

## 基于 MMSE 信道估计的 VRVP-MQAM 方法性能研究

郭淑霞, 张 宁, 袁春娟

(西北工业大学 无人机特种技术重点实验室, 陕西 西安 710065)

**摘 要:** 信道估计对于 VRVP-MQAM 系统的整体性能至关重要, 论述了 VRVP-MQAM 方法在实际应用中遇到的问题, 针对假定 CSI 已知的传统研究方法, 该文通过采用 MMSE 算法进行信道估计, 研究了 MMSE 估计误差对 VRVP-MQAM 方法的 ASE 性能影响, 并在 Rayleigh 衰落信道下进行了仿真, 仿真结果表明: 与信道状态已知( $\rho=1$ )相比, MMSE 估计误差( $\rho=0.9$  时)会产生 1~3 dB 左右的 ASE 性能差距; 当平均 SNR 为 20 dB 时, MMSE 算法下信道状态的平均频谱效率为 0.3 bps/Hz, 比理想信道状态的平均频谱效率低。因此, VRVP-MQAM 方法的应用将会越来越广泛。

**关键词:** VRVP-MQAM; MMSE; 信道估计算法; 平均频谱效率

**中图分类号:** TN911 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)02-0711-04

## Performance of VRVP-MQAM based on MMSE channel estimation

Guo Shuxia, Zhang Ning, Yuan Chunjuan

(Science and Technology on UAV Laboratory, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710065, China)

**Abstract:** It is well known that channel estimation is important for overall performance of a VRVP-MQAM system. Therefore, the MMSE estimation based VRVP-MQAM scheme was studied and second order statistical characterization of the channel state information (CSI) imperfection over a Rayleigh flat-fading was derived. Then rate and power algorithms was proposed in two kinds of situations that are derived based on  $\rho$ , the correlation coefficient between the estimated SNR and its true value. Finally, the proposed VRVP-MQAM scheme was simulated with a given Rayleigh flat fading channel. The simulation results and their comparison with an alternative rate and power algorithm which exploits an ideal CSI assumption show preliminarily that: Compared with ideal CSI ( $\rho=1$ ), the signal to noise ratio (SNR) of MMSE estimate error( $\rho=0.9$ ) is 1 to 3dB; When average SNR is 20dB, the average spectral efficient(ASE) of MMSE CSI is 0.3 bps/Hz lower than that of the ideal CSI. Thus the application of VRVP-MQAM scheme will greatly improve in the future.

**Key words:** VRVP-MQAM; MMSE; channel estimation; ASE

收稿日期: 2014-06-27; 修订日期: 2014-07-12

基金项目: 某部级基金(20212HK03010); 西北工业大学科技创新基金(2010KJ0140)

作者简介: 郭淑霞(1965-), 女, 副教授, 硕士生导师, 博士, 主要从事无线通信、软件无线电、信道编码等方面的研究。

Email: guoshuxia0223@163.com

## 0 引言

VRVP-MQAM(Variable Rate Variable Power)是一种有效提高平均频谱效率(Average Spectral Efficient, ASE)的自适应调制方法<sup>[1]</sup>,它可以根据信道状态信息(Channel State Information, CSI)随时间的变化,对发射端的速率和发射功率进行相应的调整,从而能达到更接近香农容量的性能,因此受到了广大研究人员的关注。传统的研究方法大多假定 CSI 已知,然后对 VRVP-MQAM 方法的速率和功率自适应准则进行研究<sup>[2-3]</sup>;然而,在实际情况中,信道估计<sup>[4]</sup>误差将会不可避免地降低自适应系统的性能。因此,研究信道估计误差对 VRVP-MQAM 方法 ASE 性能的影响显的尤为重要。Oien GE<sup>[5]</sup>等采用导频辅助调制进行信道估计,然后将估计值用于自适应编码调制中(Adaptive Coded Modulation, ACM);Hoeher P<sup>[6]</sup>等则在考虑 PSAM 方法的同时,运用数学最大后验概率方法 MAP 求解信道估计值与实际值的关系。在文中,通过采用 MMSE 算法<sup>[7-8]</sup>进行信道估计,研究了估计误差对 VRVP-MQAM 方法的 ASE 性能影响,在目标 BER 和平均功率受限情况下,推导了 ASE 公式,并在 Rayleigh 衰落信道下进行了仿真。仿真结果表明:与 CSI 已知( $\rho=1$ )相比,CSI 估计误差( $\rho=0.9$  时)会产生 1~3 dB 左右的 ASE 性能差距。

