

## 坐标变换在空间望远镜误差标定中的应用

崔凯, 刘朝晖, 李治国, 高雄, 谢友金, 王振宇

(中国科学院西安光学精密机械研究所, 陕西 西安 710119)

**摘要:** 为满足空间望远镜地面测试与标定, 提出了利用坐标变换原理实现室内动靶标检测架模拟空间望远镜跟踪卫星场景的计算模型, 仿真结果与球面三角学计算一致。采用坐标变换方法推导了望远镜探测系统与望远镜回转中心不重合情况下, 探测系统的跟踪误差与两者位置偏差的关系。设定靶标转速  $4 (^{\circ})/s$  时仿真结果表明, 竖直轴方向位置误差  $0.2m$  时, 只引起望远镜俯仰角跟踪恒定偏差  $5.65874^{\circ}$ , 其余角度、角速度和角加速度的偏差均近似为  $0$ (数量级小于  $10^{-12}$ ); 水平轴方向存在  $0.002m$  的位置误差时, 方位角跟踪角误差  $0.05678^{\circ}\sim 0.13925^{\circ}$ , 方位角速度和角加速度误差分别为  $0.00701 (^{\circ})/s$ 、 $0.00256 (^{\circ})/s^2$ , 耦合引起俯仰跟踪角度误差数量级  $10^{-4}$ , 角速度和角加速度误差数量级  $10^{-6}$ ; 视轴方向的位置偏差对跟踪结果无影响。该结论可为空间望远镜检测与装调提供参考。

**关键词:** 空间光电望远镜; 坐标变换; 位置误差; 跟踪误差; 标定

**中图分类号:** TP7    **文献标志码:** A    **文章编号:** 1007-2276(2014)S-0151-06

## Calibrating tracing errors for space-used telescope by coordinate transform

Cui Kai, Liu Zhaohui, Li Zhiguo, Gao Xiong, Xie Youjin, Wang Zhenyu

(Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics of CAS, Xi'an 710119, China)

**Abstract:** For better testing and calibrating the space-used telescope, a novel calculating model was introduced to simulate tracing process of the satellite. The coordinate transform theory was used for the indoor rotating target, the result was coincident with the spherical trigonometry. A model was deduced to illustrate the relationship between the tracing errors and the position errors of detecting system and the telescope gyration centre. The result showed that, a position error of  $0.2m$  in the vertical axis direction simply causing a constant elevation angle tracing error of  $5.65874^{\circ}$ , without any influence on other tracing performance. An error of  $0.002m$  in the horizontal axis direction caused coupling tracing errors both in azimuth and elevation measurements, the azimuth angle tracing error ranged between  $0.05678^{\circ}\sim 0.13925^{\circ}$ , azimuth angular velocity error was  $0.00701^{\circ}$  per second, the azimuth angular acceleration error was  $0.00256$  degree per second square, while the elevation angle tracing error was about  $10^{-4}$  order of magnitude, and the angular velocity and angular acceleration was about  $10^{-6}$  order of magnitude. The tracing performance was independent of position error in the collimation axis direction. This conclusion provides reference for testing and assembling space-used telescope.

