谐波分析方法在提高精密转台回转精度中的应用

苏燕芹[1,2],张景旭[1],陈宝刚[1],杨 飞[1],赵宏超[1,2]

(1. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所,吉林 长春 130033;
2. 中国科学院大学,北京 100049)

摘 要: 为了提高某精密转台的测角精度和改进结构设计,对其方位轴系角位置测量精度进行了检测,该误差包括轴系误差、编码器误差及其他误差项。在数据处理中,采用傅里叶谐波分析方法,用不同阶次的简谐波进行拟合,去掉低阶误差,可提高位置测量精度,同时分析了各误差的来源。建立的误差查询表格可用于对后期测量结果的修正。结果证明,角位置测量误差修正后的值是修正前的 1/4 左右,幅值不超过 0.8″,极大地提高了角位置测量精度。此实验研究了使用谐波分析来提高转台位置测量精度的方法;同时分析了各误差来源,便于采取相应措施对轴系进行改进。

关键词: 转台; 误差; 傅里叶; 谐波分析

中图分类号: TH39 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2014)01-0274-05

Harmonic analysis application in accuracy improvement of precise turntable

Su Yanqin[1,2], Zhang Jingxu[1], Chen Baogang[1], Yang Fei[1], Zhao Hongchao[1,2]

(1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;
2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: In order to increase the angular position measurement accuracy and improve structure design of a precise turntable, the angular position measurement precision of its azimuth shafting was detected. The error included axial error, encode error and other errors. Fourier harmonic analysis was adopted in data processing. Harmonic waves with different orders were used to fit the data, low order harmonic waves were removed, which could increase the position measure accuracy. Meanwhile, the error sources had been found. The error look up table could be used to correct the measure data afterward. As the result shows, the value of angular position measurement error after corrected is 1/4 of the value before corrected, the amplitude is about 0.8″, the angular position measurement accuracy has been increased a lot. A look up table was built to correct post-measurement data; the error sources were found, which will help to improve the shafting structure.

Key word: turntable; error; Fourier; harmonic analysis

收稿日期: 2013-05-01; **修订日期:** 2013-06-16

基金项目: 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所三期重大创新研究项目

作者简介: 苏燕芹(1987-),女,博士生,主要从事大口径望远镜结构设计方面的研究。Email:suyanqin0909@163.com

导师简介: 张景旭(1965-),男,研究员,博士生导师,主要从事大型光电望远镜结构设计方面研究。Email:zhangjx@ciomp.ac.cn

0 引 言

轴系测角精度对整台仪器的跟踪性能起着决定性作用,是跟踪误差产生的重要原因。测角误差的影响因素与轴系回转精度的影响因素基本相同。机械零件的制造误差、刚度不足引起的变形、配合种类等都会影响轴系回转精度。提高轴系回转精度的方法有多种,常用的方法有:(1) 提高轴系关键零部件的精度,例如减小轴承环滚道面不圆度及钢球不等径差;(2) 采用精密装配方法,如温差装配;(3) 采用研磨轴系等。研磨轴系和提高零部件精度是制造精密轴系使用较多的方法,研磨轴系精度高,轴系晃动量小,但其生产周期长,成本高,且互换性差;一般平面止推轴承上下端面都较大,对其进行高精度刮研难度较大,且检测困难;温差法装配的应用较多,但大型轴系进行温差装配则较困难[1-4]。

除从制造和装配的角度提高轴系精度外,采用一定的数学方法对角位置测量误差进行处理,建立轴系角度测量误差的校正函数,可从数学方法上提高轴系的测角精度。应用傅里叶谐波分析方法,将各误差项分离,可分析不同误差源对轴系回转精度的影响大小[5-6]。文中阐述了傅里叶谐波分析原理,对轴系测角误差进行了检测,采用谐波分析的方法对数据进行处理,查找各次谐波对应的误差源,并依据分析结果对后期测角误差进行了补偿,极大提高了轴系测角精度。为提高精密转台测角精度提供了较好的方法。

