标为 IR_i (x_i, y_i, z_i), 其中 i=1, 2; 而待定导弹目标设为 T(x, y, z)。导弹预警卫星探测到导弹方位角分别为 ϕ_1 、 ϕ_2 ; 俯仰角为 ε_1 、 ε_2 。

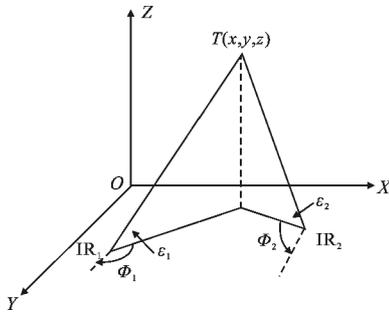


图 4 导弹目标及导弹预警卫星空间位置模型
Fig.4 Space position of IRs and target

导弹的空间位置 $X=[x \ y \ z]^T$ 解得:

$$X = \begin{bmatrix} -\tan\phi_1 & 1 & 0 \\ 0 & \tan\varepsilon_1 & -\sin\phi_1 \\ -\tan\phi_2 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} y_1 - x_1 \cdot \tan\phi_1 \\ y_1 \cdot \tan\varepsilon_2 - z_1 \cdot \sin\phi_1 \\ y_2 - x_2 \cdot \tan\phi_2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

假设各测量误差均值为零, 互不相关的高斯白噪声, 方位角、俯仰角的测量误差标准差分别为 σ_ϕ , σ_ε , 且两导弹预警卫星空间位置各分量的测量误差之间以及与其他观测误差之间均是相互独立的, 具有相同的标准差 σ_s , 则可求定位误差的协方差矩阵为:

$$P_{IR} = C^{-1} \begin{bmatrix} \sigma_\phi^2 + \frac{\sigma_s^2}{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\phi^2 + \frac{\sigma_s^2}{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\phi^2 + \frac{\sigma_s^2}{r_1^2} \end{bmatrix} C^{-1} \quad (9)$$

$$r_1 = \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2} \quad (10)$$

$$C = \begin{bmatrix} -\frac{\sin^2\phi_1}{y-y_1} & \frac{\cos^2\phi_1}{x-x_1} & 0 \\ -\frac{\sin^2\phi_2}{y-y_2} & \frac{\cos^2\phi_2}{x-x_2} & 0 \\ -\frac{(z-z_1)\cos\phi_2}{r_1^2} & -\frac{(z-z_1)\sin\phi_2}{r_1^2} & \frac{\cos\varepsilon_1}{r_1} \end{bmatrix} \quad (11)$$

设由公式 (8) 解算的导弹位置即为导弹预警卫星对目标位置估计值, 然后在此估计位置周围用穷举方法搜索同时存在于两个瞬时视场的位置点, 所有这些点的坐标组成一个数组即为两个锥形瞬时视场相交区域, 如图 5 所示, 其具体方法步骤如下。

- (1) 得到导弹目标位置估计值 $X=[x \ y \ z]^T$;
- (2) 设置要搜索位置的坐标范围和步长, 如 X 轴方向: $x-a$ 到 $x+a$; Y 轴方向: $y-b$ 到 $y+b$; Z 轴方向: $z-c$ 到 $z+c$; 每一坐标轴搜索步长为 $l(l=1)$ 。
- (3) 穷举已设置区域的所有位置点, 把同时存在于两颗卫星瞬时视场的点记录保存在一个数组里面。

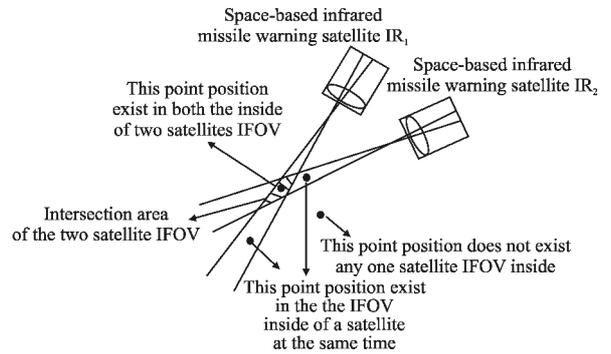


图 5 瞬时视场相交区域及计算方法
Fig.5 Intersection area and calculation method of IFOV

图 6 所示的是 k 时刻导弹预警卫星测量后计算得到的两个瞬时视场的相交区域, 表示为 $x_k \in (x_{k,1}, x_{k,2})$, $y_k \in (y_{k,1}, y_{k,2})$, $z_k \in (z_{k,1}, z_{k,2})$, 导弹位置真值为:

