

## 星点亚像元定位中系统误差的改进补偿方法

唐圣金, 郭晓松, 周召发, 蒲鹏程

(第二炮兵工程大学 202 教研室, 陕西 西安 710025)

**摘要:** 为提高星点图像的质心提取精度, 针对星点亚像元定位的系统误差和随机误差提出了一种改进补偿方法。采用三次样条插值函数表示质心位置与系统误差之间的关系, 利用该函数进行系统误差补偿, 极大地减小了误差采样点的数量和计算量。为了进一步抑制随机误差的影响, 在系统误差补偿的基础上, 采用非线性加权算法计算星点质心位置, 并通过仿真实验确定了该算法的最优加权系数。在没有加入噪声的情况下, 改进算法可以将质心法的精度从  $1/50$  pixel 提高到  $10^{-4}$  pixel; 加入服从  $N(0, 2^2)$  分布的高斯白噪声后, 改进算法可以达到  $0.0054$  pixel 的精度, 远小于质心法的  $0.0184$  pixel。实验结果表明: 文中提出的改进补偿算法计算简单, 精度高于质心法, 满足了高精度星敏感器质心提取的要求。

**关键词:** 星敏感器; 质心法; 亚像元; 三次样条插值; 非线性加权

**中图分类号:** V448.22   **文献标志码:** A   **文章编号:** 1007-2276(2013)06-1502-06

## Modified systematic error compensation algorithm for star centroid sub-pixel detection

Tang Shengjin, Guo Xiaosong, Zhou Zhaofa, Pu Pengcheng

(202 Teaching and Researching Section, The Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China)

**Abstract:** In order to improve the accuracy of centroid location for star images, a modified systematic error compensation algorithm was proposed. First, the cubic spline interpolation function was used to represent the relationship of the systematic error and the actual position and compensate the systematic error. By using the cubic spline interpolation method, the number of error sample points and computational complexity was reduced greatly. Finally, after compensating the systematic error, the nonlinear weighting method were applied to reduce the effects of random error and the optimal weighting coefficient was obtained by the simulation experiment. The simulation results show that the accuracy of star position can be enhanced from  $1/50$  pixel to  $10^{-4}$  pixel by using the modified compensation algorithm. When the additive Gaussian noise in the star image obeys  $N(0, 2^2)$  distribution, the accuracy of modified compensation algorithm  $0.0054$  pixel, which is far less than  $0.0184$  pixel from the common centroid algorithm. The conclusions show that the modified compensation algorithm can satisfy the requirement of the high accuracy centroid location for star images due to its simple calculation and accurate result.

**Key words:** star tracker; centroid algorithm; sub-pixel; cubic spline interpolation; nonlinear weighting

收稿日期: 2012-10-07; 修订日期: 2012-11-09

基金项目: 国家自然科学基金(41174162)

作者简介: 唐圣金(1985-), 男, 博士生, 主要从事光电检测、系统可靠性评估等方面的研究。Email: tangshengjin27@126.com

导师简介: 郭晓松(1957-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事光电瞄准技术、故障诊断技术、系统可靠性评估等方面的研究。

## 0 引言

星敏感器以天体中的恒星作为观测基准的参考源,精确测量飞行器的三轴姿态信息。CCD 星敏感器首先通过星点定位算法提取星体在观测视场中的位置和星等信息,再由星图识别算法在导航星库中找到观测星的对应匹配,最后根据这些匹配星信息确定飞行器的三轴姿态<sup>[1-2]</sup>。星点定位算法求得的星点位置坐标将用于飞行器的姿态计算,其精度直接影响星敏感器的精度,因此,提高星点质心的定位精度有十分重要的意义。

