

## 采用热核特征的 SAR 图像目标识别

杨绪峰<sup>1,2</sup>, 林伟<sup>1</sup>, 延伟东<sup>1</sup>, 温金环<sup>1</sup>

- (1. 西北工业大学理学院, 陕西 西安 710129;
2. 中国船舶重工集团公司第 715 研究所, 浙江 杭州 310023)

**摘要:** 为了解决 SAR 图像受相干斑噪声干扰和震后发生形变而识别率偏低的问题, 提出了一种新的仿射、形变不变特征-热核特征, 并将该特征用于 SAR 图像目标识别。首先采用推广的核模糊 C-均值方法分割 SAR 图像, 提取 SAR 图像目标形状; 接着对目标形状进行 Delaunay 三角剖分, 采用余切权重法对 Laplace-Beltrami Operator 离散化, 通过离散化 Laplace-Beltrami Operator 特征值、特征向量求每一点热核特征; 然后采用谱距离公式对点点间热核距离计算, 转化为距离分布表示目标形状的热核特征; 最后采用 L1 相似性准则对图像进行相似性度量, 得到识别结果。实验表明: 与经典的 Hu 不变矩方法相比, 对于仿射变换和发生形变的 SAR 图像, 该方法都具有更高的识别率。因此, 基于热核特征的 SAR 图像识别方法是一种更加有效的识别方法。

**关键词:** 目标识别; SAR 图像; 热核; 相似性度量

**中图分类号:** TP391 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2014)11-3794-08

## SAR image target recognition based on heat kernel

Yang Xufeng<sup>1,2</sup>, Lin Wei<sup>1</sup>, Yan Weidong<sup>1</sup>, Wen Jinhuan<sup>1</sup>

- (1. School of Science, Northwestern Poly-technical University, Xi'an 710129, China;
2. 715th Research Institute, China Shipbuilding Industry Corporation, Hangzhou 310023, China)

**Abstract:** In order to solve low recognition rate which was caused by the speckle noise and deformation in SAR image after earthquake, a new heat kernel feature which possesses the properties of affine invariance and deformation invariance was put forward, and this feature was used in SAR image target recognition. First of all, a generalized kernel fuzzy C-means formula was applied in SAR image segmentation, and target shape in SAR image was extracted. Secondly, the triangle subdivision was obtained by means of Delaunay triangulation formula, and Laplace-Beltrami operator was discretized using cotangent weight scheme, and then heat kernel feature at every point was obtained by making use of the eigenvalues and eigenvectors of the discretized Laplace-Beltrami operator. Thirdly, heat kernel distance between two points was calculated by spectral distance formula, and then distance distribution was used to represent the heat kernel feature in the target shape of SAR image. Finally, L1 similarity criterion was adopted to measure the similarity of two SAR image, recognition result was obtained by comparing

收稿日期: 2014-03-15; 修订日期: 2014-04-20

基金项目: 国家自然科学基金(10926197, 60972150, 61201323, 61301196); 西北工业大学基础研究基金(JC201053)

作者简介: 杨绪峰(1986-), 男, 硕士, 主要从事统计建模与遥感图像处理等研究。Email: 546405782@qq.com

similarities of the whole SAR images. Experiments show that, compared with the classical Hu invariant feature which also has affine invariance in images, this method which is based on heat kernel feature shows both higher recognition rate for affine transformation SAR images and deformation SAR images. Consequently, SAR image target recognition method, which is based on the heat kernel feature, is a more effective SAR image recognition method.

