

## 用空间解析几何法进行天文定位定向的误差分析

王昊京<sup>1</sup>, 王建立<sup>1</sup>, 吴量<sup>1,2</sup>, 杨轻云<sup>1</sup>, 王鸣浩<sup>1</sup>

- (1. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;
2. 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘要:** 为了确定三视场定位定向设备各个误差源对定位定向误差的影响, 建立了定位定向的误差分析模型。首先, 给出了三视场导航设备采用空间解析几何法进行定位定向的原理。其次, 指出影响定位定向的各个误差源, 归纳分析了误差源的特性、概率分布以及误差源对定位定向信息对的影响。然后, 利用定位定向原理建立起定位定向误差分析模型。最后, 利用蒙特卡罗法进行误差仿真分析。仿真结果表明系统的定位均值误差为 121.0 m; 定向均值误差为 7.4", 并指出定位定向主要的误差源是水平测量误差, 其次是垂线偏差数据的误差。野外实验表明, 该系统的定位均值误差为 182.12 m; 定向均值误差为 9.3", 水平测倾角的误差对定位定向结果的影响最大。

**关键词:** 误差分析; 空间解析几何; 定位定向; 三视场; 天文导航

**中图分类号:** V249.32 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)08-2364-11

## Error analysis of space analytic geometry method for celestial position and orientation determination

Wang Haojing<sup>1</sup>, Wang Jianli<sup>1</sup>, Wu Liang<sup>1,2</sup>, Yang Qingyun<sup>1</sup>, Wang Minghao<sup>1</sup>

- (1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;
2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** In order to determine the influence of each error source on position and orientation determination error for three-field position and orientation device, the error analysis model of system was established. Firstly, the principle of three-field position and orientation device using space analytic geometry method was proposed, and the various error sources which affected accuracy of position and orientation was pointed out. Secondly, the characteristic and the probability distribution of error source were summarized; and the impact of error sources on position and orientation information pair was assessed. Then, the position and orientation error analysis model was established by using the homogeneous coordinate transformation matrix and principle of navigation. Finally, the error simulation was analyzed by using Monte Carlo method. The simulation results show that mean of position fix error is 121.0 m, mean of orientation fix error is 7.4", and it is pointed out that dominant error source is horizontal measurement error, followed by data error of deviation of vertical. Field experiments show that

收稿日期: 2014-12-11; 修订日期: 2015-01-14

基金项目: 中科院国防科技创新基金(CXJJ-10-M53)

作者简介: 王昊京(1983-), 男, 博士, 主要从事导航、辐射标定等方面的研究。Email: wanghaojing@vip.qq.com

the mean of position fix error is 182.12 m; mean of orientation fix error is 9.3", and it is demonstrated that horizontal measurement error has the main influence on the overall outcome.

**Key words:** error analysis; space analytic geometry method; position and orientation determination; three fields of view; celestial navigation

## 0 引言

天文导航是最古老而基本的定位定向方式,以其精度高、隐蔽性好、可靠性高、自主性强等优势,一直在舰船导航中占有重要地位<sup>[1]</sup>。天文导航具有特有的优越性是 GPS 等无线电导航系统无法比拟的<sup>[1-2]</sup>。它可以作为独立的一套导航系统。

国内外学者对其早有研究,尤其在定位定向方面成果丰硕。美国已开发出三视场定位定向设备原理样机。例如美国 Trex 公司已经开发出来多视场恒星跟踪器。它可以在白天,位于海平面探测到 6.3 等的恒星,并可完成定位定向或高精度姿态测量工作<sup>[3]</sup>。此设备可以为航海提供精确的方位基准,独立于惯性导航系统。法国 SODERN 公司的 HYDRA 星敏感器,也是三视场结构,但它应用于航天器的姿态测量领域<sup>[4-5]</sup>。国内在天文定位定向方面最近三年的研究呈现多元化。在原理上主要基于球面三角形原理的优化求解,即通过天顶距、格林时角等建立球面三角形,使用高度差的方法进行定位、定向<sup>[6-9]</sup>,此方法不适合三视场定位定向的多误差源分析。在定位定向设备方面多是基于单视场多次观测进行定位定向<sup>[8]</sup>,尚没有多视场一次观测进行快速定位定向方面的研究,且没有全面查看多种误差源对定位定向精度的影响。对定位定向的误差研究主要是对求解算法本身的研究,例如研究球面三角形优化方程的中高度角误差对定位结果的影响等。

三视场结构布局在定位定向方面更为可靠,定位定向精度高。三视场系统由于有视场个数的冗余,当其中某一视场受到杂光或者云层干扰时,其余视场仍然能够正常工作,抗干扰能力强;并且当某一视场指向星点分布比较稀疏的天区,导致该视场内观测星点数量少而无法完成星图识时,可以联合其他视场中的星点,通过三个子星图数据融合的方法完成星图识别进而提高测量的效率。三视场结构的优点除此之外还有:分视场的视场角可以更小,以降低