**Key words:** space-used telescope; coordinate transform; position errors; tracing errors; calibrating

收稿日期: 2014-10-14; 修订日期: 2014-11-20

作者简介: 崔凯(1987-), 男, 工程师, 主要从事光电测量设备系统的研究。Email: cuikai@opt.cn

## 0 引言

空间望远镜具有与经纬仪类似的结构,典型的地平式光电经纬仪由相互垂直的竖直轴和水平轴组成。空间望远镜要求地面检测设备具有更高的检测性能,更灵活丰富的检测功能,并在室内能更真实模拟空间望远镜的应用环境,而不受外场检测时天气、卫星过境时间等影响<sup>[1]</sup>。同时随着空间观测任务的多样化,如采用可见光、红外、激光、雷达等或其组合形式实现对空间目标观测,要求在传统望远镜的基础上能够满足多种探测设备的任务需求。典型的地平式光电经纬仪回转中心位于两轴的交点,该中心位置只能放置一套主探测设备,其他探测设备只能按一定方式“捆绑”在主探测设备周围,构成“积木”式探测系统<sup>[2]</sup>。各探测设备的投影中心与望远镜的回转中心不重合,主探测系统投影中心也不能保证与完全回转中心完全重合。当望远镜转动时,各个探测系统投影中心围绕望远镜回转中心按一定轨迹产生相对运动,引起探测误差,形成脱靶量。望远镜一旦成型,此类误差可视为各探测系统的系统误差,对系统误差的标定和校正是提高探测性能的有效手段。传统的基于球面三角学进行设计建模分析的方法具有局限性,需要回转中心即球心固定,并且计算关系复杂,几何意义不直观,而坐标变换方法能弥补上述不足。参考文献[3-5]详细讨论了坐标变换方法对常见单目经纬仪进行三轴误差分析、误差补偿等研究方法,但没有考虑多目多传感器融合探测系统的误差;王芳<sup>[2]</sup>从成像系统像面脱靶量出发,基于坐标变换推导了成像系统无照准轴平行约束条件下的通用脱靶量合成公式,计算了非主探测系统的实时投影中心位置,并取得较好的实验结果,但只考虑了单一传感器的情形,没有考虑不同投影中心位置对探测结果的影响。

文中设计算法,以某型室内检测架为模型,模拟空间望远镜跟踪卫星场景;基于坐标变换原理,建立目标投影中心与望远镜回转中心不重合时探测系统跟踪误差与二者中心位置偏差的关系模型,为室内空间望远镜装调检测提供参考。

## 1 动靶标检测架模拟目标算法设计

室内利用动靶标检测架<sup>[6-7]</sup>模拟外场试验场景实验装置图如图 1 所示。

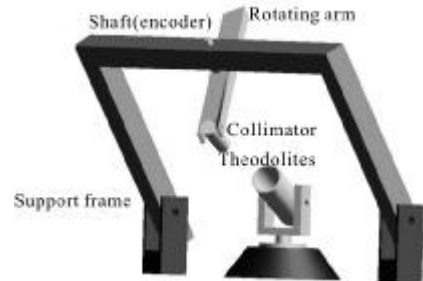


图 1 旋转靶标检测架模拟跟踪卫星的示意图  
Fig.1 Schematic diagram of rotary target used for tracing a satellite simulation

动靶检测架由检测架支架、悬臂、平行光管、旋转轴和轴角编码器等组成。实验时电机驱动旋转轴,靶标悬臂带动平行光管在空间旋转,出射光线在空间形成光锥。放置望远镜回转中心与该光锥顶点重合,实现光线对接<sup>[8-10]</sup>。计算经高精度经纬仪标定过的动靶标平行光管空间指向作为真值,由被测空间望远镜轴角编码器读数并计算实际空间指向,与真值的差值即为指向误差。

以室内检测架模拟待观测目标,简化室内检测架装置示意图,并建立不同坐标系,如图 2 所示。

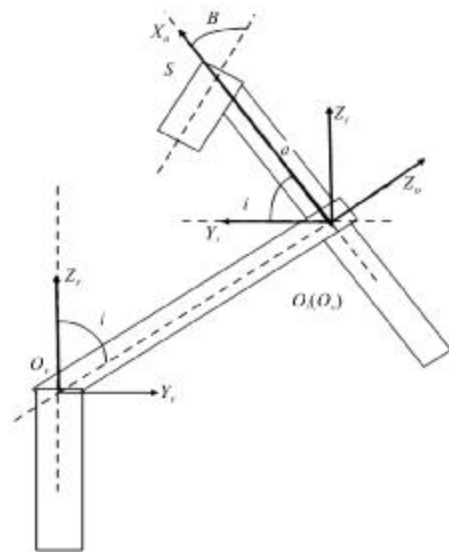


图 2 简化动靶标装置示意图及不同坐标系  
Fig.2 Schematic diagram of simplified rotary target and different coordinate system