## 1 系统模型与 MMSE 信道估计

VRVP-MQAM 系统模型如图 1 所示,假设接收端接收到的信号表示为:

$$y(i) = h(i)x(i) + n(i) \quad (1)$$

式中: $h(i)$ 表示信道冲激响应; $x(i)$ 为发送信号; $n(i)$ 为均值为零,方差为 $\sigma^2$ 的复高斯噪声矢量,平均发射功率表示为 $\bar{S}$ ,即 $\bar{S} = E[|y(i)|^2]$ , $E[\cdot]$ 表示为期望运算符。接收端的瞬时 SNR 表示为 $\gamma(i) = \bar{S}|h(i)|^2 / (N_0B)$ ,其中 $N_0$ 表示噪声功率谱密度, $B$ 为接收信号带宽。

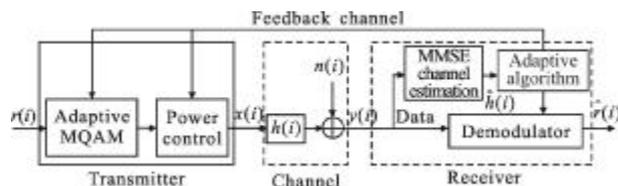


图 1 VRVP-MQAM 系统模型

Fig.1 VRVP-MQAM system model

在接收端,假设导频序列长度为 $L$ ,采用 MMSE 信道估计算法的表达式为:

$$\hat{h}_{\text{mmse}} = R_{\text{hh}}(R_{\text{hh}} + \sigma_N^2(x^H x)^{-1})^{-1} x^{-1} y \quad (2)$$

式中: $R_{\text{hh}} = E[\text{hh}^H]$ 表示为信道的自相关矩阵; $\sigma_N^2$ 是噪声的方差,将估计值通过反馈信道传至发射端,用于调整速率和功率,则第 $i$ 时刻的瞬时发射功率可表示为 $\hat{h}_{\text{mmse}}(i)$ 的函数式,即 $S[\hat{\gamma}_{\text{mmse}}(i)]$ ,其中 $\hat{\gamma}_{\text{mmse}}(i) = \bar{S}|\hat{h}_{\text{mmse}}|^2 / (N_0B)$ ,为了方便描述,可以将其简化为 $S(\hat{\gamma})$ 。定义信道估计值和实际值的相关系数 $\rho$ 为:

$$\rho = \frac{\text{cov}(\gamma, \hat{\gamma}_{\text{mmse}})}{\sqrt{\text{var}(\gamma)\text{var}(\hat{\gamma}_{\text{mmse}})}} = R_{\tau}^T \left( R_{\text{hh}} + \frac{1}{\hat{\gamma}_{\text{mmse}}} I \right) R_{\tau} \quad (3)$$

式中: $R_{\tau}$ 为 $\hat{h}(k)$ 和经过时延 $\tau$ 后 $\hat{h}(k+\tau)$ 的相关矩阵。

## 2 VRVP-MQAM 方法描述

### 2.1 连续速率

由参考文献[2]可知,非理想信道估计情况下,平坦衰落信道下的瞬时 BER 上限可表示为:

$$P_b(\gamma, \hat{\gamma}) \leq c_1 \exp \left\{ \frac{-c_2 \gamma}{M-1} \frac{S(\hat{\gamma})}{\bar{S}} \right\} \quad (4)$$

式中: $c_1$ 和 $c_2$ 为常数; $M$ 为调制星座数。由于 $P_b(\hat{\gamma}) = E[P_b(\gamma, \hat{\gamma}) | \hat{\gamma}]$ ,对于估计值 $\hat{\gamma}$ ,可以得到:

$$P_b(\hat{\gamma}) \leq \int_0^{+\infty} c_1 \exp \left\{ \frac{-c_2 \gamma}{M(\hat{\gamma})-1} \frac{S(\hat{\gamma})}{\bar{S}} \right\} p(\gamma | \hat{\gamma}) d\gamma \quad (5)$$