Key words: target recognition; SAR images; heat kernel; similarity measure

## 0 引言

SAR 具有全天时、全天候成像的特点。SAR 图像目标识别是 SAR 图像处理研究的热点,已应用于很多领域,如军事侦察、战场感知、灾害监测和海洋遥感等。然而由于受超高频波的传播及其与场景间的相互作用,SAR 图像呈现出大量斑点噪声,难以处理,而且在获取 SAR 图像中,会受到气候、视角、时间等因素的影响,SAR 图像会产生平移、旋转、尺度变化,甚至会产生形变,这给 SAR 图像识别工作带来了极大困难。因此,寻找到一种优良稳定的特征对于 SAR 图像识别工作及其关键。目前用于 SAR 图像识别的特征有:(1) 灰度统计特征<sup>[1]</sup>,有自相关、能量、协方差、惯性矩和熵等,这些统计特征体现了 SAR 图像的散射特性,但易受 SAR 图像相干斑噪声干扰,识别率偏低,常常与其他特征组合使用;(2) 纹理特征<sup>[2-3]</sup>,常用的方法有灰度共生矩阵,分形模型和多分辨率分析等,灰度共生矩阵反映了纹理图像中各灰度级在空间上的分布特性;分形模型适用于具有自相似统计特性的 SAR 纹理图像;近年来,基于多分辨率分析的方法在纹理分析中得到了广泛关注,此方法可对多尺度纹理进行测量,从宏观和微观两个层面对纹理特征进行分析。但上述方法易受到 SAR 图像相干斑噪声影响。(3) 目标形状特征<sup>[4-5]</sup>,比较经典的方法有 Hu 不变矩<sup>[4-5]</sup>及其变形,这些特征对噪声不敏感,具有仿射不变性,但要依赖于较好的分类器;通过实验,可以看到不变矩方法对发生形变的 SAR 目标图像识别率很低。

SAR 图像特征提取是图像目标识别的关键技术,如何能够充分利用 SAR 数据所提供的特征精确地识别图像目标也是一直亟待解决的问题。同时,热核特征在图像处理中已有相应研究,这主要由于热核具有以下特点:(1) 在热传导和扩散的理论中,热

核表示热量穿过图上边界的变化,是研究 Laplace 算子谱理论的一个重要工具,可以充分发挥图谱理论的优点;(2) 热核特征可以充分表示图像的几何特征;(3) 热核特征具有仿射不变性和形变不变性。因此,文中采用热核特征对 SAR 图像进行目标识别。

## 1 基于目标识别的热核理论

### 1.1 热核理论

对热核的研究始于热传导和热扩散,在黎曼流形  $M$  上的热方程为:

$$\Delta_M u(x, t) = -\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \quad (1)$$

式中: $\Delta_M$ 为流形  $M$  上的 Laplace-Beltrami 算子。给定一个最初的热量分布  $f: M \rightarrow \mathbb{R}$ ,令  $H_t(f)$ 表示在时间  $t$  处的热量分布( $\lim_{t \rightarrow 0} H_t(f) = f$ )。 $H_t$ 称为热扩散算子,它和  $\Delta_M$ 都是将流形  $M$  上的实值函数映射成另外一个实值函数,它们的关系为<sup>[6]</sup>:

$$H_t = e^{-t\Delta_M} \quad (2)$$

因此它们的特征向量相等,特征值分别为: $\lambda$ (Laplace-Beltrami 算子的), $e^{-\lambda t}$ (热扩散算子的)。对于任意流形  $M$ ,存在函数  $k_t(x, y): \mathbb{R}^+ \times M \times M \rightarrow \mathbb{R}$ ,满足如下方程:

$$H_t f(x) = \int_M k_t(x, y) f(y) dy \quad (3)$$

那么满足公式(3)的最小的函数  $k_t(x, y)$ 叫做热扩散核。热扩散核可以理解为:在时间尺度  $t$  上从点  $x$  传递到点  $y$  的热量。在紧致黎曼流形中,热扩散核有如下特征分解形式:

$$k_t(x, y) = \sum_{i=0}^{\infty} e^{-\lambda_i t} \phi_i(x) \phi_i(y) \quad (4)$$

式中: $\lambda_i, \phi_i$ 分别为 Laplace-Beltrami 算子的第  $i$  个特征值和特征向量。

依据热扩散核  $k_t(x, y)$ 定义一个点  $x$  到  $y$  的时间

尺度  $t$  上的距离公式:

$$d_t(x, y) = k_t(x, x) + k_t(y, y) - 2k_t(x, y) = \sum_{i=0}^{\infty} e^{-\lambda_i t} (\phi_i(x) - \phi_i(y))^2 \quad (5)$$

笔者把这个距离公式叫扩散距离<sup>[7]</sup>。扩散距离含有参数  $t$ , 选择不同的参数  $t$  会得到不同的扩散距离。当参数选择不恰当时, 会对计算结果造成很大影响。因此, 采用变换  $\int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}$ , 将扩散距离变为往返时间距离  $d_{CT}^2(x, y)$ <sup>[8]</sup>:

$$\int_0^{\infty} d_t^2(x, y) = \sum_{i=0}^{\infty} \int_0^{\infty} e^{-\lambda_i t} dt (\phi_i(x) - \phi_i(y))^2 = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{\lambda_i} (\phi_i(x) - \phi_i(y))^2 = d_{CT}^2(x, y) \quad (6)$$