定义检测架惯性坐标系  $O_i X_i Y_i Z_i$ , 坐标原点位于悬臂中心,  $Z_i$  轴垂直于水平面向上,  $Y_i$  轴在水平面内指向放置望远镜的一侧,  $X_i$  轴在水平面内, 与  $Y_i, Z_i$  轴构成右手坐标系。悬臂半径  $a$  为卫星轨道半长轴, 悬臂水平倾角  $i$  定义为卫星轨道倾角。设定靶标悬臂沿与  $O_i X_i$  轴平行方向放置, “模拟目标”——平行光管初始位置位于正方向一侧, 则该模拟卫星轨道的升交点赤经  $\Omega=0$ , 近地点幅角  $\omega=0$ , 圆形轨道对应的轨道偏心率  $e$  为 0, 悬臂的角速度  $n$  定义为卫星的平均角速度, 由卫星的初始角位置  $f_0$  和  $n$  即可确定任意时刻卫星真近点角  $f=f_0+nt$ 。至此, 将动靶标检测架的几何参数与卫星轨道六要素  $(a, e, i, \Omega, \omega, f)$  完成对应。在该模拟卫星轨道中,  $a, i, \Omega, f_0$  和  $n$  可调。

由公式 (1) 计算得任意时刻检测架惯性坐标系下模拟卫星  $S$  的空间位置  $(x_s, y_s, z_s)$ 。

$$\begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{bmatrix} = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos f} \begin{bmatrix} \cos\Omega\cos(\omega+f) - \sin\Omega\sin(\omega+f)\cos i \\ \sin\Omega\cos(\omega+f) + \cos\Omega\sin(\omega+f)\cos i \\ \sin(\omega+f)\sin i \end{bmatrix} \quad (1)$$

定义卫星轨道坐标系  $O_0 X_0 Y_0 Z_0$ , 坐标原点位于悬臂中心,  $X_0$  轴平行于  $O_i S$ ,  $Z_0$  轴指向卫星轨道面法线正方向,  $Y_0$  轴在轨道面内与  $X_0, Z_0$  构成右手坐标系。该轨道坐标系可看作检测架惯性坐标系绕  $Z_i$  轴旋转  $\Omega$ , 绕  $X_i$  轴旋转  $i$ , 再绕  $Z_i$  轴旋转  $(\omega+f)$  得到, 即轨道坐标系下目标位置为:

$$\begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{bmatrix}_{O_0} = R_z((\omega+f)) R_x(i) R_z(\Omega) \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{bmatrix}_{O_i} = \begin{bmatrix} \cos(\omega+f) & \sin(\omega+f) & 0 \\ -\sin(\omega+f) & \cos(\omega+f)\cos i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & \sin i \\ 0 & -\sin i & \cos i \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos\Omega & \sin\Omega & 0 \\ -\sin\Omega & \cos\Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{bmatrix}_{O_i}$$

平行光管出射光线指向相对于该轨道坐标系固定, 几何关系有赤经  $\alpha=\pi/2$ , 赤纬  $\delta=(\pi/2)-B$  为固定

值, 即  $P_0 = \begin{bmatrix} \cos\delta\cos\alpha \\ \cos\delta\sin\alpha \\ \sin\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sin B \\ \cos B \end{bmatrix}$ , 其中  $B$  为平行光管与悬臂之间夹角。有检测架惯性坐标系下平行光管空间指向为  $P_i = R P_0$ 。

建立回转中心坐标系  $O_r X_r Y_r Z_r$ , 坐标原点位于望

远镜回转中心,  $Z_m$  轴垂直于水平面向上,  $Y_r$  在水平面内指向检测架一侧,  $X_r$  在水平面内, 与  $Y_r, Z_r$  构成右手坐标系。 $O_r S$  的指向与  $P_i$  反向, 即观测方向单位矢量  $D$  将  $P_i$  绕  $Y_i$  旋转  $\pi$ , 再绕  $Z_i$  旋转  $\pi$ , 即  $D=R^{-1} \times$

$$\begin{bmatrix} \cos\pi & \sin\pi & 0 \\ -\sin\pi & \cos\pi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\pi & 0 & -\sin\pi \\ 0 & 0 & 1 \\ \sin\pi & 0 & \cos\pi \end{bmatrix}^{-1} P_0$$

量关系解算目标  $S$  在回转中心坐标系中的位置  $S_r =$

$$O_r O_0 + O_0 S_i = \begin{bmatrix} x_{sr} \\ y_{sr} \\ z_{sr} \end{bmatrix} = \frac{a}{\cos B} D$$

根据公式(2)计算望远镜方位角  $Az_r$  俯仰角  $El_r$ ,

$$Az_r = -\arctan\left(\frac{x_{sr}}{y_{sr}}\right)$$

$$El_r = \arcsin\left(\frac{z_{sr}}{\sqrt{x_{sr}^2 + y_{sr}^2 + z_{sr}^2}}\right) \quad (2)$$