式中: $p(\gamma | \hat{\gamma}) = p(\gamma, \hat{\gamma}) / \int_0^{+\infty} p(\gamma, \hat{\gamma}) d\gamma$ 是 $\gamma$ 在 $\hat{\gamma}$ 条件下的概率密度函数,在具有高斯噪声的 Rayleigh 信道下,MMSE 信道算法获得的估计值 $|\hat{h}[i]|$ 和其信道增益准确值 $|h[i]|$ 符合二变量 Rayleigh 分布,则其联合概率密度函数可以描述为:

$$p(\gamma, \hat{\gamma}) = \frac{1}{(1-\rho)\Gamma\hat{\Gamma}} I_0 \left( \frac{2\sqrt{\rho}}{(1-\rho)} \sqrt{\frac{\gamma\hat{\gamma}}{\Gamma\hat{\Gamma}}} \right) \times \exp \left( -\frac{1}{(1-\rho)} \left( \frac{\gamma}{\Gamma} + \frac{\hat{\gamma}}{\hat{\Gamma}} \right) \right) u(\gamma) u(\hat{\gamma}) \quad (6)$$

式中: $u(\cdot)$ 为单位阶跃函数, $\Gamma = E[\gamma]$ , $\hat{\Gamma} = E[\hat{\gamma}]$ , $I_0(\cdot)$ 为零阶 Bessel 函数, $\rho$ 通过公式(3)获得。联立公式(5)和公式(6)得:

$$P_b(\hat{\gamma}) \leq c_1 \exp \left\{ -\frac{\rho\hat{\gamma}}{(1-\rho)\hat{\Gamma}} (1-f(\hat{\gamma})) \right\} \quad (7)$$

其中,  $f(\hat{\gamma})$  为:

$$f(\hat{\gamma}) = \left( 1 + c_2(1-\rho)\Gamma \frac{S(\hat{\gamma})}{S(M(\hat{\gamma})-1)} \right)^{-1} \quad (8)$$

从公式(8)中可以得到优化功率和速率的关系为

$$\frac{S(\hat{\gamma})}{\bar{S}} = \mu \left( \frac{1}{f(\hat{\gamma})} - 1 \right) (M(\hat{\gamma}) - 1) \quad (9)$$

式中:  $\mu = 1/(c_2(1-\rho)\Gamma)$ , VRVP-MQAM 算法的目的是在平均功率和瞬时 BER 限制的条件下使频谱效率最大化, 因此, 可以建立拉格朗日公式进行求解:

$$L(M(\hat{\gamma})) = \int_0^{+\infty} \log_2(M(\hat{\gamma}))p(\hat{\gamma})d\hat{\gamma} + \lambda \left\{ \int_0^{+\infty} S(\hat{\gamma})p(\hat{\gamma})d\hat{\gamma} - \bar{S} \right\} \quad (10)$$

式中:  $p(\hat{\gamma})$  为信道分布函数;  $\lambda$  为拉格朗日系数, 将公式(9)代入公式(10)中, 并采用偏微分原理, 使  $(\partial L(M(\hat{\gamma}))/(\partial M(\hat{\gamma}))) = 0$ , 则自适应速率准则为:

$$M(\hat{\gamma}) = - \frac{1}{\mu \lambda \ln(2) \bar{S}} \left( \frac{1}{f(\hat{\gamma})} - 1 \right)^{-1} \quad (11)$$

将公式(11)代入公式(9)中, 自适应功率准则可描述为:

$$\frac{S(\hat{\gamma})}{\bar{S}} = \frac{-1}{\lambda \ln(2) \bar{S}} - \mu \left( \frac{1}{f(\hat{\gamma})} - 1 \right) \quad (12)$$

令  $f(\hat{\gamma}_0) = (1 - 1/(\mu \lambda \ln(2) \bar{S}))^{-1}$ , 则上式可改写为:

$$\frac{S(\hat{\gamma})}{\bar{S}} = \begin{cases} \mu \left( \frac{1}{f(\hat{\gamma}_0)} - \frac{1}{f(\hat{\gamma})} \right) & \hat{\gamma} \geq \hat{\gamma}_0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (13)$$

式中:  $\hat{\gamma}_0$  是由平均功率受限获得的阈值, 即:

$$\int_{\hat{\gamma}_0}^{+\infty} \mu \left( \frac{1}{f(\hat{\gamma}_0)} - \frac{1}{f(\hat{\gamma})} \right) p(\hat{\gamma}) d\hat{\gamma} = 1 \quad (14)$$

由上式可得:

$$f(\hat{\gamma}) = 1 - \frac{(1-\rho)\hat{\Gamma}}{\rho\hat{\gamma}} \ln\left(\frac{c_1}{P_b}\right) \quad (15)$$