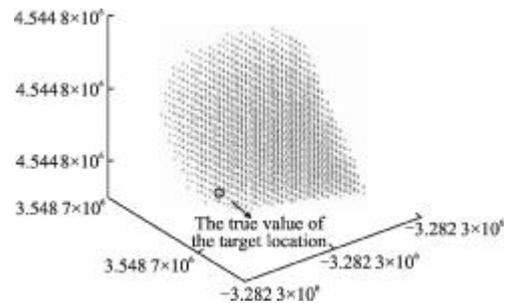


图 6 第 k 次算得瞬时视场相交区域举例
Fig.6 Intersection area of IFOV by kth calculation

存在于这个区域内。假设导弹预警卫星对导弹位置估计值在此区域内服从均匀分布，则 k 时刻估计值的概率密度函数为常数，即为：

$$f(z_{IR}(k)|\hat{x}_k) = \frac{1}{(x_{k,2}-x_{k,1})(y_{k,2}-y_{k,1})(z_{k,2}-z_{k,1})} \quad (12)$$

1.2 雷达对主动段的探测与跟踪

部署在弹道导弹发射点附近的 X 波段多功能相控阵雷达也能探测到弹道导弹的主动段，弹道导弹在主动段飞行中，由于受到多个变力的作用而作变加速非线性运动，加上其本身又采用了一些干扰措施，因此一般的跟踪算法在弹道导弹主动段跟踪过程中效果并不理想。EKF 算法是解决非线性运动的最常用的方法，文中研究了采用 EKF 算法跟踪弹道导弹主动段。

(1) 基于 EKF 算法的弹道导弹主动段跟踪建模

EKF 算法的主要原理是线性化所有非线性模型以便利用标准的线性卡尔曼滤波器。设弹道导弹主动段 k 时刻的状态为 $X(k)=[x \ y \ z \ v_x \ v_y \ v_z]^T$ ，位置量测向量为 $Z(k)=[x \ y \ z]^T$ ，则弹道导弹在主动段的非线性运动系统为^[15]：

$$X(k+1)=FX(k)+v(k) \quad Z(k)=HX(k)+\omega(k) \quad (13)$$

式中： F 是弹道导弹运动状态转移矩阵； $v(k)$ 是过程噪声，其协方差为 $Q(k)$ ； $Z(k)$ 为量测向量； H 为量测矩阵； $\omega(k)$ 为量测噪声，其协方差为 R_k 。状态转移矩阵 F 的求解过程如下：

在主动段，由于发动机还未关机且大气比较稠密，弹道导弹主要受三个力的作用：推力 T ，重力 W 和阻力 D ，若用 F^{net} 表示弹道导弹在主动段受到的合力，则弹道导弹主动段的变加速运动模型可以表示为：

$$F^{net}=T+W+D, T=-\frac{dm}{dt}gI_{sp} \quad W=mg, D=\frac{\rho V^2 A C_d}{2} \quad (14)$$

式中： m 为弹道导弹的质量； dm/dt 为弹道导弹的燃料消耗率， kg/s ； g 为重力加速度， $g=GM/r^2$ ， G 为地球引力常数， M 为地球质量， r 为弹道导弹到地心的距离； I_{sp} 为弹道导弹在单位时间内受到的冲量； ρ 为空气密度； v 为弹道导弹的速度； A 为导弹截面积； C_d 为空气阻力系数。公式(15)给出的是弹道导弹主动段变加速运动模型：

$$X(k+1)=X(k)+V(k)\Delta \quad V(k+1)=V(k)+a(k)\Delta \quad (15)$$

$$a(k+1)=\frac{F_{net}(k)}{m(k)}$$

式中： $X(k)$ 、 $V(k)$ 、 $a(k)$ 为弹道导弹在 k 时刻的位置、速度、和加速度向量； Δ 为采样时间间隔。将公式(14)代入公式(15)可得弹道导弹运动状态转移矩阵 F 为：