将角度值差分计算可得望远镜的跟踪角速度, 再次差分计算可得角加速度。仿真结果与采用球面三角学方法计算结果一致。将望远镜跟踪结果和动靶标真实指向结果做误差处理可以获得室内模拟跟星场景中望远镜的跟踪特性。图 3 为当  $a=1.5\text{ m}, B=42^\circ, n=4$  ( $^\circ$ )/s 时采用该种算法的仿真结果。

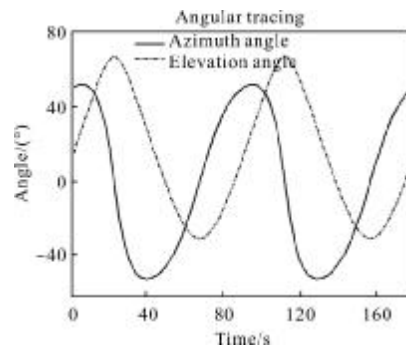


图 3 室内动靶标检测架模拟跟星时的望远镜跟踪角度  
Fig.3 Tracing angle of telescope when simulating of tracing a satellite by indoor rotary target test frame

### 3 探测系统与望远镜回转中心不重合时跟踪误差标定

此节采用坐标变换法分析探测系统与望远镜回转中心不重合时跟踪误差并仿真。

假设在望远镜回转中心存在一中心探测系统, 即该系统投影中心与望远镜回转中心重合, 建立中心探测坐标系  $O_m X_m Y_m Z_m$ , 原点与回转中心重合,  $Y_m$  轴平行于探测系统视轴,  $X_m$  轴与望远镜水平轴重合,  $Z_m$

与  $X_m Y_m$  构成右手坐标系。当望远镜转角均为零时, 中心探测坐标系与回转中心坐标系重合。假设某探测系统投影中心在探测中心坐标系中的初始位置为  $O_m'$ :  $(x_{m'o}, y_{m'o}, z_{m'o})$ , 调整该探测设备与中心探测设备完全平行, 在望远镜运行过程中, 动靶标始终位于该探测设备视场内。当望远镜围绕其回转中心转过方位角  $Az_r$ 、俯仰角  $EI_r$  时, 中心探测系统对靶标精确探测。此时旋转矩阵为:

$$R' = R_z(Az_r)R_x(EI_r) = \begin{bmatrix} \cos Az_r & \sin Az_r & 0 \\ -\sin Az_r & \cos Az_r & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos EI_r & \sin EI_r \\ 0 & -\sin EI_r & \cos EI_r \end{bmatrix}$$

建立非中心探测坐标系<sup>[2]</sup>  $O_m' X_m' Y_m' Z_m'$ , 坐标原点位于该探测系统投影中心,  $Y_m'$  沿着望远镜探测方向,  $X_m'$  轴与望远镜水平轴平行,  $Z_m'$  与  $X_m' Y_m'$  构成右手坐标系。在中心探测坐标系下, 该探测系统的投影中心位置表示为:

$$O_m' = \begin{bmatrix} x_{m'} \\ y_{m'} \\ z_{m'} \end{bmatrix} = R'^{-1} \begin{bmatrix} x_{m'o} \\ y_{m'o} \\ z_{m'o} \end{bmatrix}$$

图 4 显示了跟踪过程中动靶标目标、望远镜回转中心和非中心探测系统投影中心在空间的相对位置关系,

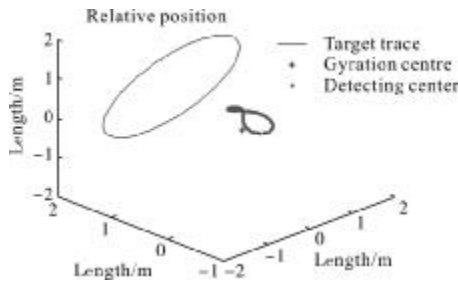


图 4 动靶标目标、望远镜回转中心和非中心探测系统的投影中心在空间的相对位置关系

Fig.4 Positions among target, telescope gyration centre and non-center detecting system projecting center