定义  $\hat{\gamma}_T = \{[(1-\rho)\hat{\Gamma}]/\rho\} \ln(c_1/P_b)$ , 并将公式(15)代入公式(13)中, 则公式可改写为:

$$\frac{S(\hat{\gamma})}{\bar{S}} = \begin{cases} \mu \hat{\gamma}_T \left( \frac{1}{\hat{\gamma}_0 - \hat{\gamma}_T} - \frac{1}{\hat{\gamma} - \hat{\gamma}_T} \right) & \hat{\gamma} \geq \hat{\gamma}_0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (16)$$

联立式(9)和式(15), 则自适应速率准则可改写为:

$$M(\hat{\gamma}) = \begin{cases} \frac{\hat{\gamma} - \hat{\gamma}_T}{\hat{\gamma}_0 - \hat{\gamma}_T}, & \hat{\gamma} \geq \hat{\gamma}_0 \\ 1 & \text{其他} \end{cases} \quad (17)$$

相应的连续速率下的 ASE 公式为:

$$\frac{R}{B} = \int_{\hat{\gamma}_0}^{+\infty} \log_2 \left( \frac{\hat{\gamma} - \hat{\gamma}_T}{\hat{\gamma}_0 - \hat{\gamma}_T} \right) p(\hat{\gamma}) d\hat{\gamma} \quad (18)$$

### 2.2 离散速率

公式描述的频谱效率都是假定  $M$  可以为任意数, 功率和速率也可以连续改变。然而, 在实际中, MQAM<sup>[9]</sup>对于非整数  $M$  调制方法的复杂度非常高, 因此, 限定 MQAM 调制为有限个的星座集合。可以将公式(16)改写为:

$$\frac{S(\hat{\gamma})}{\bar{S}} = \frac{M_i - 1}{\mu} \left( \frac{\hat{\gamma}_T}{\hat{\gamma} - \hat{\gamma}_T} \right), \hat{\gamma}_i \leq \hat{\gamma} \leq \hat{\gamma}_{i+1} \quad (19)$$

同样建立拉格朗日公式进行求解

$$L(\hat{\gamma}_i) = \sum_0^{N-1} k_i \int_{\hat{\gamma}_0}^{\hat{\gamma}_{i+1}} f(\hat{\gamma}) d\hat{\gamma} + \lambda \left[ \sum_0^{N-1} \frac{M_i - 1}{\mu} \int_{\hat{\gamma}_0}^{\hat{\gamma}_{i+1}} \left( \frac{\hat{\gamma}_T}{\hat{\gamma} - \hat{\gamma}_T} \right) p(\hat{\gamma}) d\hat{\gamma} - 1 \right] \quad (20)$$

对公式(20)求偏微分, 并令其为 0, 则可得:

$$\hat{\gamma}_i = \left[ 1 - \frac{\mu \lambda (M_i - M_{i-1})}{k_i - k_{i-1}} \right] \hat{\gamma}_T \quad (21)$$

相应的离散速率下的 ASE 公式为:

$$\frac{R}{B} = \sum_{i=0}^{N-1} \log_2(M_i) \int_{\hat{\gamma}_i}^{\hat{\gamma}_{i+1}} p(\hat{\gamma}) d\hat{\gamma} \quad (22)$$

### 3 仿真结果与分析

文中在以下仿真条件下进行了仿真:  $c_1=1.5$ ,  $c_2=0.2$ , 目标 BER 为  $10^{-5}$  时, 采用 Rayleigh 衰落信道模型。连续速率和离散速率的 ASE 曲线如图 2 所示,

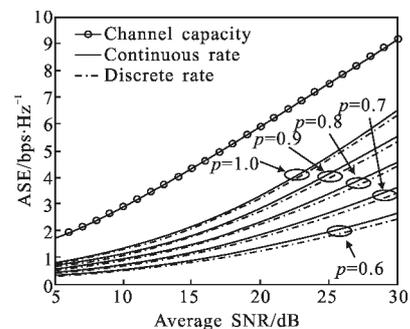


图 2 连续速率和离散速率下的 ASE 曲线  
Fig.2 ASE with continuous and discrete rate

其中,在离散速率下,设定为 6 衰落区间( $M_j=0, 2, 4, 16, 64, 256$ ), 其中的区间阈值  $\gamma_i$  通过计算分别为 ( $\gamma_1 = 8.197, \gamma_2 = 12.968, \gamma_3 = 12.968, \gamma_4 = 16.648, \gamma_5 = 19.958, \gamma_6 = 23.111$ )。MMSE 算法在不同时延  $\tau$  和平均信噪比  $\Gamma$  下的相关系数  $\rho$  如表 1 所示, 相应的 ASE 曲线如图 3 所示, 从图中可以看出随着时延  $\tau$  增大, ASE 性能有所降低。