天空背景噪音,并提高测量精度。故三视场定位定向系统更加健壮<sup>[10-11]</sup>。

文中以三视场定位定向设备本身作为研究载体,采用三视场光学系统结构进行多传感器的测量来完成定位定向。作者在论文<sup>[10]</sup>中使用空间解析几何中矢量的观点对定位定向进行建模求解,可在海面、陆地进行较高精度的定位定向,但其并未详细分析误差源特性。此方法没有像参考文献[6-9]那样采用球面三角形的概念,使用复杂的三角函数建立非线性方程组的方式去求解。目前尚没有其他学者对三视场定位定向设备的误差做出全面的分析,没有给出误差源的分布特性,也没有建立模型去分析误差源对定位定向精度的影响。

文中首先说明定位定向的概念,给出基于解析几何法进行定位定向的原理模型。接着结合原理模型进行误差分析,给出影响定位定向精度的误差源及其特性,并建立定位定向误差模型。然后,采用蒙特卡罗法分析误差源对定位定向精度的影响,并指出哪些是主要误差源。最后,通过实际实验验证了高精度定位定向的可行性以及影响定位定向精度的主要误差因素。

## 1 三视场定位定向的原理

### 1.1 定位定向的概念

图 1 是三视场定位定向设备的结构框图。它有

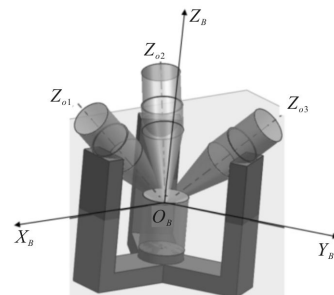


图 1 三视场定位定向设备结构框图

Fig.1 Structural diagram of celestial navigation by three field of view

三个光轴,光轴可以在载体坐标系( $C_B$ )内定义。光轴的方位间隔为  $120^\circ$ ,仰角均为  $45^\circ$ 。

定位主要是确定设备在 WGS-84 坐标系内的经纬度。国际地球参考系(简记为  $C_{ITRS}$ )和世界大地 84 坐标系基本上是一致的<sup>[12-13]</sup>。将一个地理位置标记为  $Loc(\lambda, \varphi, h)$ ,其中海拔( $h$ ),单位为 m;经度( $\lambda$ )、纬度  $\varphi$ ,单位为度。由于海拔( $h$ )可由海拔仪测定;故定位在这里主要是确定经度( $\lambda$ )、纬度( $\varphi$ )。由  $\lambda, \varphi, h$  通过公式可以获得位置在  $C_{ITRS}$  内的矢量表示,简记为  $V_{Loc}$ 。

定向主要是确定图 1 中载体坐标系  $C_B$  在东北天坐标系(简称为  $C_{ENU}$ )内的方位角,将此方位角记作  $Azi_B$ 。图 2 给出载体方位角示意, $C_B$  的  $X_B$  轴在水准面 ENO 内的投影  $X_B'$  与  $C_{ENU}$  的  $Y$  轴在水平面 EON 内的顺时针夹角,即为设备待测量的方位角  $Azi_B$ 。

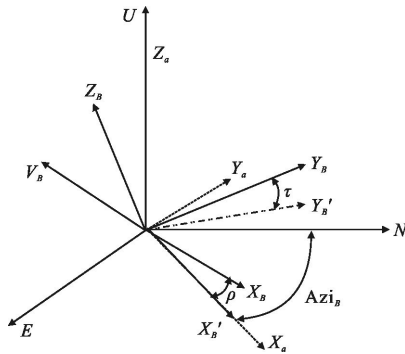


图 2 载体方位角( $Azi_B$ )的定义  
Fig.2 Azimuth( $Azi_B$ ) define of body coordinate

文中使用  $R_{xyz}(\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z)$  表示旋转矩阵,它的下标  $xyz$  表示旋转轴及旋转顺序,  $R_x(\varphi_x), R_y(\varphi_y), R_z(\varphi_z)$  是标准旋转矩阵,  $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$  分别是旋转角。

在图 2 中建立辅助坐标系  $C_a$ :其原点和  $C_B$  的原点相重合,其  $X_a$  轴沿着矢量  $X_B'$  的方向; $Z_a$  轴与  $C_{ENU}$  的  $U$  轴相重合; $Y_a$  轴符合右手定则。由图 2 中可以知道坐标系  $C_a$  到  $C_{ENU}$  的转换矩阵满足下式:

$$R_a^{ENU} = R_z(90^\circ - Azi_B)^T \quad (1)$$

在图 2 中  $\rho, \tau$  是为水平倾斜角,其单位为度。其中  $\rho$  是单位向量  $X_B'$  与单位向量  $X_B$  的夹角;而  $\tau$  是单位向量  $Y_B'$  与单位向量  $Y_B$  的夹角,且  $Y_B'$  与  $Y_B$  在水准面 ENO 内的投影相重合。水平倾斜角由高精度的倾角测量传感器获得,它在计算分析中是已知量。