此时, 探测矢量为:

$$D' = S_r - O_m' = \begin{bmatrix} x_{sr'} \\ y_{sr'} \\ z_{sr'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{sr} \\ y_{sr} \\ z_{sr} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_{m'} \\ y_{m'} \\ z_{m'} \end{bmatrix}$$

根据公式(2)计算该探测设备的跟踪测试结果: 方位角  $Az_r'$ 、俯仰角  $EI_r'$ 。将角度结果差分计算即可获得跟踪角速度  $\dot{A}z_r'$ 、 $\dot{E}I_r'$  和跟踪角加速度  $\ddot{A}z_r'$ 、 $\ddot{E}I_r'$  等信息。该非中心探测系统的角度、角速度和角加速度

跟踪误差为:

$$\begin{cases} \delta Az = Az_r - Az_r', \delta EI = EI_r - EI_r' \\ \delta \dot{A}z = \dot{A}z_r - \dot{A}z_r', \delta \dot{E}I = \dot{E}I_r - \dot{E}I_r' \\ \delta \ddot{A}z = \ddot{A}z_r - \ddot{A}z_r', \delta \ddot{E}I = \ddot{E}I_r - \ddot{E}I_r' \end{cases} \quad (3)$$

### 4 仿真计算

如第 2 节设定检测架参数:  $a=1.5 \text{ m}$ ,  $B=42^\circ$ ,  $n=4^\circ/\text{s}$ , 并设某非中心探测系统的投影中心在回转中心坐标系中初始坐标  $O_m'$ :  $(0.002, 0.01, 0.2)$ , 即投影中心相对于望远镜回转中心的位置偏差为 X 方向 0.002 m, Y 方向 0.01 m, Z 方向 0.2 m, 跟踪误差仿真结果见图 5。

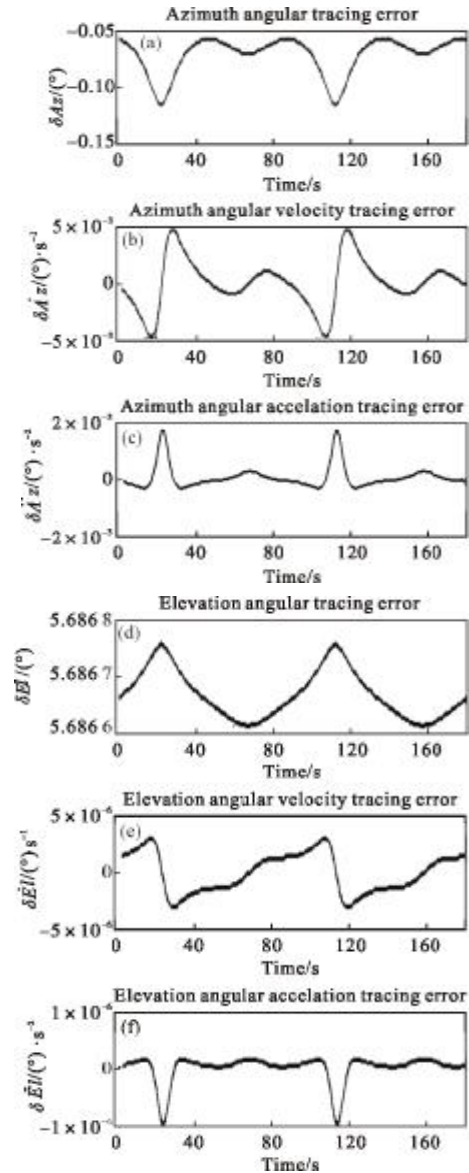


图 5 非中心探测系统跟踪误差

Fig.5 Tracing errors of non-centered detecting system



计算只存在 X、Y 或 Z 方向投影中心位置偏差时的角度跟踪结果,发现只存 X 方向位置偏差时,引起方位方向跟踪误差,并耦合引起俯仰方向误差。当  $O_m':(0.002,0,0)$  时方位角跟踪角误差  $0.056\ 78^\circ\sim 0.139\ 25^\circ$ (绝对值),方位角速度和角加速度误差分别为  $0.007\ 01\ (^\circ)/s, 0.002\ 56\ (^\circ)/s^2$ ,耦合引起俯仰跟踪角度误差数量级  $10^{-4}$ ,角速度和角加速度误差数量级  $10^{-6}$ 。即探测器在望远镜水平轴方向的位置偏差对跟踪结果影响较大,并主要引起方位角、方位角速度和方位角加速度的跟踪误差。图 6 为非中心探测器水平轴方向的不同位置偏差对方位角跟踪误差的影响,该误差随水平轴方向位置偏差的增大而增大。