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta \\ -W\Delta & 0 & 0 & 1+(T-D)\Delta & 0 & 0 \\ 0 & -W\Delta & 0 & 0 & 1+(T-D)\Delta & 0 \\ 0 & 0 & -W\Delta & 0 & 0 & 1+(T-D)\Delta \end{bmatrix} \quad (16)$$

式中： $W=\frac{GM}{|X|^3}$ ； $T=\frac{dm}{dt}I_{sp}\frac{GM}{|X|^2|V|m}$ ； $D=\frac{\rho GMC_d A}{2m|X|^2}$ ；过程噪声协方差为：

$$Q(k)=q \times \begin{bmatrix} \frac{\Delta^3}{3} & 0 & 0 & \frac{\Delta^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\Delta^3}{3} & 0 & 0 & \frac{\Delta^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\Delta^3}{3} & 0 & 0 & \frac{\Delta^2}{2} \\ \frac{\Delta^2}{2} & 0 & 0 & \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\Delta^2}{2} & 0 & 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\Delta^2}{2} & 0 & 0 & \Delta \end{bmatrix} \quad (17)$$

式中：取 $q=0.001$ 为过程噪声系数。

$$\text{测量矩阵 } H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{量测噪声取决}$$

于传感器的精度，设加入到雷达探测结果距离 R 、方位 θ 和仰角 φ 的都为高斯白噪声，且其方差为^[15]：

$$\sigma_r = \sigma_\varphi = \frac{\vartheta_B}{k\sqrt{2(S/N)N_i}} \quad \sigma_R = \frac{c\tau}{2} \frac{1}{k\sqrt{(2S/N)N_i}} \quad (18)$$

式中： ϑ_B 为雷达波束宽度； k 为取值在 1~2 之间的单脉冲雷达角误差均方根，文中取为 1.7； N_i 为雷达脉冲积累数； S/N 为信噪比，它的表达式如公式(19)所示：

$$S/N = \frac{nP_T G_T G_R \sigma \lambda^2}{(4\pi)^3 k T B F_{max} L} \quad (19)$$

式中： P_T 为最大发射机功率； n 为积累脉冲系数（如果没有脉冲累积 $n=1$ ）； G_T 和 G_R 分别为天线的发射增益和接收增益； σ 为目标的雷达截面积； λ 为雷达波长； k 为玻耳兹曼常数， $k=1.38 \times 10^{-23} J/(^\circ)$ ； B 为接收机带宽； F 为系统噪声系数； L 为总的损耗。文中假

设天线增益 $G_R=G_T$, $B=1/\tau$, τ 为脉冲宽度, 系统噪声温度为 290 K, 并且 $L=1$, 因此由公式(19)知信噪比的大小与目标的雷达截面积成正比, 又由公式(18)知目标雷达截面积的大小决定了雷达探测误差的方差。

图 7 和图 8 所示是应用 POFACETS 软件建立的弹道导弹模型以及算出的该类型弹道导弹在 X 波段(10 GHz)下的雷达截面积 RCS 值。在计算 RCS 过程中采用垂直极化的雷达, 将雷达天线和弹道导弹的边线与弹道导弹轴向间的夹角定义为雷达视角 ψ , 计算 RCS 时将 ψ 的步长设为 1° 。