### 1.2 基于空间解析几何法进行定位定向的方法

#### 1.2.1 获取定位定向信息对

图 3 是三视场天文定位定向设备的原理框图。

定位定向信息对对完成定位定向十分重要,它是三个视场内任意一个视场观测到的恒星分别通过计算和识别获得的,阐述如下:

首先是通过系统固有参数计算获得星像在载体坐标系内的位置矢量。天体目标光线经过光学系统成像在探测器上面,通过星图处理提取星像的质心位置。由质心位置( $Pt_{img}$ )、焦距  $f_c$ 、探测器像元尺寸 ( $Siz$ )、分辨率( $Res$ )、主点( $KP$ )、畸变参数( $Dt$ )、光轴在载体中的单位矢量  $AxiVec_i = [\cos(A_i)\cos(E_i), \sin(A_i)\cos(E_i), \sin(E_i)]^T$ ,以及探测器安装角( $FixAng$ ),使用视觉几何的原理计算可得第  $i$  个视场内的星像在  $C_B$  中的位置矢量  $V_B$ ,如图 2 中所示,且满足下式:

$$V_{Op} = fun_1(f_c, Siz, Res, KP, Dt)Pt_{img} \quad (2)$$

$$V_B = R_{yz}(A_i, 90 - E, -90 - FixAng)^T V_{Op} \quad (3)$$

式中:  $Pt_{img}$  采用点的齐次坐标表示,其中  $V_{Op}$  是星像在光学坐标系内的坐标。

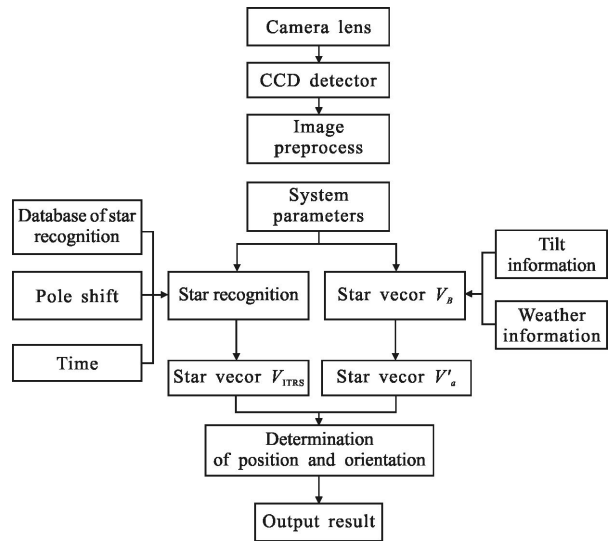


图 3 三视场天文定位定向的原理框图  
Fig.3 Functional block diagram of the three FOVs position and orientation equipment

其次,通过水平倾角和气象信息结合上述计算获取的星矢量  $V_B$  获得星矢量在辅助坐标系内的观测矢量。从坐标系  $C_B$  到  $C_a$  之间的转换矩阵  $R_B^a$  与测量角  $\rho$  和  $\tau$  相关,简称为  $R_B^a(\rho, \tau)$ 。至此可得星像在  $C_a$  中的位置矢量:

$$V_a^i = R_B^a(\rho, \tau)V_B^i \quad (4)$$

矢量  $V_a^i$  结合气象信息进行蒙气差校正后可得矢量  $V_a^i$ 。此矢量是定位定向信息对的其中一项。

再次,通过任意视场星图中提取的质心计算获取其在  $C_B$  内的位置矢量  $V_B$ ,并计算任意两颗星之间的星角距。通过三角形识别算法识别出其为星表中编号  $p$  的恒星  $Star^p$ 。

然后,识别出的恒星  $Star^p$  结合时间和极移获得星在 ITRS 坐标下的位置矢量。由世界协调时,经天文计算可得  $Star^p$  在真春分点赤道坐标系(简记为  $C_\gamma$ )的位置矢量  $V_\gamma$  和格林威治视恒星时(GAST)。GAST 对应的角度记作  $Ang_{GAST}$ ,则恒星在地球过渡参考坐标系(简记为  $C_{TIRS}$ )的位置矢量可由式计算:

$$V_{TIRS} = R_z(-Ang_{GAST})V_\gamma \quad (5)$$

坐标系  $C_{TIRS}$  至坐标系  $C_{TIRS}$  的转换与极移参数  $(x_p, y_p)$  有关<sup>[13]</sup>,此参数可由国际地球自转和参考系服务处提供。可由下述公式(6)获取恒星在  $C_{TIRS}$  坐标系内的位置矢量,式子中  $x_p, y_p$  的单位为弧度,  $V_{TIRS}$  是星像在  $C_{TIRS}$  坐标系下的位置矢量:

$$V_{TIRS} = R_{TIRS}^{ITRS} V_{TIRS} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x_p \\ 0 & 1 & y_p \\ -x_p & y_p & 1 \end{pmatrix} V_{TIRS} \quad (6)$$