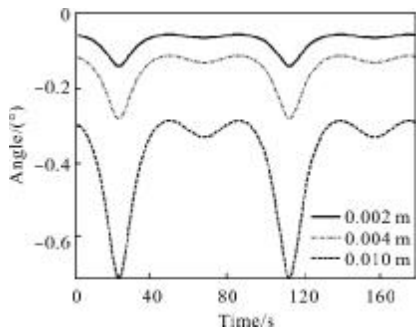


图 6 非中心探测器水平轴方向的不同位置偏差对方位角跟踪误差的影响

Fig.6 Azimuth angle tracing error caused by position error in horizontal axis direction for non-center detector

只存在 Y 方向中心位置误差时,对跟踪特性无影响。

只存在 Z 方向中心位置误差时,取  $O_m':(0,0,0.2)$  时只引起俯仰角度  $5.658\ 74^\circ$  的恒定跟踪误差。图 7 为竖直轴方向上投影中心不同位置偏差时俯仰角的跟踪误差。

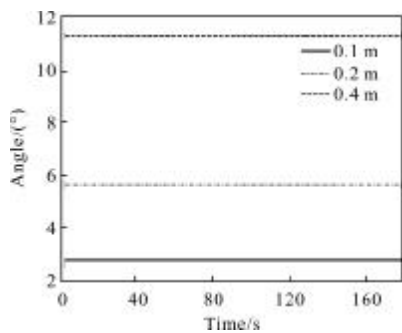


图 7 竖直轴方向投影中心不同位置偏差对俯仰角跟踪误差

Fig.7 Elevation angle tracing error caused by position error in vertical axis direction

仿真结果表明该方向位置偏差只使俯仰探测角产生恒定偏差,对俯仰角速度、角加速度和方位角度、角速度和角加速度影响甚小(误差小于  $10^{-12}$ ),即探测器在望远镜竖直轴方向的投影中心位置偏差不会对方位方向的误差产生耦合,补偿容易。图 8 为竖直轴方向 0.2 m 中心投影位置误差引起的其他跟踪误差曲线。

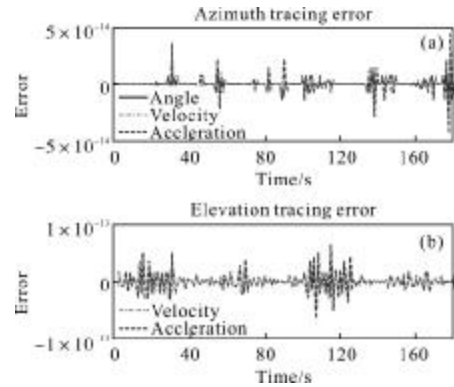


图 8 竖直轴方向 0.2 m 中心投影位置误差引起的其他跟踪误差  
Fig.8 Other errors caused by detecting system position error of 0.2 m in vertical axis direction

综上仿真结果表明,设计和装调望远镜探测系统时,应严格控制望远镜水平轴方向的位置偏差,水平轴方向的位置误差会耦合引起方位、俯仰角度、角速度和角加速度的跟踪误差,且误差不恒定,补偿困难。竖直轴方向的位置误差要求可以放宽,该误差只引起俯仰角度的恒定误差,且望远镜定型后可通过定标补偿,补偿简单。对于多探测器组成的多目探测系统,采取竖直方向“积木”形式设计,对探测结果跟踪误差影响最小,补偿最容易。

### 5 结论

文中基于坐标变换原理,以某型室内动靶标检测架为例,设计算法将检测架几何参数与卫星轨道六要素联系起来,模拟外场跟踪卫星试验场景,获得与采用球面三角学计算一致的仿真结果。通过坐标变换方法分析计算了探测系统与望远镜回转中心不重合情况下探测系统的跟踪特性。仿真结果表明,竖直轴向的中心投影位置偏差只引起跟踪俯仰角的恒定偏差,而对其他结果无影响;水平方向的中心投影位置偏差会耦合引起跟踪方位和俯仰的角度偏差,进而影响两者的跟踪角速度误差和跟踪角