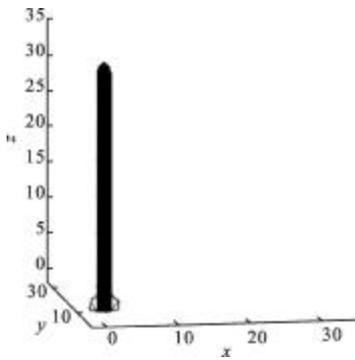


图 7 导弹模型

Fig.7 Model of ballistic missile

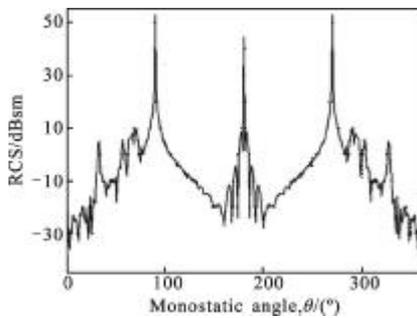


图 8 导弹 RCS

Fig.8 Ballistic missile's RCS

仿真得到弹道导弹的 RCS 后, 在给定雷达参数的情况下, 就能依据公式(18)得到雷达站极坐标系下的测量误差协方差矩阵, 如下式:

$$R_{RF} = \begin{bmatrix} \sigma_R^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\theta^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\varphi^2 \end{bmatrix} \quad (20)$$

因为跟踪模型(13)是在雷达站直角系中建立的, 所以要将雷达测量值由极坐标转换到雷达站直角坐标, 线性量测变成了非线性量测, 如下式:

$$Z(k) = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \cos \varphi \sin \theta \\ R \cos \varphi \cos \theta \\ R \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (21)$$

因此量测噪声协方差也要进行转换, 雷达站直角坐标系下的量测噪声协方差为:

$$R = \begin{bmatrix} \sigma_R^4 \sin^2 \theta \cos^2 \varphi & \sigma_R^4 \sigma_\theta^4 \cos \theta \cos \varphi & -\sigma_R^2 \sigma_\varphi^2 R \sin \theta \cos \varphi \\ \sigma_\theta^2 \sigma_R^2 \sin \theta \sin \varphi & \sigma_\theta^4 R \cos \theta \sin \varphi & \sigma_\theta^2 \sigma_\varphi^2 R \sin \theta \cos \varphi \\ \sigma_\varphi^2 \sigma_R^2 \cos \varphi & -\sigma_R^2 \sigma_\varphi^2 R \sin \theta & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

(2) EKF 跟踪算法

使用 EKF 算法进行状态初始化时, 其初始误差协方差矩阵为:

$$P(0) = 10 \times \begin{bmatrix} R_f & O \\ O & R_f \end{bmatrix} \quad (23)$$

式中: R_f 为 3×3 的量测协方差矩阵; O 为 3×3 的零矩阵。

初始化之后, 基于 EKF 的弹道导弹主动段跟踪算法描述如下:

(1) 预测

$$\hat{X}(k+1|k) = F(k) \hat{X}(k|k)$$

$$P(k+1|k) = F(k) P(k|k) (F(k))^T + Q(k) \quad (24)$$

(2) 更新

$$K(k) = P(k+1|k) H^T [H P(k+1|k) H^T + R(k+1)]^{-1}$$

$$\hat{X}(k+1|k+1) = \hat{X}(k+1|k) + K(k+1) [Z(k+1) - H \hat{X}(k+1|k)]$$

$$P(k+1|k+1) = (I - K(k) H) P(k+1|k) (I - K(k) H)^T + K(k) R(k+1) (K(k))^T \quad (25)$$

式中: $K(k)$ 为 k 时刻卡尔曼滤波增益矩阵; I 为 6×6 的单位矩阵。

由跟踪算法得到目标状态 $\hat{X}(k+1|k+1)$ 以及状态协方差矩阵 $P(k+1|k+1)$, 设雷达估计值服从正态分布, 则可求得雷达对导弹位置估计值概率分布密度函数为^[15]:

$$f(Z_{RF}(k) | \hat{X}_k) = |2\pi P|^{-1/2} \exp \left[-\frac{1}{2} (\bar{z} - \hat{x})^T P^{-1} (\bar{z} - \hat{x}) \right] \quad (26)$$