为提高星点的定位精度,一般通过光学系统的离焦处理将星点弥散到几个相连的像元上,通过这些像元的位置和灰度信息计算星点位置,从而达到亚像元或更高的精度<sup>[3]</sup>。目前常用的质心提取算法主要分为基于边缘和基于灰度的两大类。基于边缘的方法一般利用光斑的形状信息,常用的有圆拟合、Hough 变换等方法<sup>[4]</sup>。该类方法适用于较大的目标,而星点目标的直径一般为 3~5 个像元大小,且灰度符合高斯分布,因此,一般采用基于灰度的方法进行星点定位。基于灰度的方法有质心法、高斯曲面拟合法以及质心法的各种改进算法,如平方加权质心法、带阈值的质心法等。高斯曲线拟合法计算复杂,依赖于星点光强的理想分布。质心法计算简单,具有很好的鲁棒性,应用最为广泛,因此,近年来国内外的研究热点主要集中在提高质心法的精度和鲁棒性<sup>[5-15]</sup>。采用质心法进行星点定位时,会受到随机误差和系统误差的影响<sup>[5-6]</sup>。随机误差主要由光学系统误差、散粒噪声、量化误差、暗电流噪声等组成。系统误差是在对光斑进行离焦处理后,用像元几何中心代替光强在像元区域上的灰度一阶矩中心而产生的误差<sup>[7]</sup>。

为了减小系统误差的影响,目前国内外学者提出了很多补偿方法<sup>[8-10]</sup>以及基于系统误差的改进算法<sup>[11]</sup>,为了同时减小系统误差和随机误差的影响,文中提出一种改进补偿算法。该算法采用三次样条插值拟合系统误差曲线,并利用该函数进行系统误差补偿。在进行系统误差补偿的基础上,通过非线性加权算法抑制随机误差,并通过仿真试验确定了非线性加权算法的最优加权系数。

## 1 质心法的系统误差分析

星点在离焦处理后,其光强分布可以看成高斯分布<sup>[3,6,8,10]</sup>,其分布函数可以表示为:

$$I(x, y) = \frac{I_0}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1)$$

式中: $I_0$ 表示目标像点在探测器上得总能量,与星等有关; $x_0, y_0$ 是光斑的实际位置; $\sigma$ 是高斯半径,与光学系统的离焦距离和光学系统像差大小有关。

经光学系统离散处理后,符合高斯分布的星点光强将覆盖在相邻的几个像元上,然后利用质心窗口采集星点图像,再通过星点定位算法精确计算星点位置。为简便起见,这里假设每个像元的占空系数为 100%,质心窗口包含  $n$  个像元,则质心窗口内第  $k$  个像元的灰度值可以表示为:

$$I_k = \frac{I_0}{2\pi\sigma^2} \int_{x_k-1/2}^{x_k+1/2} \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}\right) dx \cdot \int_{y_k-1/2}^{y_k+1/2} \exp\left(-\frac{(y-y_0)^2}{2\sigma^2}\right) dy \quad (2)$$

式中: $(x_k, y_k)$ 表示质心窗口内第  $k$  个像元的中心位置。

质心法根据质心窗口内各像元的灰度值和像元中心位置计算星点位置,其计算公式为:

$$\hat{x}_c = \frac{\sum_{k=1}^n x_k I_k}{\sum_{k=1}^n I_k}, \hat{y}_c = \frac{\sum_{k=1}^n y_k I_k}{\sum_{k=1}^n I_k} \quad (3)$$

从公式(3)可以看出,对于任一像元,传统质心法采用的是像元的几何中心位置和像元上的灰度,该灰度是光强在像元上的积分,但像元几何中心位置并不一定是光强的灰度一阶矩中心,这就是质心法系统误差产生的原因。该误差可以表示为:

$$\delta_x = \hat{x}_c - x_0 = \frac{\sum_{k=1}^n x_k I_k}{\sum_{k=1}^n I_k} - x_0 \quad (4)$$

Alexander<sup>[7]</sup>等在频域分析了系统误差,指出该误差与高斯半径以及光斑图像的实际位置有关,仿真实验表明该误差相对于光斑实际位置是一个近似正弦曲线的关系。Jia Hui<sup>[10]</sup>等推导了系统误差的近似公式,认为系统误差与高斯半径  $\sigma$ 、质心窗内像元个数  $m$  和星点质心位置真实值  $x_0$  有关;还对系统误差进行了仿真分析,采用  $3 \times 3$  质心窗口提取星点图像的质心位置,当  $\sigma$  小于 0.3 pixel 时,系统误差  $\delta_x$  与真实值  $x_0$  为正弦曲线关系,当  $\sigma$  大于 0.6 pixel 时,系统