尽管两点间的扩散距离包含了大量的图像形状几何信息, 但是由于图像点个数较多, 直接用扩散距离作为图像特征进行相似性比较, 会使得计算量很大。这里用距离分布<sup>[9]</sup>作为图像热扩散核特征。距离分布衡量了图像目标形状中点点间扩散距离的分布情况, 仿射变换后, 目标形状点点间的距离要么不变, 要么成尺度倍数增长(或缩减), 但距离分布保持不变。因此, 距离分布具有仿射不变性。同时, 由于采用的是统计分布特征, 对微小的形状扰动不敏感, 具有稳健性。这些性质在用来对仿射变换和微小形变的 SAR 图像目标进行识别时能够达到较高的识别率。

## 1.2 热核性质

下面笔者给出热核的一些主要性质, 表明这些性质在目标识别中所具有的特点。

(1) 热核具有等距度量不变性: 如果  $T: M \rightarrow N$  是黎曼流形  $M$  到  $N$  的等距映射, 那么对于任意的  $x, y \in M$  和任意的  $t > 0$ , 有:

$$k_t^M(x, y) = k_t^N(T(x), T(y)) \quad (7)$$

由公式(7)可知, 对于存在等距变换关系的两个流形  $M, N$ , 其热核特征保持不变。因此, 热核具有等距度量不变性, 热核由流形的内在几何性质唯一决定。

(2) 热核具有仿射不变性: 由公式(7)可知, 度量空间  $(M, k_t)$  与  $(N, k_t)$  是等距同构的。根据马祖-玉兰定理, 系数为实数的赋范向量空间上的等距同构一

定是仿射变换。由于热核  $k_t$  具有等距度量不变性, 因此也具有仿射不变性。至此, 得到一种新的仿射不变性特征——热核特征。热核的仿射不变性对于研究仿射变换 SAR 图像的配准、识别、变化检测具有极其重要的意义。

(3) 热核具有形变不变性: 由于 Laplace-Beltrami 算子充分表示了流形表面的黎曼度量, 则它的特征值  $\lambda$  和特征向量  $\phi$  具有形变不变性, 因此, 由  $\lambda, \phi$  导出的热核  $k_t(x, y)$  也具有形变不变性。热核的形变不变性对研究震前震后地形发生形变的 SAR 图像具有重大意义。

(4) 几何信息量丰富: 由于热核的等距度量不变性由流形内在几何性质唯一决定, 因此热核包含了图像目标形状的所有内在几何性质, 可以充分描述目标形状特征。

## 1.3 目标识别过程

首先分别提取出实验(待识别)图像和模板图像的目标形状, 接着提取目标形状图像的热核特征, 然后对模板图像的热核特征和实验图像的热核特征进行相似性度量, 则相似性最高的那幅模板图像与实验图像为同一类目标图像。最后输出实验图像的识别结果。具体识别流程图如图 1 所示。

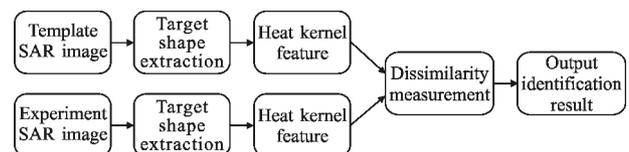


图 1 热核特征目标识别流程图

Fig.1 Heat kernel feature target recognition flow chart

## 2 基于热核的 SAR 图像目标识别

图 1 展示了 SAR 图像目标识别的全过程, 整体的识别过程分为 4 步。第一步: 采用推广的核模糊 C-均值方法分割 SAR 图像, 提取出 SAR 图像的目标形状; 第二步: 借助 Laplace-Beltrami 算子与热扩散算子的关系(公式(2)), 通过求 Laplace-Beltrami 算子的特征值和特征向量, 来求得 SAR 图像的热核特征; 第三步: 采用 L1 距离公式, 对实验(待识别)图像和模板图像的热核特征进行相似性度量; 第四步: 比较第三步的相似性度量结果, 相似性最高的那幅模板图像与实验图像为一类, 输出实验图像的识别结