此矢量是定位定向信息对的另外一项。

至此由某颗提取的恒星可以获得定位定向信息对  $\{V_{TIRS}^i, V_a^i\}$ ,上标  $i$  表示不同的观测恒星。

### 1.2.2 空间解析几何法求解位置和方位角

定位是由球面圆求交点的方式获得,定向是在定位完成之后求解的。

由定位定向信息对  $\{V_{TIRS}^i, V_a^i\}$  可以获得球面圆(简记  $\Gamma_i$ )。将矢量  $V_a^i$  化为球面坐标系的量  $\alpha_i, \theta_i, R_c$  表示,其中  $\theta_i$  为与  $Z_a$  轴的夹角,  $\alpha_i$  是矢量  $V_a^i$  在  $XOY$  的投影与  $X$  轴的夹角;而  $R_c$  为天球的半径,单位为 AU。在坐标系  $C_{TIRS}$  中以  $V_{TIRS}^i$  为轴,以  $\theta_i$  为半径进行顺时针旋转,获得一个旋转体,此旋转体与天球的球面交线构成一个球面圆,记此空间曲线为  $\Gamma_i(V_{TIRS}^i, \theta_i)$ 。在第二个视场中同样可由一颗恒星获取一个观测数据对,构成球面圆  $\Gamma_j(V_{TIRS}^j, \theta_j)$ 。在  $C_{TIRS}$  内以  $R_c$  为半径构建球面  $\Sigma: x^2 + y^2 + z^2 = R_c^2$ 。

若点  $P = (x_p, y_p, z_p)^T$  是  $\Gamma_i, \Gamma_j$  的交点,那么  $P \in \Sigma, P \in \Gamma_i, P \in \Gamma_j$ 。向量  $O_E P$  和  $V_i$  之间的夹角为  $\theta_i$ ;而向量  $O_E P$  和  $V_j$  之间的夹角为  $\theta_j$ ,满足下式:

$$\begin{cases} |O_E P - V_i|^2 = 2R_c^2(1 - \cos \theta_i) \\ |O_E P - V_j|^2 = 2R_c^2(1 - \cos \theta_j) \\ |O_E P| = R_c \end{cases} \quad (7)$$

此方程有两个解析解分别为  $P_{ij}^0, P_{ij}^1$ ,其中上标为 0 的是真解,为 1 的是伪解;下标  $ij$  表示不同视场内编号为  $i, j$  的观测数据对。

由第三个视场内的识别恒星可获得第三个球面圆  $\Gamma_k$ 。此时三个球面圆可获得 6 个交点。若观测矢量  $V_a'$  没有引入误差,那么这 6 个交点中 3 个是相等,此点就是真实的解,即  $P = P_{ij}^0 = P_{ik}^0 = P_{jk}^0$ 。通过  $P$  点可获得向量  $O_E P$  以及单位矢量  $\overline{O_E P}$ ,将单位矢量  $\overline{O_E P}$  转换为球面坐标系可获取天文经纬度  $(\Lambda, \Phi)$ 。

实际上观测矢量  $V_a'$  会引入误差。当观测到  $2N \geq 3$  个定位定向信息对时,可获得  $N(2N-1)$  个代表真实解的交点。求取  $P$  点的问题可以转换为求下述函数  $G_0$  最小值的问题:

$$G_0(P) = \sum_{i=0}^{N(2N-1)} |P - P_i^0| \quad (8)$$

公式(8)可以转化为求取  $G_1$  最大值的问题:

$$G_1(P) = \sum_{i=0}^{N(2N-1)} (xx_i + yy_i + zz_i), P \in \Sigma \quad (9)$$

它是带约束条件的二维函数求最值问题,可用拉格朗日的方法求解。求取公式(9)的最大值就可以求得点  $P$ ,进而求取到优化的天文经纬度  $\Lambda, \Phi$ 。

求天文经纬度  $\Lambda, \Phi$  之后,对任意定位定向信息对  $\{V_{TIRS}, V_a'\}$  结合下式可得信息对  $\{V_{ENU}, V_a'\}$ :

$$V_{ENU} = R_{z\gamma c}(\Lambda, 90 - \Phi, 90)(V_{TIRS} - V_{Loc}) \quad (10)$$