误差  $\delta_x$  与真实值  $x_0$  为近似线性关系。

## 2 改进的系统误差补偿方法

### 2.1 三次样条插值方法

质心法的系统误差是由于利用像元的几何中心代替光强在像元区域上的灰度一阶矩中心而产生的,这种现象是亚像元算法所固有的,存在于所有的亚像元定位算法中。为抑制或消除系统误差的影响,目前国内外学者在质心法的基础上进行了多方面的研究。Alexander<sup>[7]</sup>等从频域的角度给出了系统误差的表达式,研究表明如果光斑图像的最大空间频率小于图像传感器的采样频率,则可以基本消除系统误差的影响。原因是当光斑图像分布到更多的像素点上时,光斑图像在像元区域上的灰度一阶矩中心接近于像元的几何中心,系统误差的影响变小。然而,实验表明增大光斑图像的宽度后会增大边缘像元的作用,从而增加了暗电流噪声、读出噪声、量化噪声等的影响,定位精度降低,因此,目前人们主要考虑通过补偿的方法来消除系统误差的影响。

Rufino<sup>[9]</sup>等采集了 648 组数据,并通过神经网络方法训练达到了 0.005 pixel 的精度,该方法计算量较大,难以实时实现。李玉峰<sup>[6]</sup>等通过二元线性插值方法产生更多的像元来消除质心法的系统误差,这些插值点还是基于像元几何中心点产生的,并没有真正消除系统误差。Jia Hui<sup>[10]</sup>等推导出了系统误差的表达式,并通过数值迭代算法估计真实的光斑位置,对于 3×3 窗口和 5×5 窗口,其精度分别为  $2 \times 10^{-3}$  pixel 和  $2 \times 10^{-4}$  pixel。该方法精度高,而且不需要采集误差数据,然而由于系统误差表达式非常复杂,迭代求解真实位置的计算量大,且系统误差的表达式并不能准确地表示系统误差,其本身也存在一定的误差。杨君<sup>[8]</sup>等采集了 999 组误差数据,通过最小二乘法用二次函数拟合系统误差与真实值之间的关系,达到了 0.005 pixel 的精度。

对于确定的采样窗口和高斯光斑宽度,系统误差和真实值之间的关系是一个确定的关系,但关系表达式未知,采用神经网络和二次函数表示系统误差与真实值之间的关系,存在逼近误差。为得到更准确的结果,文中采用三次样条插值方法来描述系统误差与真实值之间的关系。三次样条插值函数二阶连续可导,

光滑性好,它针对每个分段区间都建立了系统误差与真实值之间的表达式,比在整个区间上建立系统误差与真实值之间的关系表达式具有更高的精度。

系统误差补偿前,首先根据公式(4)采集系统误差  $\delta_x$  与星点真实位置  $x_0$  之间的误差数据点进行插值来拟合样条函数。设得到的系统误差函数为。

$$\hat{\delta}_x = S(\hat{x}_c) \quad (5)$$

式中:  $\hat{x}_c$  是通过质心法计算得到的质心位置。由公式(4)可知,补偿后的质心位置为:

$$\hat{x}_0 = \hat{x}_c - \hat{\delta}_x = \hat{x}_c - S(\hat{x}_c) \quad (6)$$

### 2.2 非线性加权算法

上述系统误差的补偿都假设随机误差为零,然而在星点定位过程中不可避免地存在随机误差。能否在随机误差存在的情况下进行系统误差补偿,以及在补偿系统误差后更好地抑制随机误差,是质心法需要解决的关键问题。对于随机误差,在硬件上可以采用相邻多帧取平均值法抑制散粒噪声,利用制冷措施减小暗电流噪声;在软件上可以通过边缘阈值法和整体相消法抑制随机噪声<sup>[9]</sup>。这些方法只是从去除光斑图像噪声的角度来抑制随机误差,并没有增强质心法抑制噪声的能力,因此文中通过非线性加权算法增强质心法抑制随机噪声的能力。