果。对目标形状的边缘点进行三角剖分,将 Laplace-Beltrami 算子离散化每一步的具体操作如下。

第一步 SAR 图像目标形状提取。采用推广的核模糊 C-均值方法 (GKFCM)<sup>[10-11]</sup> 对 SAR 图像进行分割,并提取出目标形状。与传统的模糊 C-均值算法 (FCM)相比,该算法增加了类间离散度信息和空间约束信息,提高了聚类精度而且降低了对噪声的敏感性。真实 SAR 图像分割实验表明,该方法特别适用于含有大量斑点噪声的 SAR 图像。

第二步 目标形状的热核特征提取。对第一步提取出的目标形状,进行热核特征提取,具体步骤如下:(1) 目标形状边缘检测与提取边缘点。采用 Robert 边缘检测算法提取出目标形状的边缘,并提取出水平,竖直,45°三个方向的边缘点,构成点集  $\hat{X}=(x_1, x_2, \dots, x_N)$ ;边缘检测算法不是这里研究的重点,因此只采用现成的检测算法。(2) 边缘点  $x_1, x_2, \dots, x_N$  的热核特征计算。鉴于 Laplace-Beltrami 算子和热扩散算子的关系(公式(2)),通过计算 Laplace-Beltrami 算子的特征值  $\lambda_i$  和特征向量  $\phi_i$ ,代入公式(3),来计算热扩散核  $k_i(x, y)$ 。流程图如图 2 所示。

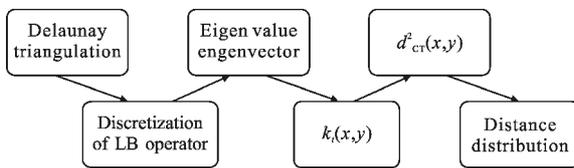


图 2 热核特征计算流程图

Fig.2 Heat kernel feature calculation flow chart

$$\omega_{ij} = \begin{cases} \cot \alpha_{ij} + \cot \beta_{ij} & \text{if } x_i \text{ and } x_j \text{ are adjacent, edge } x_i x_j \text{ is inside} \\ \cot \alpha_{ij} & \text{if } x_i \text{ and } x_j \text{ are adjacent, edge } x_i x_j \text{ is on the boundary} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

(2) 计算特征值  $\lambda$  与特征向量  $\phi$ 。对于公式(9)中特征值与特征向量的计算,采用广义特征分解法<sup>[13]</sup>,如公式(10)所示:

$$A\Phi = \Lambda L\Phi \quad (10)$$

式中:  $\Lambda$  为  $(k+1) \times (k+1)$  的对角矩阵,对角元素为特征值  $\lambda_0, \dots, \lambda_k$ ;  $\Phi$  为  $N \times (k+1)$  的矩阵,  $\Phi$  的列代表特征向量  $\phi_0, \dots, \phi_k$  即矩阵  $\Phi$  中的元素  $\phi_{ij}$  代表顶点  $x_i$  的第  $j$  维特征向量值。

(3) 计算热核  $k_i(x, y)$ 。将步骤(2)中求得的特征值  $\lambda$ 、特征向量  $\phi$  代入公式(4)求热扩散核。

具体步骤如下。

(1) Laplace-Beltrami 算子离散化。采用 Delaunay 三角剖分法对目标边缘点  $x_1, x_2, \dots, x_N$  进行剖分,则将 SAR 图像目标形状剖分成三角网格的模式。再采用余切权重法<sup>[12]</sup>对 Laplace-Beltrami 算子离散化。这种离散化方法保留了连续 Laplace-Beltrami 算子的半正定性、对称性、局部性和数值稳定性。Laplace-Beltrami 算子的离散近似如下:

$$(\Delta_{\hat{X}} f)_i = \frac{1}{a_i} \sum_{j=0}^{\infty} \omega_{ij} (f_i - f_j) \quad (8)$$

式中:  $f_i$  为顶点  $x_i$  的灰度函数,  $i, j=1, 2, \dots, N$ , 角  $\alpha_{ij}, \beta_{ij}$  及以  $x_i$  为公共顶点的三角形区域面积  $a_i$  如图 3 所示。