由于  $|V_{TIRS}| \gg |V_{Loc}|$ ,故公式(10)可以简化为:

$$V_{ENU} = R_{z\gamma c}(\Lambda, 90 - \Phi, 90)V_{TIRS} \quad (11)$$

由于  $\{V_{ENU}, V_a'\}$  结合公式(1)可得:

$$V_a' = R_z(90^\circ - Azi_B)V_{ENU} \quad (12)$$

式中:仅有一个未知数  $Azi_B$ ,故可以直接求得。当有多个定位定向信息对时,求取  $Azi_B$  的均值作为定向的优化值。

### 1.2.3 进行垂线偏差校正

天文经度纬度  $(\Lambda, \Phi)$  区别与地理经纬度  $(\lambda, \varphi)$ ;且天文学上的定向结果  $Azi_B$  与地理学上的定向结果  $Azi'_B$  不同,这是由于垂线偏差造成上。在 WGS84 坐标系内将垂线偏差的两个分量记作  $(\eta, \xi)$ ,单位为度,它可以由地理数据共享平台离线获取。天文经纬度

和地理经纬度的关系如下<sup>[14]</sup>:

$$\varphi = \Phi - \xi, \lambda = \Lambda - \eta \sec \varphi \quad (13)$$

而地理定向的结果可由下式得出:

$$Azi'_B = Azi_B - \eta \tan \varphi \quad (14)$$

至此,真正完成了地理学上的定位和定向。

## 2 影响定位定向精度的误差源及其特性分析

在完成定位定向过程中,需要获取时间、水平倾斜角、气象数据、恒星质心;并且还需要知道设备标定的固有参数:光学系统内参数、三个光轴在  $C_B$  内的位置矢量、CCD 安装旋转角。在精确计算时需要极移数据,但其不可能实时获取;垂线偏差数据是由第三方数据库获取的数据,其自身也存在模型误差。这些误差都将引入计算过程中,最终对定位定向的结果造成误差影响。除垂线偏差外,其他类型误差均是对定位定向信息对造成影响,进而影响到定位定向结果。下面归纳分析各个误差源特性。

### 2.1 传感器类误差

#### (1) 水平倾角传感器

水平倾角传感器测量水平倾斜角  $\rho$ 、 $\tau$ 。水平倾角传感器是商用的全温补高精度数字倾角测量设备,它的综合精度由大量实验测量确定。它标称的单轴标准差为  $0.005^\circ (\pm 10^\circ)$ 、 $0.003^\circ (\pm 7^\circ)$ 、 $0.001^\circ (\pm 3^\circ)$ 。由于测量次数不多,其应符合  $t$  分布。水平倾斜角的测量误差会影响到定位定向信息对中  $V_a^i$  的计算精度。

#### (2) 时间精度

设备的时间由时间通信系统提供。在 GPS 有信号时,通过 GPS 校正系统时间。时间通信系统的精度为  $10^{-11}$  s,而曝光时间锁存的极限误差为  $4.8 \mu\text{s}$ 。由于没有任何可参考的误差模型,故以均匀分布对待。

因为 67 ms 的世界协调时误差会引起恒星在真春分点赤道坐标系下约  $1''$  的误差,故上述时间系统误差引起的恒星矢量  $V_i$  的极限误差为  $7.2 \times 10^{-5}''$ 。它对恒星位置由  $C_i$  到  $C_{\text{ITRS}}$  的转换影响也很微弱,最终对定位定向信息对中  $V_{\text{ITRS}}^i$  的计算影响在毫角秒的级别,引起的位置误差在 1 dm 以下。所以在定位定向的仿真分析中忽略时间误差造成的影响。

#### (3) 大气折射

温湿压传感器测量大气参数,用于大气折射校正。由设备制造商提供,其标称的误差如下:温度(Temp)输出的标准差为  $0.2^\circ\text{C}$ ;湿度(Hu)输出的标准差为  $2\% \text{RH}$ ;大气压测量(Pr)输出的标准差为

$0.3 \text{ hPa}$ 。大气测量参数符合正态分布。大气参数测量的精度影响大气校正的精度,对定位定向信息对中  $V_a^i$  造成影响。

#### (4) 质心提取

在信噪比为 10 dB 时,质心定位在  $x$ 、 $y$  分量方向的标准差为 0.051,符合正态分布,此由设备标定测试时获取<sup>[15]</sup>。质心提取的精度影响了星角距的计算精度,进而影响了星图识别。另外质心提取的精度影响到定位定向信息对中的计算精度。