非线性加权算法<sup>[12-14]</sup>是在质心法的基础上通过对像元灰度值的指数加权增强靠近光斑中心像元的灰度信息的影响,减小边缘像元的作用,从而增强质心法抑制随机噪声的能力。非线性加权质心法的公式如下:

$$\hat{x}_c = \frac{\sum_{k=1}^n x_k I_k^t}{\sum_{k=1}^n I_k^t}, \hat{y}_c = \frac{\sum_{k=1}^n y_k I_k^t}{\sum_{k=1}^n I_k^t} \quad (7)$$

式中:  $t$  表示灰度值的指数加权系数,通过调节  $t$  可以调节质心法中灰度信息的权重。当  $t=0$  时,公式(7)为二值法;当  $t=1$  时,为普通加权质心法;当  $t=2$  时,为平方加权质心法;当  $t=\infty$  时,为极大值法。这两种算法都只有像元级精度,而质心法和平方加权质心的精度则为亚像元级。 $t$  连续变化,其精度也会连续变化, $t$  取何值时质心法的精度最高是非线性加权算法的难点。

### 2.3 改进的补偿算法

结合基于三次样条插值的系统误差补偿方法和

非线性加权算法,星点定位的整体流程为:

(1) 对于某一加权系数  $t$ , 根据系统误差数据点采用三次样条插值,得到系统误差补偿函数;

(2) 采用如公式(7)所示的非线性加权算法计算星点质心位置;

(3) 根据公式(6)补偿星点定位的系统误差,得到补偿后的质心位置。

可以看出,对于不同的加权系数  $t$ ,系统误差函数并不相同。在进行系统误差补偿的情况下,非线性加权算法对随机误差的抑制作用是否有效,以及如何确定最优的加权系数是改进算法的关键。首先分析非线性加权算法的误差。由于  $x$  方向和  $y$  方向的对称性,只需考虑单个方向。对于  $x$  方向,如果系统误差和随机误差都没有被修正,则总误差可以表示为:

$$\sigma_{x_c}^2 = \sum_{k=1}^m \left[ \left( \frac{\partial \hat{x}_c}{\partial x_k} \right)^2 \sigma_x^2 + \left( \frac{\partial \hat{x}_c}{\partial I_k} \right)^2 \sigma_1^2 \right] \quad (8)$$

式中:  $\sigma_{x_c}^2$  表示总误差引起星点质心  $\hat{x}_c$  的不确定性;  $\sigma_x^2$  表示用几何中心代替灰度一阶矩中心造成  $\hat{x}_c$  的不确定性,即系统误差的不确定性;  $\sigma_1^2$  表示各种随机噪声引起  $\hat{x}_c$  的不确定性,即随机误差的不确定性。根据公式(7)可得:

$$\left( \frac{\partial \hat{x}_c}{\partial x_k} \right) = \frac{I_k^t}{I_{total}} \quad (9)$$

$$\left( \frac{\partial \hat{x}_c}{\partial I_k} \right) = \frac{t I_k^{t-1} (x_k - \hat{x}_c)}{I_{total}} \quad (10)$$

其中

$$I_{total} = \sum_{k=1}^n I_k^t \quad (11)$$

将公式(9)、(10)代入公式(8)可得:

$$\sigma_{x_c}^2 = \sigma_x^2 \sum_{k=1}^n \left( \frac{I_k^t}{I_{total}} \right)^2 + \sigma_1^2 \frac{1}{I_{total}^2} t^2 \sum_{k=1}^n I_k^{t-1} \quad (12)$$

令

$$\sigma_{x_c,x}^2 = \sigma_x^2 \sum_{k=1}^n \left( \frac{I_k^t}{I_{total}} \right)^2 \quad (13)$$

$$\sigma_{x_c,I}^2 = \sigma_1^2 \frac{1}{I_{total}^2} t^2 \sum_{k=1}^n I_k^{t-1} \quad (14)$$

则

$$\sigma_{x_c}^2 = \sigma_{x_c,x}^2 + \sigma_{x_c,I}^2 \quad (15)$$

上述分析表明,总误差由系统误差和随机误差组成,系统误差可以通过三次样条插值方法进行补偿,而随机误差则可以采用非线性加权加以抑制。由式(14)可以看出,存在一个最优的  $t$  值使该式取得最小值,即随机误差的影响最小。然而由于难以计算最优加权系数  $t$  的解析值,目前主要通过大量仿真实验来确定最优加权系数<sup>[12-14]</sup>,文中重点探讨在补偿系统误差的情况下的最优加权系数。