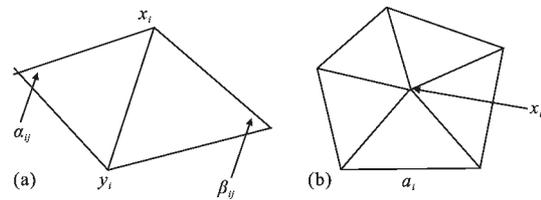


图 3 角  $\alpha_{ij}, \beta_{ij}$  与顶点  $x_i, y_i$ (a)和区域面积  $a_i$  与顶点  $x_i$ (b)

Fig.3 Angles  $\alpha_{ij}, \beta_{ij}$  and points  $x_i, y_i$  (a) and region area  $a_i$  and point  $x_i$  (b)

公式(8)的矩阵形式为:

$$\Delta_{\hat{X}} f = A^{-1} L f \quad (9)$$

式中:  $A = \text{diag}(a_i)$ ;  $L = \text{diag}(\sum_{i \neq j} \omega_{ij}) - (\omega_{ii})$ 。

$x_i$  与  $x_j$  两点间的权重为:

(4) 计算两点间的往返时间距离  $d_{CT}^2(x, y)$ 。将步骤(2)中求得的特征值  $\lambda$ 、特征向量  $\phi$  代入公式(6),可求得点  $x$  与点  $y$  的往返时间距离  $d_{CT}^2(x, y)$ 。

(5) 计算往返时间距离分布。将步骤(4)中求得的所有往返时间距离值按大小均分成  $n$ (这里取 100)个区间,做成距离分布直方图。统计落在每个区间的概率  $p_i(i=1, \dots, n)$ ,得到一个  $n$  维的向量  $P_M=(p_1, \dots, p_n)$ 。则向量  $P$  即代表一幅 SAR 目标图像  $M$  的热核特征。距离分布见图 4(a4)-(f4)。图 4(a1)-(a5) 分别