加速度误差。

文中提出的室内动靶标检测架计算方法可为室内模拟跟星过程提供参考,探测系统与望远镜回转中心不重合时跟踪特性的分析讨论对单一探测器望远镜和多探测器组合望远镜的检测、装调和误差标定具有一定的指导意义。

#### 参考文献:

- [1] Liu Yong, Chen Xiaohui, Yin Qing, et al. Applications of three-dimensional coordinate transform in space device's geometry measurement [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2008, 37: 147-150. (in Chinese)  
刘勇, 陈晓晖, 殷晴, 等. 三维坐标变换在航天器机械测试中的应用[J]. *红外与激光工程*, 2008, 37: 147-150.
- [2] Wang Fang, Jia Tao, Zhang Chunlin. Dynamic correction of target deviations for photoelectric theodolites by coordinate transform [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2009, 17(12): 2939-2945. (in Chinese)  
王芳, 贾涛, 张春林. 应用坐标变换动态修正光电经纬仪脱靶量[J]. *光学精密工程*, 2009, 17(12): 2939-2945.
- [3] Jin Guang, Wang Jiaqi. The three-error axis of theodolite with the utilization of the coordinate to the variation[J]. *Optics and Precision Engineering*, 1999, 7(5): 90-94. (in Chinese)  
金光, 王家骥. 利用坐标变换推导经纬仪三轴误差 [J]. *光学精密工程*, 1999, 7(5): 90-94.
- [4] Ge Bing, Gao Huibin, Gao Ce. Error analysis of the photoelectric theodolite coordinate transform [J]. *Micro-Computer Information*, 2007, 23(4-3): 195-196. (in Chinese)  
葛兵, 高慧斌, 高策. 经纬仪坐标变换中的偏差分析[J]. *微计算机信息*, 2007, 23(4-3): 195-196.
- [5] Liu Yanxia, Li Jianhai, Xue Letang, et al. Study and application of coordinate transformation of the level mounting theodolites[J]. *Journal of Test and Measurement Technology*, 2009, 23(5): 377-380. (in Chinese)  
刘延霞, 李建海, 薛乐堂, 等. 水平式经纬仪坐标变换的研究与应用[J]. *测试技术学报*, 2009, 23(5): 377-380.
- [6] Liu Manlin. Design and study of a novel multifunction dynamic testing target [D]. Beijing: Graduate School of Chinese Academy of Sciences, 2009. (in Chinese)  
刘满林. 一种新型多功能动态检测设备的设计与研究[D]. 北京: 中国科学院研究生院, 2009.
- [7] Tian Liude, Zhang Zhofeng, Xue Xun, et al. Instruments and methods for a space-based measuring, tracing and imaging system: CN, 10239321[P]. 2012-03-28. (in Chinese)  
田留德, 张周峰, 薛勋, 等. 天基探测与跟踪成像系统测试装置及测试方法: CN, 10239321[P]. 2012-03-28.
- [8] Gu Yingying, Shen Xiangheng, He Gengxian, et al. The impact of rotating target characteristics on target tracking performance of photoelectric theodolite [J]. *Opto-electronic Engineering*, 2011, 38(3): 19-24. (in Chinese)  
顾营迎, 沈湘衡, 贺庚贤, 等. 光电经纬仪旋转靶标特性对目标跟踪的影响[J]. *光电工程*, 2011, 38(3): 19-24.
- [9] He Gengxian, Shen Xiangheng, Zhou Xingyi. Simulation measurement of dynamic angle precision of photoelectric theodolite [J]. *Journal of System Simulation*, 2008, 20(12): 3127-3137. (in Chinese)  
贺庚贤, 沈湘衡, 周兴义. 光电经纬仪动态测角精度仿真测量[J]. *系统仿真学报*, 2008, 20(12): 3127-3137.
- [10] Xue Xiangyao, Gao Yunguo, Han Guangyu, et al. Total correction method of pointing error for level mounting theodolite [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2011, 19(7): 1524-1530. (in Chinese)  
薛向尧, 高云国, 韩光宇, 等. 水平式经纬仪指向误差的统一补偿技术[J]. *光学精密工程*, 2011, 19(7): 1524-1530.