### 3 仿真实验与结果分析

#### 3.1 基于三次样条函数插值的系统误差补偿

误差数据点的采集是系统误差补偿的基础,这里首先以普通质心法为例分析进行系统误差补偿后的效果。根据公式(4),星点真实位置  $x_0$  以间距 0.05 pixel 的 20 个点取在区间[-0.475, 0.475] pixel 上,按公式(4)分别计算系统误差  $\delta_x$ ,仿真条件为  $I_0=250$ ,  $\sigma=0.5$ ,采用 3×3 质心窗口时得到的误差数据点及其三次样条插值拟合函数如图 1 所示。仿真结果表明,通过样条插值得到的函数能够很好地表示系统误差函数。另外,采样点系统误差绝对值的最大值为 0.031 7 pixel,平均值为 0.014 2 pixel,会对星点定位的结果产生影响,需要对其进行补偿。

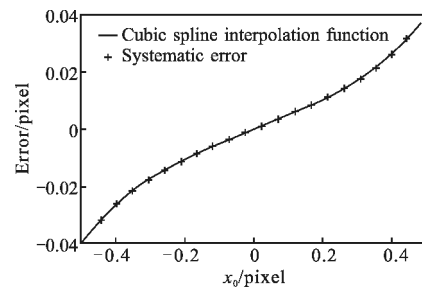


图 1 系统误差的三次样条插值函数

Fig.1 Cubic spline interpolation function of systematic errors

下面考虑在不加入随机误差情况下系统误差的补偿效果。不失一般性,文中在区间[-0.495, 0.455] pixel 上以间距 0.05 pixel 选取 20 个采样点,并通过公式(8)进行系统误差补偿,补偿后的误差如图 2 所示。

可以看出,补偿后质心法的定位误差在  $10^{-4}$  pixel 以下,其误差绝对值的平均值为  $5.36 \times 10^{-6}$  pixel。可见,采用三次样条插值函数补偿系统误差能够基本消除系统误差的影响,达到了较高的精度。

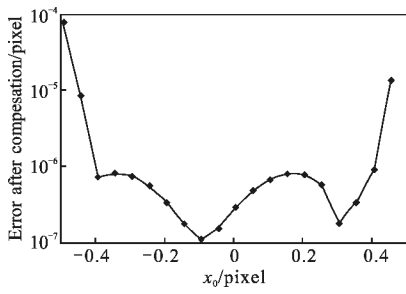


图 2 补偿后的质心法定位误差

Fig.2 Centroiding error with systematic error compensation

三次样条插值方法之所以能取得这么高的精度,是由于系统误差样本的准确性,逼近误差很小,这就是样条插值方法的优势。对于确定的光强最大值  $I_0$  和高斯半径  $\sigma$ ,经仿真后的系统误差是准确的,不存在随机误差的影响,只需要提取 20 组系统误差样本数据就可以达到较高的精度。

下一步需要验证随机误差存在情况下对系统误差的补偿效果。在上述仿真条件的基础上,对各个像元点加入服从高斯分布  $N(0, 12)$  的白噪声,并对各像元点的灰度值取整以模拟量化误差。在区间  $[-0.5, 0.5]$  pixel 上以间距 0.05 pixel 选取 21 个星点质心真实位置点,偏差的绝对值如图 3 所示。

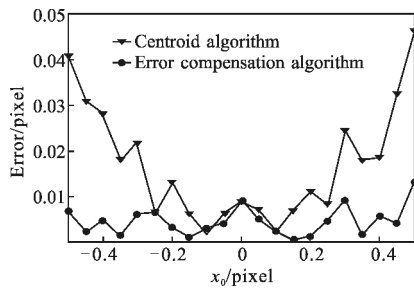


图 3 随机误差存在情况下的系统误差补偿

Fig.3 Systematic error compensation in the presence of random error

可以看出,当星点实际位置在  $\pm 0.5$  pixel 附近时,质心法误差较大;在 0 pixel 附近时,补偿前后的效果相差不大。原因是在  $\pm 0.5$  pixel 附近系统误差较大,补偿效果明显;而在 0 pixel 附近系统误差较小,随机误差影响较大,补偿后的误差曲线基本反映了随机误差的影响。上述分析表明,随机误差存在时也能够实现系统误差的补偿。