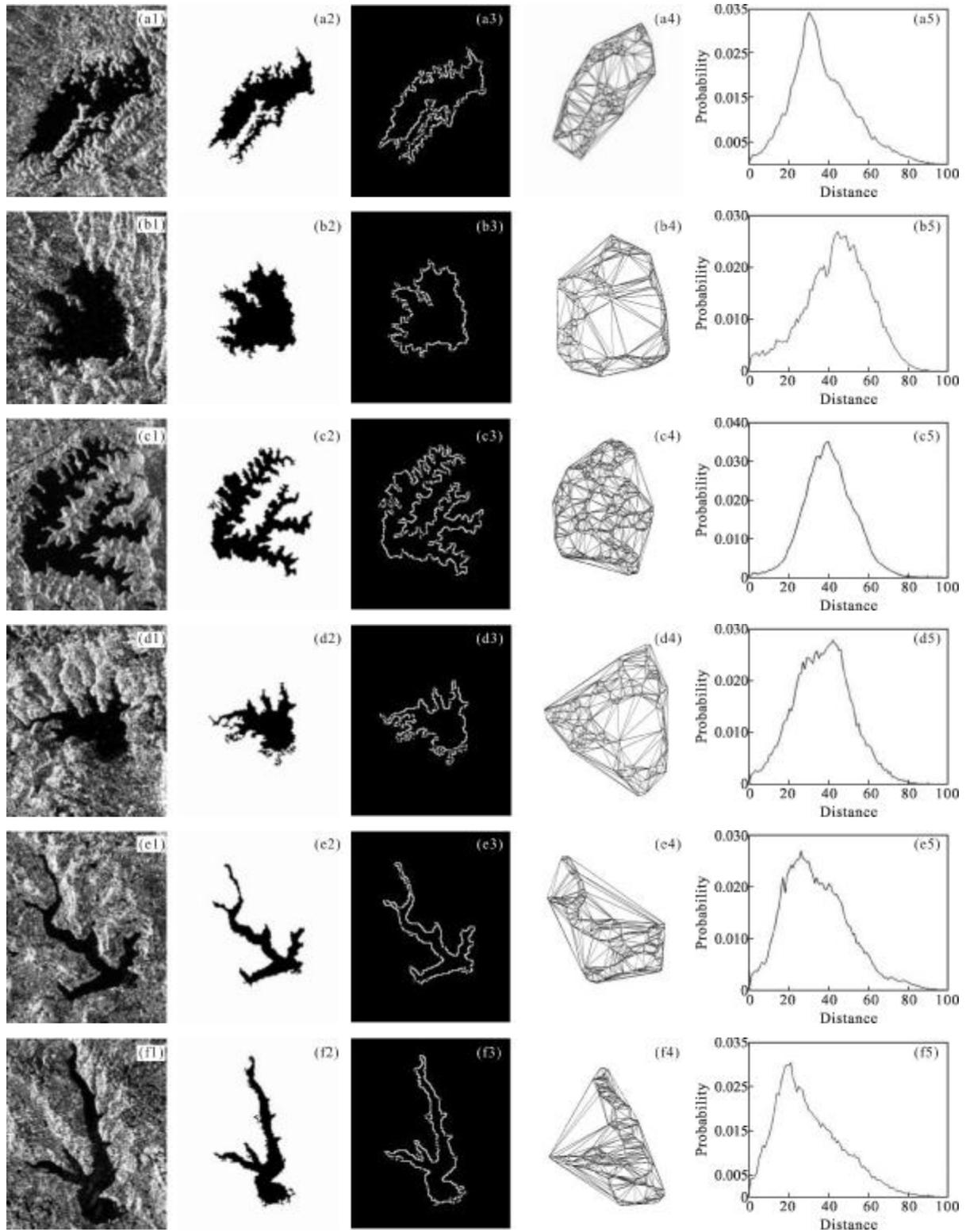


图 4 SAR 图像目标形状提取、三角剖分及距离分布图

Fig.4 SAR image target shape extraction, triangulation and distance distribution

为白水河水库 SAR 图像、目标形状图像、边缘检测图像、三角剖分图像及距离分布图。图(b)-(f) 各列同图(a)分别为曾家湾水库、沉抗水库、秦家碾水库、金华水库以及上游水库。

第三步 相似性度量。采用 L1 距离公式

$$d = \sum_{i=1}^n |p_{M_1}(i) - p_{M_2}(i)| \quad (11)$$

对两幅图像  $M_1, M_2$  进行相似性度量。

第四步 识别结果。利用公式(11),将实验图像与 6 幅模板图像的热核特征进行相似性度量,则相似性最高的那幅模板图像与实验图像为同一类。最后输出实验图像的识别结果。

### 3 实验结果分析比较

#### 3.1 图像数据来源

实验采用的数据是由 RADARSAT-1 卫星获取的 2008 年 2 月 17 日白水河水库,曾家湾水库,沉抗水库,金华水库,上游水库和秦家碾水库 6 幅  $180 \times 150$  原始模板图像,以及经过各种仿射变换的实验(待识别)图像:如位置平移、小角度旋转(从  $-8^\circ \sim +8^\circ$ )、小尺度变换(从 0.6~1.5 倍)及其综合变换,共 336 幅。最后还用 2008 年 5 月 19 日地震后 6 幅  $180 \times 150$  实验图像与 2008 年 2 月 17 日地震前 6 幅  $180 \times 150$  原模板图像进行识别。地震前后图像如图 5 所示。