2 基于 Bayes 的弹道导弹主动段融合跟踪算法

研究基于 Bayes 理论的数据融合算法, 前提是

假设弹道导弹是一个点目标，能够获得 k 时刻传感器探测到的目标位置估计及其概率统计信息，这些信息将用做去寻找在 k 时刻位置的最优估计量。文中提出的 Bayes 理论的弹道导弹主动段融合跟踪算法，就是通过应用导弹预警卫星和雷达获得的在 k 时刻弹道导弹位置及其概率统计信息，来得到导弹目标在 k 时刻的最优位置估计。

基于 Bayes 的融合跟踪算法是一种应用极大后验估计技术来得到目标最优估计的方法，该方法用数学公式描述如下^[16]：

$$p(\hat{X}_{k+1}|Z(k)) = \frac{\prod_i p(Z_i(k)|\hat{X}_k)p(\hat{X}_k)}{\prod_i p(Z_i(k))} \quad (27)$$

式中： $p(\hat{X}_k)$ 是待估计值的先验概率； $\prod_i p(Z_i(k)|\hat{X}_k)$ 是在传感器 i 测量值在估计值条件下的条件概率， i 表示第 i 个传感器， k 表示 k 时刻； $\prod_i p(Z_i(k))$ 是传感器量测值的概率。文中提出的数据融合算法就是找到让上式取最大值的估计。在不知道待估计值的先验信息时，先假设先验概率 $p(\hat{X}_k)$ 服从均匀分布。

文中研究的是导弹预警卫星与雷达的融合，所以有 $\prod_i p(Z_i(k)) = p(Z_{IR}(k)) \times p(Z_{RF}(k)) \prod_i p(Z_i(k)|\hat{X}_k) = p(Z_{IR}(k)|\hat{X}_k) \times p(Z_{RF}(k)|\hat{X}_k)$ ，公式(26)可以写为：

$$p(\hat{X}_{k+1}|Z(k)) = \frac{p(Z_{IR}(k)|\hat{X}_k) \times p(Z_{RF}(k)|\hat{X}_k) \times p(\hat{X}_k)}{p(Z_{IR}(k)) \times p(Z_{RF}(k))} \quad (28)$$

设导弹预警卫星的测量为双星定位的结果，且服从高斯分布，有：

$$p(Z_{IR}(k)) \times N(\bar{Z}_{IR}, R_{IR}) \quad (29)$$

式中： \bar{Z}_{IR} 是双星定位值，由公式(8)给出，测量值误差协方差 R_{IR} 即为定位误差协方差，由公式(9)给出。

雷达测量值也服从高斯分布，有：

$$p(Z_{RF}(k)) \times N(\bar{Z}_{RF}, R_{RF}) \quad (30)$$

式中： \bar{Z}_{RF} 为雷达测量值； R_{RF} 为雷达测量误差的协方差矩阵，由公式(20)给出。

同样条件概率：

$$p(Z(k)|\hat{X}_k) = p(Z_{IR}(k)|\hat{X}_k) \times p(Z_{RF}(k)|\hat{X}_k) \quad (31)$$

式中： $p(Z_{IR}(k)|\hat{X}_k)$ 服从均匀分布，它的概率密度函数由公式(12)给出，条件概率 $p(Z_{RF}(k)|\hat{X}_k)$ 服从正态分布，

其密度函数见公式(26)。

由公式(28)可知，各概率的密度函数都能算出，图 9 是导弹预警卫星估计值条件概率 $p(Z_{IR}(k)|\hat{X}_k)$ 和雷达估计值条件概率 $p(Z_{RF}(k)|\hat{X}_k)$ 的密度函数，在已知概率密度函数的情况下求概率即求概率密度函数在某一很小小区间上的积分，在两颗导弹预警卫星观测瞬时视场相交区域（图 9 加黑区域）以外的地方，导弹预警卫星观测的条件概率 $p(Z_{IR}(k)|\hat{X}_k)$ 为 0，所以算法首先将加黑区域离散成很多极小的区间，然后在其中搜索使概率 $p(\hat{X}_{k+1}|Z(k))$ 达到最大值的小区间，取区间上限和下限的数学平均值即为融合得到的跟踪结果。