### 2.2 设备标定误差

光学系统标定参数包括三个视场的焦距  $f_{ci}$ 、主点(KP<sub>*i*</sub>)、畸变参数(Dt<sub>*i*</sub>)、光轴在载体中的单位矢量  $\text{AxiVec}_i = [\cos(A_i)\cos(E_i), \sin(A_i)\cos(E_i), \sin(E_i)]^T$ ,以及探测器安装角(FixAng<sub>*i*</sub>)。这些参数由标定获取,光学系统参数的标定误差通过公式(2)、(3)传递,影响到真值  $V_B$  的计算。标定参数的优化值  $\{f_{ci}, \text{KP}_i, \text{Dt}_i, A_i, E_i, \text{FixAng}_i\}'$  是通过多个星点组成的  $\{\text{Pt}_{\text{img}}, V_B\}$  通过优化分析得到的,此时由  $\text{Pt}_{\text{img}}$  通过公式(2)、(3)可以得到估计值  $V_B'$ 。光学系统标定参数的误差可以由估计值  $V_B'$  与真值  $V_B$  之间关系表示。

通过标定实验数据的合成分析发现:在空间中  $V_B'$  绕着  $V_B$  在其周围随机分布。 $V_B$  与  $V_B'$  之间的角距(简记为  $\Delta A_{V_B}$ )符合正态分布,均值为  $1.710''$ ,标准差为  $1.153''$ ;  $V_B'$  相对  $V_B$  的方位角(简记  $\Delta Z_{V_B}$ )是在  $[0^\circ, 360^\circ)$  之间均匀分布。即估计值  $V_B'$  以  $V_B$  为轴,角距差为半径,在其圆周上随机分布。

### 2.3 其他类型误差

#### (1) 极移

极移参数由国际地球自转和参考系服务处(IERS)提供,精度可由其发布的公告 A 给出。若使用公告 A 的数据,那么一般来讲未来 40 天的预测极移极限误差不超过  $0.02''$ ,将其视为均匀分布。自观测以来极移参数范围:  $x_p \in (-0.4'', 0.4'')$ ,  $y_p \in (-0.3'', 0.6'')$ <sup>[16-17]</sup>。

若无法正确获取公告 A 的内容则需要将极移参数设置为 0,那么公式(6)中  $C_{\text{ITRS}}$  至  $C_{\text{ITRS}}$  的转换矩阵为单位矩阵。在计算分析中若忽略极移,则极移数值也是计算的误差源之一。

#### (2) 垂线偏差

垂线偏差( $\eta, \xi$ )的数据来自于美国国家地理重力模型开发小组。其发布了地球重力场 EGM2008 的数据,覆盖全球<sup>[15]</sup>。其中  $\eta$  分量的误差  $\Delta\eta$  为正态分

布,且  $\Delta\eta \sim N(0.663, 0.723)$ ;  $\xi$  分量的误差  $\Delta\xi$  也为正态分布  $\Delta\xi \sim N(0.659, 0.724)$ , 在参考文献[18]给出。

(3) 大气折射模型的精度

在计算中采用修正的 Bennett 大气折射校正公式,其极限误差为  $0.9''^{[9]}$ ,其误差分布没有参考,以均匀分布对待。它主要影响到蒙气差校正后的恒星矢量  $V_a^i$  的准确性。

(4) 恒星位置计算误差

文中恒星位置是在国际天文坐标系 (ICRS) 框架下,采用 IAU2000B 的岁差章动模型计算获得的。恒星在真春分点赤道坐标系中位置矢量  $V_\gamma$  的计算精度在  $10^{-39}^{[13]}$ ,所以在文中忽略恒星矢量  $V_\gamma$  的计算误差。不考虑恒星位置的计算对定位定向信息对中  $V_{ITRS}^i$  的影响。

3 理论分析

3.1 在误差分析中全面考察了误差源及其特性

国内的张圣云等在参考文献[9]给出定位定向精度分析中仅仅定性地分析给出水平测量精度越高,定位精度更高;没有探讨对定向精度的影响;更没有建立误差分析模型分析各种误差源对定位定向精度的影响。参考文献[8]给出一种非迭代的月球车天文

定位方法实质上也同样是用解析几何法进行定位定向,但其也未对影响定位定向精度的误差源做出全面的分析,并未给出误差源对定位定向精度的影响。国外的三视场定位定向研究中也并未对误差源做全面的数值分析<sup>[3,5]</sup>,而是直接给出产品。

在之前定位定向研究中多是基于高度差进行天文定向分析。均未对垂线偏差、极移误差、大气折射等误差对定位定向的影响大小做出探讨。

3.2 分析了垂线偏差对定位定向精度的影响

参考文献[10]指出了误差源因素,但并未分析垂线偏差对定位定向的影响。其定位定向过程中并未考虑重力场异常对定位定向数值影响的大小,而是建立在理想情况下进行分析的。之前的定位定向研究中由于没有使用垂线偏差数据库,最后的定位定向结果多是天文学意义上的定位定向;即使是少部分学者测量出实验地点的垂线偏差数据,进行了地理学上的定位定向实验,但最后并未分析垂线偏差数据在整个地球范围内对定位定向精度的影响。