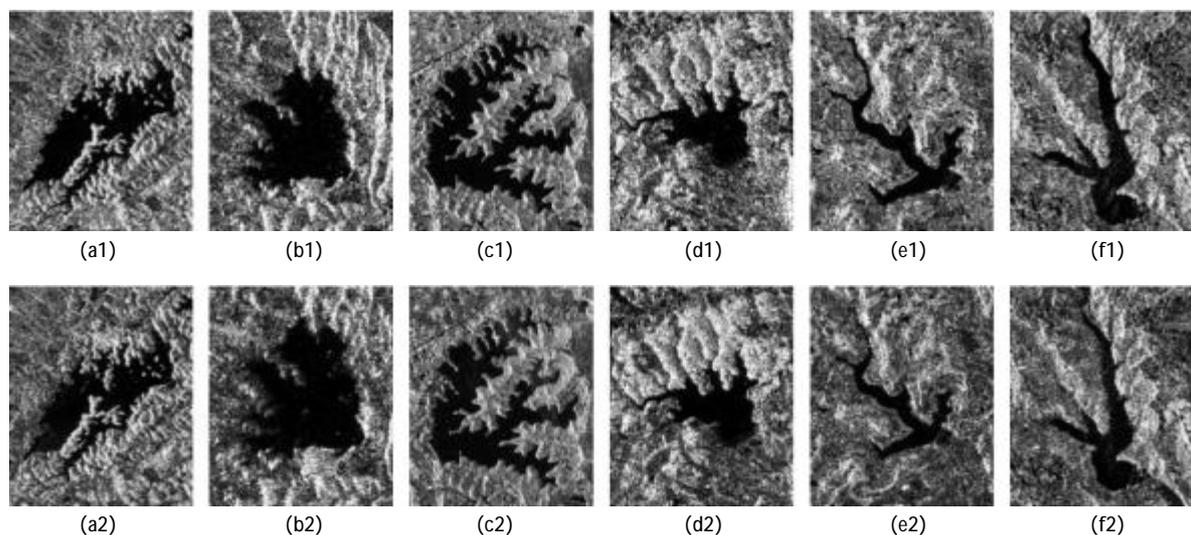


图 5 震前震后 6 个水库的 SAR 图像

Fig.5 SAR image of the six reservoirs before and after earthquake

#### 3.2 Hu 不变矩与热核特征识别方法对比及分析

作为形状识别的方法,Hu 不变矩也具有平移、旋转、尺度不变性,对普通光学图像具有较高的识别率。用 Hu 不变矩特征  $(\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4)^{[4-5]}$  与热核特征进行对比。

(1) 对于仿射变换下的 SAR 图像,分别用 Hu 不变矩和热核特征方法进行识别,对比识别率。

(2) 对于地震后发生形变的 SAR 图像,分别用 Hu 不变矩和热核特征进行识别,对比识别率。

震前震后图像见图 5。图(a1)~(f1) 分别为白水河水库、曾家湾水库、沉抗水库、秦家碾水库、金华水库以及上游水库的震前 SAR 图像;图(a2)~(f2) 为对

应的震后 SAR 图像。对比结果如表 1、2 所示。

从表 1 可以看出:对于仿射变换 SAR 图像的识别,热核特征方法明显优于经典的 Hu 不变矩方法。这是由于 SAR 图像受到相干斑噪声的干扰,使得提取出的目标形状会发生微小扰动。Hu 不变矩的仿射不变性要求目标形状不能发生变化,对发生扰动的目标形状则比较敏感,识别率会降低。因此,Hu 不变矩方法比较适用于普通光学图像识别,对含相干斑噪声的 SAR 图像识别则存在局限性。而在热核特征的设计中,采用了距离分布衡量了目标形状中点点间的热扩散距离,这种统计分布特征对微小的形状扰动不敏感,具有稳健性,而且热核本身具有仿射不

表 1 Hu 不变矩与热核特征两种方法下仿射变换 SAR 图像识别率

Tab.1 SAR image recognition ratio of affine transformation in Hu invariant moments and heat kernel feature

	Translation	Rotation	Scale	Translation +Rotation	Translation +Scale	Rotation +Scale	Translation +Rotation+Scale	Average
Hu invariant moments	88.9%	86.1%	83.3%	77.8%	76.4%	73.6%	61.1%	78.2%
Heat kernel feature	100%	100%	100%	95.8%	90.3%	91.7%	83.3%	94.4%

表 2 采用 Hu 不变矩与热核特征两种方法时,地震前后发生形变的 SAR 图像识别率

Tab.2 SAR image recognition rate before and after earthquake with Hu invariant moments and heat kernel feature

	Hu invariant moments	Heat kernel feature
Recognition right number	3	6
Target number after earthquake	6	6
Recognition rate	50%	100%

变性。因此,相比于经典的 Hu 不变矩方法,采用热核特征更适合于仿射变换的 SAR 图像目标识别。

从表 2 可以看出:Hu 不变矩对地震前后发生形变的 SAR 图像识别效果骤降,识别率仅为 50%;其中震后图像(b2)、(d2)、(f2)识别错误,而热核特征对震后 6 幅 SAR 图像全部正确识别。这是由于相比于其他 3 幅震后图像,图(b2)、(d2)、(f2)3 幅震后图像发生了较大的形变,Hu 不变矩方法对发生形变的目标形状比较敏感,正是这 3 幅图像发生形变,使得采用 Hu 不变矩方法发生错误识别。而热核特征具有形变不变性,对发生形变的目标形状不敏感,具有稳健性。因此,相比于经典的 Hu 不变矩方法,采用热核特征更适合于发生形变的 SAR 图像目标识别。在实际当中,地震前后目标形状肯定会发生变化,特别需要一种有效的方法能够将发生形变但属于同一类别的目标识别出来,热核的形变不变性正好满足了这一需求,因此具有广阔的应用前景,对研究地震前后 SAR 图像具有至关重要的意义。