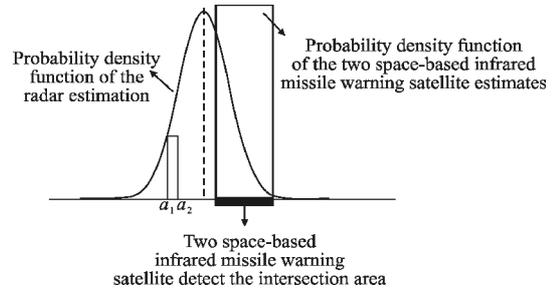


图 9 导弹预警卫星与雷达估计值概率密度函数
Fig.9 PDFs of radar's estimation and IR's estimation

3 仿真分析

3.1 仿真场景及参数

用 Matlab7.1 软件进行仿真计算分析，仿真场景见图 10，一枚三级远程弹道导弹从 E129°，N41°发射。两颗导弹预警卫星部署在弹道导弹发射点 1 000 km 的高空，星下点坐标分别为 E132°，N36°和 E132°，N46°；一部 X 波段多功能相控阵雷达部署在弹道导弹发射点附近，具体部署位置为 E130°48'，N44°34'。

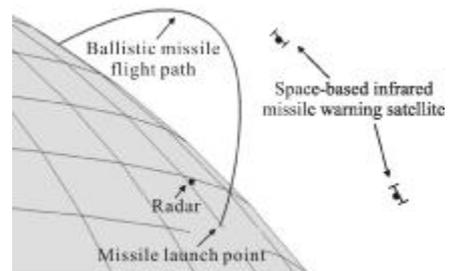


图 10 仿真场景
Fig.10 Simulation scenario

仿真模拟的弹道导弹具体参数见表 1。

表 1 仿真的弹道导弹参数

Tab.1 Parameters of ballistic missile

Parameter	Value	Parameter	Value
Boost phase progression	3	Third grade than the thrust	300
First level of the fuel weight/N	41 640	Warhead weight/N	2 268
First stage burning time/s	60	Emission angle of elevation	87°
First level of the total weight of/N	48 988	Launch azimuth	50.1°
First grade than thrust	300	Radius of the Earth /km	6 371
Second level of the fuel weight/N	23 972	Shutdown some time/s	180
Second stage combustion time/s	60	Height of the launch point/m	20
Second level of the total weight of/N	27 669	Earth's spherical shape	Ellipsoid
Second level than the thrust	300	Whether the Earth's rotation	Rotation
Third grade fuel weight/N	6 554	Range/km	5 155.4
Third stage burn time/s	60	Mode of transmission	Vertical
Third level of total weight/N	7 711	Gravity	WGS84

仿真的导弹预警卫星参数如表 2 所示。

表 2 导弹预警卫星参数

Tab.2 Parameters of IR

Parameter	Value
Type	Staring focal plane array
Diameter of the camera lens/cm	50
Focal plane length/m	1
Sensor/ μm	HgCdTe 3-5
Satellite altitude/km	1000
Instantaneous field of view/rad	20×10^{-3}

仿真的雷达参数如表 3 所示。

表 3 雷达参数

Tab.3 Parameters of radar

Parameter	Value
Wave band	X Wave band
Frequency/GHz	10
Peak power(P_r)/kW	500
Antenna diameter(D_r)/m	4.15
Antenna efficiency(η)	0.68
Antenna gain($G_r = G_t$)/dB	50
Noise figure(F)	4
Number of integrated pulses(N_i)	20
Beamwidth(θ_b)	0.5°
Pulse width(τ)/ μs	50
PRF(F_r)/Hz	150

3.2 仿真结果分析

图 11 是仿真的弹道导弹主动段加速度大小变化曲线,在 60 s 和 120 s 时刻加速度突然变小,这是因为前一级燃料完毕没有了推力,加速度突然变小,接着后一级开始燃烧,加速度开始增大,到了 180 s 时刻最后一级助推燃料燃烧完毕。