### 3.2 非线性加权算法的应用

取  $I_0=250, \sigma=0.5$ ,采用  $3 \times 3$  质心窗口,在区间

$[-0.5, 0.5]$  pixel 上以间距 0.05 pixel 选取 21 个实际质心位置点进行 10 次仿真实验,加权系数  $t$  分别取不同值,在不同噪声下其偏差绝对值的均值如表 1 所示。

表 1 计算质心的偏差均值(单位:pixel)

Tab.1 Average centroiding error (Unit: pixel)

Additive noise	Weighting coefficients				
	1	1.5	2	2.5	3
$N(0, 1^2)$	0.004 5	0.003 0	0.002 8	0.002 9	0.003 1
$N(0, 2^2)$	0.009 4	0.006 0	0.005 6	0.005 7	0.005 8
$N(0, 3^2)$	0.012 8	0.008 3	0.007 9	0.008 6	0.009 0

可以看出,加权系数为 2 时,改进算法取得的精度最高,且该系数不受噪声大小的影响。文中对不同的  $I_0$  和  $\delta$ ,以及不同的质心提取窗口进行了大量的实验,最优加权系数均为 2,该系数具有较高的鲁棒性。

### 3.3 质心定位方法精度比较

取  $I_0=250, \sigma=0.9$ ,采用  $5 \times 5$  质心窗口,在区间  $[-0.5, 0.5]$  pixel 上以间距 0.05 pixel 选取 21 个实际质心位置点,加入高斯噪声  $N(0, 2^2)$ ,对各像元点的灰度值取整,以模拟量化误差。进行 10 次仿真实验,采用不同方法计算光斑质心的偏差绝对值的均值如图 4 所示。

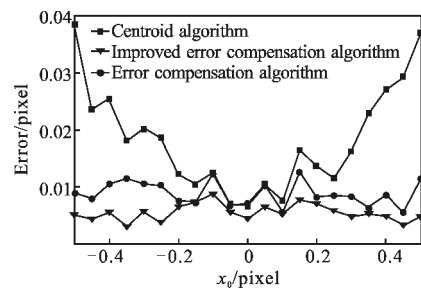


图 4 X 方向质心定位方法的误差分析

Fig.4 Error analysis of centroid algorithm of X direction

可以看出,质心实际位置在 0 pixel 时,系统误差的影响较小,主要受到随机误差的影响;当质心实际位置在  $\pm 0.5$  pixel 时,系统误差产生的影响较大,而采用三次样条函数补偿后,系统误差得到了较好的抑制。在补偿系统误差的基础上,非线性加权算法能够进一步削弱随机误差的影响,提高了定位精度。改进的补偿质心法的平均误差为 0.005 4 pixel,小于带补偿的质心法(0.008 8 pixel),远小于基本质

心法(0.018 4 pixel)。

## 4 结 论

文中首先分析了质心法用于星点定位的系统误差模型,针对系统误差现有补偿方法存在样本误差数据点多、计算量大等缺点,提出通过三次样条插值函数来表示系统误差函数,该方法只需要在单个像元上间隔采集 20 个样本误差数据点,不加入随机误差时可以达到  $10^{-4}$  pixel 的精度。在系统误差补偿的基础上,分析了非线性加权算法的误差模型,提出采用非线性加权算法抑制随机误差的影响,通过仿真实验求得最优加权系数为 2。实验结果表明,在加入  $N(0, 2^2)$  分布随机噪声的情况下,改进的补偿算法可以达到 0.005 4 pixel 的精度,小于带补偿质心法的 0.008 8 pixel,远小于基本质心法的 0.018 4 pixel,能够满足高精度星敏感器星点提取算法的要求。