1 傅里叶谐波分析简介

谐波分析源于傅里叶级数展开,即通过使用不同频率的简谐波来拟合一个比较复杂的周期运动,在工程分析中即为谐波分析。谐波分析也可从非周期运动中提取出一定数量的相位和振幅不同的简谐波,通过级数展开,得到各次谐波分量的相角和幅值等关键参数。工程实际中的结果数据大多为非周期函数,但一般都满足狄里赫利条件,可以将它展开成傅里叶级数,从而通过傅里叶谐波分析的方法将轴系测角误差分解成多个误差项,有助于查找各误差源。利用谐波分析的方法来进行误差项分解,可得到误差的三个要素:大小、方向和频率,有利于解决许多工程领域的诸如回转精度、噪声、振动和寿命等问题[5-6]。

傅里叶级数展开式见公式(1):

$$f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{k=0}^{n-1}(a_k\cos kx_i+b_k\sin kx_i) \tag{1}$$

$$\text{常数项 } a_0=\frac{n}{2}\sum_{i=0}^{n-1}E_i \tag{2}$$

第 K 个谐波系数计算如下:

$$a_k=\frac{n}{2}\sum_{i=0}^{n-1}E_i\cos kx_i \tag{3}$$

$$b_k=\frac{n}{2}\sum_{i=0}^{n-1}E_i\sin kx_i \tag{4}$$

一般低次谐波影响较大,高次谐波由于影响较小可以略去。

2 实验方法及谐波分析

通过分析转台结构可以得出,轴承的两个止推环端面和滚珠的不等径差、滚子轴承的安装误差等都是主要的误差来源[7]。当两个直径相差最大的滚子对径安装时引起的误差为最大。由于轴承中滚子的转速是轴承转速的一半,所以轴承转两圈时滚子转动一圈,即双周晃动误差,故需要正向转动两周后再反向转动两周,以消除双周晃动误差。

该实验方法基于以下流程实现,得到每个位置的角位置测量误差数据后,对数据进行拟合,由拟合函数得到每个测量位置的误差的拟合值,可建立误差修正表格,该表格可直接用于后期测量数据的校正。实验流程见图 1,实验方案示意图见图 2。

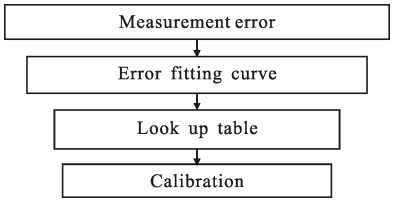

图 1 实验流程图

Fig.1 Flow chart

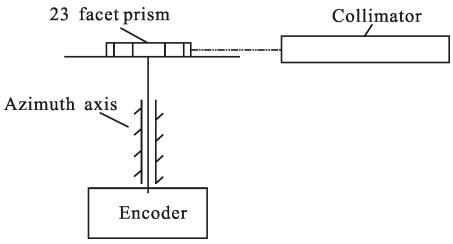

图 2 实验方案示意图

Fig.2 Diagram of experimental scheme

2.1 角位置测量误差的测量和处理

该实验台如图 3 所示，由转台的方位轴系、23 面棱体、光电自准直仪组成。试验中认为 23 面体中

图 3 试验台装置

Fig.3 Experimental bench

任意两面的夹角足够精确，为真实值。先将 23 面棱体放在被测轴的旋转中心，调节棱体与转台轴线同轴，将光管安装于良好的隔振基础上，使光管轴线垂直于棱体面，启动转台测角系统。

从被测轴任意角位置 θ 开始，使棱体 1 面对准光管，以编码器显示值为准，依次使轴转过 23 面体规定的角度 A_i，记录每个位置编码器的读数 B_i 和光管读数 C_i，使轴正、反转各两圈。23 面棱体各面的误差根据仪器说明书可得，记为 D_i，可得各位置的误差 E_i 的表达式如下：

$$E_i=B_i+C_i+D_i-A_i \tag{5}$$

转台采用了四个读数头的形式，相邻两个读数头之间的夹角为 90°，按顺时针方向依次记为读数头 1、读数头 2、读数头 3 和读数头 4，则读数头 1、3 为对径安装，读数头 1、3 的误差相加取平均值，数据列表见表 1。绘制误差曲线示意图见图 4。