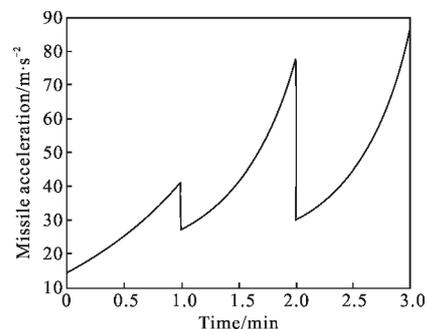


图 11 弹道导弹主动段加速度变化曲线

Fig.11 Acceleration curve of boost-phase

假设两颗导弹预警卫星方位角、俯仰角的测量误差标准差分别为 $\sigma_\phi = \sigma_\epsilon = 0.5 \times 10^{-3}$, 图 12 为仿真的导弹预警卫星对导弹目标的定位误差,其大小在 55 m 左右。

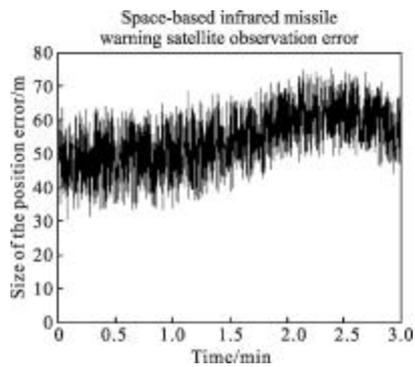


图 12 导弹预警卫星定位误差

Fig.12 Position error introduced by IR Sensors

图 13 是雷达观测到弹道导弹目标的 RCS 变化曲线,导弹 RCS 由 POFACT 软件仿真得到,见图 6。图 14 是雷达观测值与滤波值误差大小,由图 13 和图 14 可以看到,雷达观测误差为 150 m 左右,目标 RCS 越大,雷达观测误差越小,经过 EKF 滤波以后,弹道导弹位置误差控制在 90 m 左右。