4 定位定向误差的建模分析

表 1 是影响定位定向的主要误差源。从上述分

表 1 主要误差源的分布特性

Tab.1 Distribution characteristics of main errors

Item	Parameter	Parameter description	Error parameter	Probability distribution parameters	Types of probability distribution
1	$\rho$	Measurement error of X axis in the tilt sensor	$\Delta\rho$	$0.005^\circ(\pm 10^\circ), 0.003^\circ(\pm 7^\circ), 0.001^\circ(\pm 3^\circ)$	t distribution
2	$\tau$	Measurement error of Y axis in the tilt sensor	$\Delta\tau$	$0.005^\circ(\pm 10^\circ), 0.003^\circ(\pm 7^\circ), 0.001^\circ(\pm 3^\circ)$	t distribution
3	Temp	Temperature measurement error of meteorological sensors	$\Delta\text{Temp}$	$N(0, 0.02^\circ)$	Normal distribution
4	Hu	Humidity measurement error of meteorological sensors	$\Delta\text{Hu}$	$N(0, 2\%)$	Normal distribution
5	Pr	Pressure measurement error of meteorological sensors	$\Delta\text{Pr}$	$N(0, 0.3 \text{ hPa})$	Normal distribution
6	$Pt_{\text{img}}$	Error of centroid extraction	$\Delta Pt_{\text{img}}$	$N(0, 0.051)$	Normal distribution
7	$A_{V_b}$	Angle errors caused by installation parameters and optical parameters calibration	$\Delta A_{V_b}$	$N(1.710'', 1.153'')$	Normal distribution
8	$Z_{V_b}$	Azimuth errors caused by installation parameters and optical parameters calibration	$\Delta Z_{V_b}$	$[0, 360^\circ]$	Uniform distribution
9	$x_p, y_p$	Error caused by ignoring pole shift	$\Delta x_p, \Delta y_p$	$\Delta x_p \in (-0.4'', 0.4''), \Delta y_p \in (-0.3'', 0.6'')$	Uniform distribution
A	$\eta, \xi$	Error of deflection of the vertical	$\Delta\eta, \Delta\xi$	$\Delta\eta \sim N(0.663'', 0.723''), \Delta\xi \sim N(0.659'', 0.724'')$	Normal distribution
B	$V_a'$	Error caused by atmospheric refraction correction model	$\Delta V_a'$	$\Delta V_a' \in (-0.9'', 0.9'')$	Uniform distribution

析中可以看出：不同的误差源影响到定位定向计算过程中的不同阶段；对定位定向信息造成了不同的影响。误差源对定位定向误差的影响是非线性的，无法给出明确的数学解析表达式。此时要确定出哪些误差源对定位定向的影响最大以及造成误差的大小，采用蒙特卡罗法使用大量随机仿真实验进行误差分析最合适。在大量随机仿真分析中将不同的误差源添加到仿真计算过程中就可以分析误差源对定位定向精度的影响。

仿真过程中三视场系统的三个视场大小均为  $[4.5^\circ \ 3.3750^\circ]^\top$ ，三个视场的视轴水平投影间隔  $120^\circ$ ，高度角  $45^\circ$ ，CCD 分辨率为  $1024 \times 768$ ，像素尺寸为  $4.65 \mu\text{m} \times 4.65 \mu\text{m}$ ；主点位置在 CCD 的靶面中心，且光学系统无畸变，极限探测能力为 7 等星。采用可见光波段的 Tycho2 星表作为基本星表，采用世界协调时为 2013-10-1 0:0:0，载体平台的倾角为  $(0^\circ, 0^\circ)$ ，即载体坐标系与水平辅助坐标系重合。图 4 是定位定向误差仿真分析的流程图。其中质心  $P_{\text{img}}$  的计算流程如图 5 所示。

4.1 定位定向误差建模的流程

首先，设置仿真次数  $\text{Counts}=1\ 000$ ，每次随机选取载体平台所在的地理位置  $\text{Loc}(\lambda, \varphi, h)$ ，载体平台的方位角  $\text{Azi}$  作为定位定向真值；其中，在区间  $[-180^\circ, 180^\circ)$  上服从均匀分布， $\varphi$  在区间  $[-90^\circ, 90^\circ]$  之间服从均匀分布， $\text{Azi}$  在区间  $[0^\circ, 360^\circ)$  上服从均匀分布， $h$  设置为固定的值，如 200 m。

其次，根据地理位置、方位角以及三个视场光轴在载体坐标系中的矢量，通过坐标变换可以计算视轴在国际天球坐标系(ICRS)内的单位矢量  $\text{AxiVecICRS}$ ，并据视场大小从星表中提取每个视场内的恒星集合  $\text{Star}_i$ 。由于仿真实验主要是分析三视场定位定向误差，故仿真忽略星图识别的过程。直接由时间信息获得恒星集合在真春分点赤道坐标系内的位置矢量  $V_\gamma$ ，然后计算恒星在 TIRS 坐标系中的矢量  $V_{\text{TIRS}}$ ，对其添加极移误差计算其在 ITRS 坐标系内的矢量  $V_{\text{ITRS}}$ 。它是定位定向信息对的其中一项。