表 1 角位置测量误差

Tab.1 Error of angular position measurement E_i

No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
E_{ip1}	1.7	3.3	4.2	3.8	3.7	4.6	4.4	3.8	3.5	2.5	2.1	2.3	3.1	3.9	4.5	4.7	4.1	4.4	4.0	3.1	2.3	1.9	1.3
E_{ip2}	1.8	3.2	4.3	3.7	4.2	4.5	4.1	3.8	2.9	2.3	1.3	2.5	3.2	3.5	4.3	4.1	4.1	4.0	3.5	2.6	1.7	1.9	1.5
E_{in1}	2.1	3.4	4.2	3.6	3.4	4	3.9	3.4	3	2.6	1.4	2.1	3.3	3.8	4.7	4.7	4.4	4.1	3.7	3.1	2	1.9	1.3
E_{in2}	1.5	3.2	4	3.5	3.8	3.6	3.9	3.4	3.1	2.2	1.4	2	3.3	3.9	4.4	4.3	4.6	4.2	3.6	2.8	2	1.5	1.3

Note: E_{ip1} error of the first lap clockwise; E_{ip2} error of second lap clockwise; E_{in1} error of the first lap counterclockwise; E_{in2} error of second lap counterclockwise.

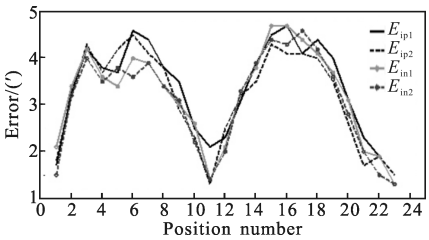

图 4 误差曲线

Fig.4 Error curves

从表 1 和图 4 中可以看出，最大值为 4.7″，最小值为 1.3″，计算得峰峰值最大为 3.5″，标准差为 1.1″。四条曲线的重复性较好，最大相差 1″，说明含有系统误差，可通过傅里叶谐波分析将系统误差去除。

2.2 傅里叶谐波分析

得到每个位置的误差值后，将同一位置正反转的误差值取平均值得到数组 E_i，见表 2。

表 2 各个位置平均误差值

Tab.2 Average value of every position

No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
Value	1.78	3.28	4.18	3.65	3.78	4.18	4.08	3.6	3.12	2.4	1.55	2.23	3.23	3.78	4.48	4.45	4.3	4.18	3.7	2.9	2	1.8	1.35

将表 2 中的数据进行傅里叶谐波分析，通过对比采用不同阶次谐波拟合的精度，发现采用 0~7 次谐波时拟合精度足够高，更高次谐波由于其影响较小可忽略。

由于采用 23 面体，所以 n=23，x_i 的值按照 360/23 递增，即 x_1=0°，x_2=15.652 2°，……，x_{23}=334.347 8°，x_{24}=360°。将数组 E_i 的值代入公式(2)~(4)，可得各次谐波的系数见表 3。

表 3 各次谐波系数

Tab.3 Coefficients of every harmonic

No.	1	2	3	4	5	6	7
a_k	−0.566 2	−0.732 9	−0.021	0.014 1	−0.194 2	−0.097 8	−0.126 1
b_k	0.158 8	1.284 5	0.009 4	0.434 9	0.156	0.241 3	0.189 9

将各系数带入公式(1),则各次谐波的表达式为:

常数项 $\frac{a_0}{2}=3.215\,2$

$$y_1=0.566\,2\cos x_i+0.158\,8\sin x_i \tag{6}$$

$$y_2=-0.732\,9\cos 2x_i+1.284\,5\sin 2x_i \tag{7}$$

$$y_3=-0.021\cos 3x_i+0.009\,4\sin 3x_i \tag{8}$$

$$y_4=0.014\,1\cos 4x_i+0.434\,9\sin 4x_i \tag{9}$$

$$y_5=-0.194\,2\cos 5x_i+0.156\sin 5x_i \tag{10}$$

$$y_6=-0.097\,8\cos 6x_i+0.241\,3\sin 6x_i \tag{11}$$

$$y_7=-0.126\,1\cos 7x_i+0.189\,9\sin 7x_i \tag{12}$$

则表 2 中数据的拟合函数表达式可写成公式(13):