表 1 MMSE 算法的相关系数  $\rho$  和时延  $\tau$

Tab.1 Correlation coefficient  $\rho$  and delay of MMSE algorithm  $\tau$

Normalized delay $\tau$	Correlation coefficient $\rho$		
	$\Gamma=25$ dB	$\Gamma=20$ dB	$\Gamma=15$ dB
0.01	0.996 1	0.992 8	0.985 5
0.05	0.994 1	0.988 4	0.982 1
0.1	0.989 5	0.981 0	0.977 6
0.15	0.981 1	0.964 6	0.943 6
0.2	0.965 2	0.940 3	0.926 6

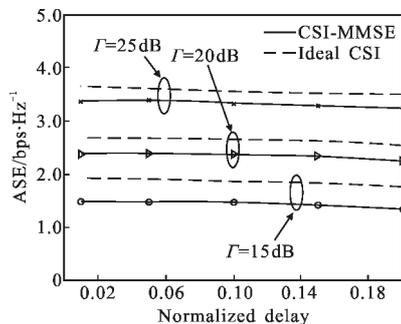


图 3 基于 MMSE 算法的 ASE 曲线

Fig.3 ASE curve based on MMSE algorithm

## 4 结 论

传统研究方法大多假定 CSI 已知, 然后对 VRVP-MQAM 方法的速率和功率自适应准则进行研究, 忽略了实际中信道估计误差对其性能的影响。因此, 文中基于 MMSE 信道估计算法, 研究了其估计误差对 VRVP-MQAM 方法的 ASE 性能影响, 在目标 BER 和功率受限情况下, 分别推导出连续速率

和离散速率下的 ASE 公式, 这给 VRVP-MQAM 在实际中的应用提供了极大的空间, 相信它在未来的通信系统中也会得到越来越广泛的应用。

## 参考文献:

- [1] Falahati S, Svensson A, Sternady M, et al. Adaptive modulation systems for predicted wireless channels[J]. IEEE Trans Commun, 2004, 52(2):307-316.
- [2] Goldsmith A J, Chua S G. Variable-rate variable-power MQAM for fading channels[J]. IEEE Trans Commun, 1997, 45(10): 1218-1230.
- [3] Chung S T, Goldsmith A J. Degrees of freedom in adaptive modulation: A unified view[J]. IEEE Trans Commun, 2001, 49(9): 1561-1571.
- [4] Li Tao, Rong Jian, Zhong Xiaochun. OFDM-ROF system simulation based on OptiSystem [J]. Infrared and Laser Engineering, 2011, 40(6): 1154-1159. (in Chinese)  
李涛, 荣健, 钟晓春. 采用 OptiSystem 的 OFDM-ROF 系统仿真[J]. 红外与激光工程, 2011, 40(6): 1154-1159.
- [5] Oien G E, Holm H, Hole K J. Impact of channel prediction on adaptive coded modulation performance in Rayleigh fading[J]. IEEE Trans Veh Technol, 2004, 53(3): 758-769.
- [6] Hoehner P. A statistical discrete-time model for the WSSUS multipath channel [J]. IEEE Transactions on Vehicle Technology, 1992, 41(11): 461-468.
- [7] Chen Dan, Ke Xizheng, Li Tie. FSO MIMO system in layered detection algorithm of space-time code[J]. Infrared and Laser Engineering, 2012, 41(6): 1550-1555. (in Chinese)  
陈丹, 柯熙政, 李铁. FSO MIMO 系统中分层空时码检测算法[J]. 红外与激光工程, 2012, 41(6): 1550-1555.
- [8] Ma Tianming, Shi Yusong, Wang Yingguan. A low complexity MMSE for OFDM systems over frequency-selective fading channels [J]. IEEE Communication Letters, 2012, 16(3): 304-306.
- [9] Ong L T, Lambotharan S, Chambers J A, et al. Performance of Bayesian estimation based variable rate variable power MQAM system [C]//The 17th Annual IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications(PIMC'06), 2006.