## 参考文献:

- [1] Wei Xingguo, Zhang Guangjun, Jiang Jie. Subdivided locating method of image for star sensor [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2003, 20(9): 812-815. (in Chinese)  
魏新国,张广军,江洁.星敏感器中星图图像的星体细分定位方法研究[J].北京航空航天大学学报,2003,20(9):812-815.
- [2] Jin Yan, Jiang Jie, Zhang Guangjun. Star extraction method for high dynamic star sensor [J]. Infrared and Laser Engineering, 2011, 40(11): 2281-2285. (in Chinese)  
金雁,江洁,张广军.高动态星体目标提取方法[J].红外与激光工程,2011,40(11):2281-2285.
- [3] Wang Haiyong, Fei Zhenghong, Wang Xinlong. Precise simulation of star spots and centroid calculation based on Gaussian distribution [J]. Optics and Precision Engineering, 17(7): 1672-1677. (in Chinese)  
王海涌,费峥红,王新龙.基于高斯分布的星像点精确模拟及质心计算[J].光学精密工程,2009,17(7):1672-1677.
- [4] Kong Bin, Wang Zhao, Tan Yushan. Star extraction method for high dynamic star sensor [J]. Infrared and Laser Engineering, 2002, 31(3): 275-279. (in Chinese)  
孔兵,王昭,谭玉山.基于园拟合的激光中心检测算法[J].红外与激光工程,2002,31(3):275-279.
- [5] Zhang Hui, Yuan Jiahu, Liu Enhai. CCD noise effects on position accuracy of star sensor [J]. Infrared and Laser Engineering, 2006, 35(5): 629-633. (in Chinese)  
张辉,袁家虎,刘恩海.CCD噪声对星敏感器星点定位精度的影响[J].红外与激光工程,2006,35(5):629-633.
- [6] Li Yufeng, Hao Zhihang. Research of hyper accuracy subpixel subdivision location algorithm for star image [J]. Optical Technique, 2005, 31(5): 666-669. (in Chinese)  
李玉峰,郝志航.星敏感器中星图图像的星体细分定位方法研究[J].光学技术,2005,31(5):666-669.
- [7] Alexander B F, Ng K C. Elimination of systematic error in subpixel accuracy centroid estimation[J]. Optical Engineering, 1991, 30(9): 1320-133.
- [8] Yang Jun, Zhang Tao, Song Jingyan, et al. High accuracy error compensation algorithm for star image sub-pixel subdivision location [J]. Optics and Precision Engineering, 2010, 18(4): 1002-1010. (in Chinese)  
杨君,张涛,宋靖雁,等.星点质心亚像元定位的高精度误差补偿法[J].光学精密工程,2010,18(4):1002-1010.
- [9] Rufino G, Accardo D. Enhancement of the centroiding algorithm for star tracker measure refinement [J]. Acta Astronautica, 2003, 53: 135-147.
- [10] Jia H, Yang J K, Li X J, et al. Systematic error analysis and compensation for high accuracy star centroid estimation of star tracker [J]. Science China Technological Sciences, 2010, 53(11): 3145-3152.
- [11] Quine B M, Tarasyuk V, Mebrahtu H, et al. Determining star-image location: A new sub-pixel interpolation technique to process image centroids [J]. Computer Physics Communications, 2007, 177: 700-706.
- [12] Baik S H, Park S K, Kim C J, et al. A center detection algorithm for Shack-Hartmann wavefront sensor [J]. Optics & Laser Technology, 2007, 39: 262-267
- [13] Li H Q, Song H L, Rao X J, et al. Accuracy analysis of centroid calculated by a modified center detection algorithm for Shack-Hartmann wavefront sensor[J]. Optics Communications, 2008, 281: 750-755.
- [14] Guo Xiaosong, Tang Shengjin, Zhou Zhaofa, et al. Study on optimal nonlinear weighting coefficient of barycenter algorithm [J]. Laser & Infrared, 2010, 40(1): 109-111. (in Chinese)  
郭晓松,唐圣金,周召发,等.重心法中的非线性加权系数研究[J].激光与红外,2010,40(1):109-111.
- [15] Tang Shengjin, Zhou Zhaofa, Guo Xiaosong, et al. Improved iteration centroid algorithm based on linear CCD light-spot location [C]//Proceedings of the ninth International Conference on Electronic Measurement & Instruments, 2009: 438-440.