$$f(x)=y_E\approx\frac{a_0}{2}+y_1+y_2+y_3+y_4+y_5+y_6+y_7 \tag{13}$$

计算出各个位置的拟合函数值见表 4。

表 4 拟合函数值

Tab. 4 Fitting function value

No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
Value	1.49	3.65	4.29	3.78	3.96	4.4	4.18	3.78	3.3	2.37	1.74	2.29	3.31	4.05	4.57	4.71	4.47	4.33	3.94	2.92	2.15	1.95	1.17

用表 1 中各个测量值减去表 4 中对应位置的拟合函数值，可得各个位置修正后的残差值，经过计算，拟合残差的最大绝对值为 0.37″，标准差为 0.14″，在允许范围之内。绘制各次测量的残差曲线图,见图 5。拟合函数曲线和原误差曲线见图 6。

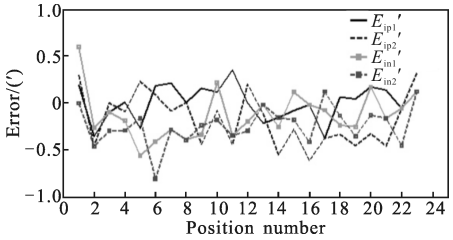

图 5 残差曲线图

Fig.5 Residual curves

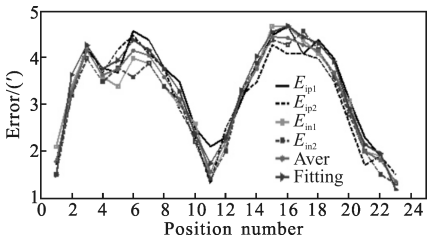

图 6 误差曲线

Fig.6 Error curves

由图 5 可见,最大残差值不超过 0.6″,最小残差值不超过−0.8″。由图 6 可见,拟合的误差值与原曲线符合较好。将图 5 与图 4 对比可见,修正后的误差值比原误差值减小了 4″左右,极大的提高了轴系测角精度。根据公式(6)~(12),做出各谐波函数曲线见图7。

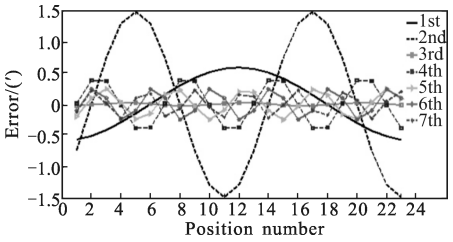

图 7 各谐波函数图形

Fig.7 Harmonic curves

从图 7 中可以看出,一次和二次谐波对整体结果的影响较大,幅值达到 3″,三次及以上谐波值较小,均在 0.6″以下,可以略去。故应查找一次和二次谐波产生的原因,采取相应措施减小一次和二次谐波值。

2.3 数据修正

建立各阶谐波函数后，可得到指定位置的拟合值,根据这些值可建立误差修正表格,用于后期测量结果的校正[8-9]。校正方法如下:

$$A=A_C+f \tag{14}$$

式中:A 为实际误差;A_C 为编码器显示角度;f 为误差修正表格中的对应值。

利用公式(14)来修正在同一台设备上进行的另一次测量的误差值。修正前和修正后的值见表 5。曲线图见图 8。

由表 5 和图 8 可知，修正后的误差值比原来降低了 3″左右,修正后最大值 1″,最小值为−0.93″,峰峰值为 1.93″,标准差为 0.5″,校正效果很明显。

表 5 修正前、后的误差值

Tab.5 Error before and after correction

No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
E_{ib}	2.5	4.1	4.3	4.3	4.5	4.5	3.4	2.9	2.4	1.9	1.7	1.9	3.1	3.7	4.5	4.5	4.3	4.1	3.4	2	1.8	1.1	1.5
E_{ia}	1.0	0.4	0	0.5	0.5	0.1	−0.8	−0.9	−1.0	−0.4	0	−0.4	−0.2	−0.3	−0.1	−0.2	−0.2	−0.2	−0.5	−0.9	−0.4	−0.8	−0.3

Note: E_{ia} is error before correction; E_{ib} is error after correction.