## 4 结 论

文中采用了一种新的 SAR 图像特征——热核特征方法进行 SAR 图像目标识别。该特征具有仿射不变性、形变不变性且计算简单,使得把这些特征用于 SAR 图像目标识别中能得到较高的识别率和快速实现。同时,还用了经典的 Hu 不变矩特征实现 SAR 图像的目标识别,在具有仿射变化的图像目标识别中,识别率很高;但对于震前和震后具有形变的目标,则不能达到一个好的识别精度。因此,热核特征明显优于 Hu 不变矩特征。热核的仿射不变性和形变不变性对于研究 SAR 目标图像在地震前后的识别、配准及变化检测有重要意义和实用价值。

## 参考文献:

- [1] Zhang Juntuan, Lin Jun. SAR image change detection based on second order gray statistical characteristics[J]. Journal of Jilin University, 2008, 26(5): 536-541. (in Chinese)  
张军团,林君. 基于二阶灰度统计特征的 SAR 图像变化检测[J]. 吉林大学学报, 2008, 26(5): 536-541.
- [2] Ulaby F T, Kouyate F, Brisco B, et al. Textural information in SAR images [J]. IEEE Trans Geoscience and Remote Sensing, 1986, 24(3): 235-245.
- [3] Liu Qian, Zhu Feng, Hao Yingming, et al. Research on modeling and rendering of realistic infrared texture of grassland [J]. Infrared and Laser Engineering, 2013, 42(4): 1100-1105. (in Chinese)  
柳倩,朱枫,郝颖明,等. 草地的红外纹理建模与真实感绘制方法[J]. 红外与激光工程, 2013, 42(4): 1100-1105.
- [4] Xu Xiaohui, Zhang An, Duanmu Jingshun, et al. Remote sensing target recognition based on particle swarm classifier [J]. Infrared and Laser Engineering, 2007, 36 (4): 551 - 554. (in Chinese)

- 徐小慧, 张安, 端木京顺, 等. 基于粒子群分类器的遥感图像目标识别[J]. 红外与激光工程, 2007, 36(4): 551-554.
- [5] Yang Shu, Wang Yude. Image retrieval algorithm based on Contourlet transform and Hu invariant moments [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, 43(1): 306-310. (in Chinese) 杨舒, 王玉德. 基于 Contourlet 变换和 Hu 不变矩的图像检索算法[J]. 红外与激光工程, 2014, 43(1): 306-310.
- [6] Sun J, Ovsjanikov M, Guibas L. A concise and provably informative multi-scale signature based on heat diffusion[J]. *Proc Symp Geometry Processing*, 2009, 28(5): 1383-1392.
- [7] Coifman R R, Lafon S. Diffusion maps [J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2006, 21(1): 5-30.
- [8] Bronstein M M, Bronstein A M. Shape recognition with spectral distances [J]. *IEEE Trans Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2011, 33(5): 1065-1071.
- [9] Osada R, Funkhouser T, Chazelle B, et al. Shape distribution [J]. *ACM Trans Graphics*, 2002, 21(4): 807-832.
- [10] Fan Ming, Tian Zheng, Zhao Wei. Unfied framework of the FCM -type clustering algorithm and its kernel version [J]. *Electronic Design Engineering*, 2013, 4: 134-136. (in Chinese) 范明, 田铮, 赵伟. FCM 型聚类算法的统一框架及其核推广[J]. 电子设计工程, 2013, 4: 134-136.
- [11] Cao Junfeng, Shi Jiacheng, Luo Haibo, et al. Image enhancement using clustering and histogram equalization[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41 (12): 3436-3441. (in Chinese) 曹军峰, 史家成, 罗海波, 等. 采用聚类分割和直方图均衡的图像增强算法 [J]. 红外与激光工程, 2012, 41(12): 3436-3441.
- [12] Pinkall U, Polthier K. Computing discrete minimal surfaces and their conjugates [J]. *Experimental Math*, 1993, 2(1): 15-36.
- [13] Levy B. Laplace-Beltrami eigen-functions towards an algorithm that understands geometry[C]//*Shape Modeling and Applications. IEEE International Conference on Shape Modeling and Applications 2006*, 2006.