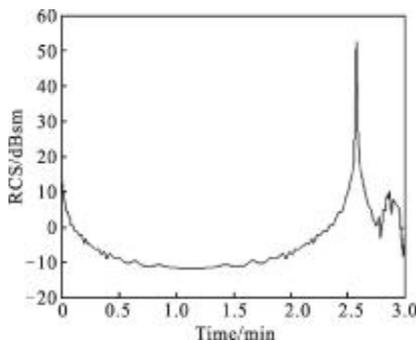


图 13 雷达观测到弹道导弹目标的 RCS 变化曲线

Fig.13 RCS seen by radar

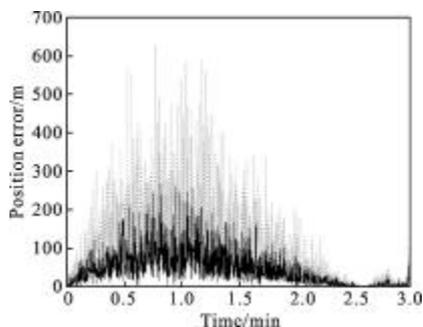


图 14 雷达观测值与滤波值误差大小

Fig.14 Overall position error after filter for radar

图 15 是融合后的位置误差,为了比较,文中仿真求平均值的融合方法,看到采用求平均值的方法融合后的位置误差大小为 50 m 左右,而采用文中提

出的方法融合后位置误差大小为 35 m 左右,因此文中提出的方法得到的目标位置精度高,并且此方法得出的结果稳定性好。

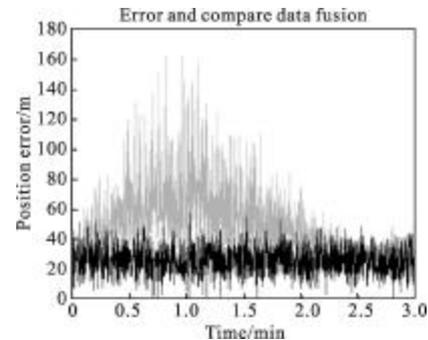


图 15 融合跟踪后的误差

Fig.15 RMS position error using Bayes technique and arithmetic mean method

4 结论

在主动段防御系统中,主动段跟踪精度是拦截是否成功的关键,将多种不同类型传感器的探测跟踪数据进行融合可以得到更加精确的目标位置信息。研究了导弹预警卫星与雷达融合跟踪弹道导弹主动段问题,提出了基于 Bayes 理论弹道导弹主动段融合跟踪算法,该算法首先分别建立了导弹预警卫星和雷达对弹道导弹主动段的探测模型和跟踪模型,得到了两种装备对同一导弹目标主动段的估计及其统计特性;其次将 Bayes 理论作为数据融合的方法,得到了两种不同类型传感器最优融合数据;最后进行了仿真分析,仿真实验表明,使用该方法可以提高主动段跟踪精度和可靠性,这对我国建立自己的弹道导弹主动段防御系统具有实际参考价值。

参考文献:

- [1] Fan Jinxiang. Status quo and trend of infrared system and technologies for America's ballistic missile defense system [J]. Infrared and Laser Engineering, 2006, 35 (5): 537 - 540.(in Chinese)
- [2] Zhu Weigang, Hou Guojiang, Fei Shibing. Application of space-based lasers constellations for ballistic defense [J]. Infrared and Laser Engineering, 2004, 32(2): 558-563 (in Chinese)
- [3] Ji T C, Kirnbarajan T, Yeddmalpuudi M, et al. Trajectory and launch point estimation for ballistic missiles from boost

- phase LOS measurements [C]//Proceedings of 1999 IEEE Aerospace Conference, 1999, 4: 425-442.
- [4] Zhang Lewei, Chen Guiming, Xue Donglin. Summary of missile early warning satellite [J]. *Tactical Missile Technology* July, 2011(4): 117-121.
- [5] Li Dun, Zhou Yiyu, Lv Tongguang, et al. Tactical parameter estimation of ballistic missile launch with space early warning system [J]. *Journal of Astronautics*, 2001, 22(6): 85-90. (in Chinese)
- [6] Zhang Tao, An Wei, Zhou Yiyu, et al. The trajectory tracking method in boost phase using thrust acceleration profile[J]. *Journal of Astronautics*, 2006, 27(5): 386-389. (in Chinese)
- [7] An Wei, Zhang Tao, Zhou Yiyu. The track capture of ballistic missile from satellite observations [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2007, 29(11): 2677-2678. (in Chinese)
- [8] Chen Ying, Cheng Zhen, Wen Shuliang. Study on method for simultaneously tracking and classifying ballistic missile in boost and post-boost phase [J]. *Signal Processing*, 2011, 27(5): 750-754. (in Chinese)
- [9] Yu Jianguo, Liu Mei, Wu Yunli, et al. Ballistic missile tracking based on asymmetric interacting multiple model [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2010, 32(12): 2571-2575. (in Chinese)
- [10] William J F. Interacting multiple model filter for tactical ballistic missile tracking [J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems*, 2008, 44(2): 418-426.
- [11] Benavoli A, Chisci L, Farina A. Tracking of a ballistic missile with a-prior information [J]. *IEEE Trans On Aerospace and Electronic Systems*, 2007, 43(3): 1000-1016.
- [12] Garrido E. Graphical user interface for a physical optics radar cross section prediction code[D]. Monterey, California: Naval Postgraduate School, 2000.
- [13] Ye Qing, Sun Xiaoquan, Shao Li. Analysis of optimum detective wavebands for infrared early-warning satellite [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2010, 39 (3): 390-393. (in Chinese)
- [14] Filippo Neri. Introduction to Electronic Defense Systems[M]. Norwood, Massachusetts: Artech House, 2001.
- [15] He You, Xiu Jianjuan, Zhang Jinwei. Radar Data Process and Application [M]. Beijing: Publishing Company of Electron Industry, 2005. (in Chinese)
- [16] Hail D L. Mathematical Techniques in Multisensor Data Fusion[M]. London: Artech House Boston, 1992.