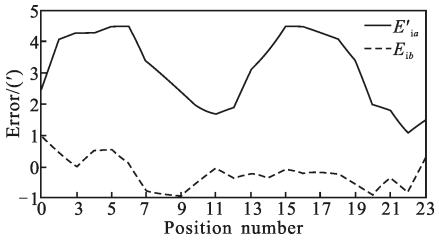

图 8 修正前和修正后的误差曲线

Fig.8 Error curves before and after correction

2.4 结果分析

通过将谐波分析的结果与误差源相互对照，各次谐波所代表的误差分别为：常数项表示棱体的面与光管光轴不垂直程度；一次项为码盘的偏心、主轴形状位置误差的影响；二次谐波包含了平面止推轴承精度及其刚度不足引起的弹性变形等；三次及以上谐波表示轴系的随机晃动误差，如滚动体不圆度、粗糙度、和局部缺陷等，影响较小。根据谐波分析的结果可以看出，此实验应当加强对轴系的调平，对码盘、主轴的安装精度进一步提高，选择高一级精度的轴承等，可减小误差值，进一步提高测角精度。

3 结 论

一般的测角精度较高的小型转台的误差也在3~5″左右，文中通过校正后使测角误差达到1"左右，具有很高的实用价值。从文中的分析结果中可以看出，在实际使用中，除了提高零件加工精度外，也需要选配精度相当的选配件(轴承、编码器等)，同时提高安装调试的精度才能够使轴系精度得到整体提升。文中的方法已经多次运用于实际测量和分析，修正后轴系测角精度得到很大提高。该方法有利于查找误差源，具有指导性意义。

参考文献：

[1] Feng Dongyan, Gao Yunguo, Zhang Wenbao. Elimination of shafting errors in photoelectrical theodolites with standard-bearings[J]. ***Optics and Precision Engineering***, 2011, 19(3): 605−611. (in Chinese)

[2] Du Junfeng, Li Zhengzhou. Analysis of the axial accuracy of the GD−220 photoelectric theodolite [J]. ***Optics Precission Engineer***, 2002, 10(4): 416−419 (in Chinese)

[3] Wang Tao, Zhu Mingchao, Yin Shengli, et al. Analysis of LOS pointing error derived from precision of shafting in stabilition mechnasm [J]. ***Infrared and Laser Engineering***, 2011, 40 (11): 2266−2269. (in Chinese)

[4] Mao Yingtai. Error Theory and Precision Analysis [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1982. (in Chinese)

[5] Gao Fuhui. Fourier harmonic analysis method for axial system wobbling of the largescale theodolite [J]. ***Opto-Electronic Engineering***, 1998, 5(5): 1−15. (in Chinese)

[6] Zhang Ning, Shen Xiangheng, Yang Liang, et al. Evaluation of tracking performance of photoelectric theodolite by using harmonic property of dynamic target [J]. ***Optics Precision Engineer***, 2010, 18(6): 1286−1294. (in Chinese)

[7] Xia Xintao, Ma Wei, Jie Tancheng, et al. Rolling Bearings Manufacturing Technology [M]. Beijing: China Machine Press, 2007. (in Chinese)

[8] Zhao Yongzhi, Zhang Jingxu, Wu Xiaoxia, et al. Modification of altitude axis errors for 1m aperture telescopes [J]. ***Optics Precision Engineer***, 2009, 17(10): 2401−2405. (in Chinese)

[9] Li Hui. New shafting error simulating method of photoelectric theodolite [J]. ***Infrared and Laser Engineering***, 2008, 37(2): 334−337. (in Chinese)

[10] Xu Zhaodong, Chen Songcan, Li Xin. Analysis and improvement of dynamic accuracy in stabilizing platform system [J]. ***Infrared and Laser Engineering***, 2006, 35: 454−458. (in Chinese)