再次，计算图 4 中提取到的恒星集合  $\text{Star}_i$  在图像坐标系内的质心位置。此质心位置可以通过图 5 中所示的流程计算得到的，其实质是星图模拟的过程。图 5 中的计算过程中使用的极移参数、地理经纬度和方位、大气参数、水平侧倾角、光学标定参数等

都是没有添加误差的，故得到质心位置是无误差的。然后，如图 4 中所示的那样：对计算出的质量位置  $P_{\text{img}}$  添加各种误差，顺次计算获得添加了误差的  $V'_a$ 。它是定位定向信息对的另外一项。

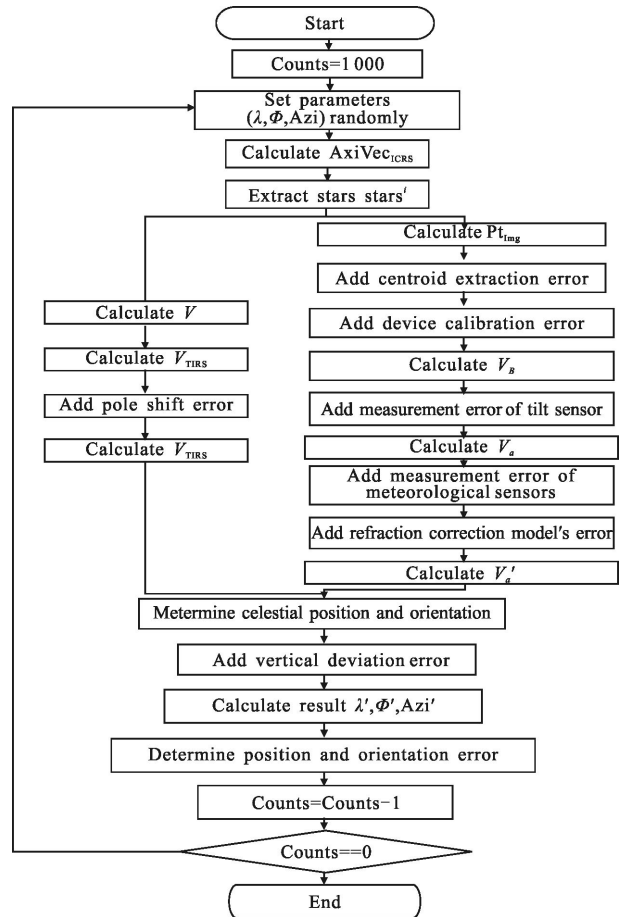


图 4 定位定向误差仿真流程

Fig.4 Flow chart of position and orientation determination

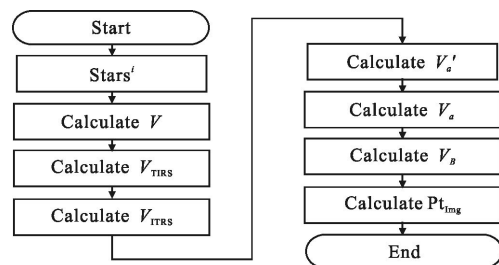


图 5  $P_{\text{img}}$  计算流程

Fig.5 Flow chart of  $P_{\text{img}}$  computation

最后，由获得的定位定向信息对完成天文学意义上的定位定向，此定位定向结果需结合垂线偏差数据，获得地理学意义上的定位定向结果，即求取到经度  $\lambda'$ ，纬度  $\varphi'$ ，方位角  $\text{Azi}'$ 。它们是上述真值

$\lambda, \varphi, Azi$  的估计值。接着通过公式(15)、(16)完成定位定向误差的计算。此时完成一次定位定向, Counts 减 1。重复此过程直至 Counts 为 0, 仿真过程结束。

#### 4.2 定位定向误差的计算方法

仿真分析中定位和定向误差的计算方法为: 每次仿真过程中随机生成真实的地理位置  $Loc(\lambda, \varphi, h)$  和载体平台的方位角  $Azi$ , 与仿真结果  $Loc(\lambda', \varphi', h), Azi'$  相对应。对于第  $i$  次仿真, 可以获得定位的误差  $DistErr_i$  和定向的误差  $AziErr_i$ , 计算如下式:

$$DistErr_i = |V_{Loc} - V'_{Loc}| \quad (15)$$

$$AziErr_i = \text{abs}(Azi_i - Azi'_i) \quad (16)$$

若仿真分析 Counts 次, 那么可以获得定位误差的均值  $Mean_{DistErr}$  和定向误差的均值  $Mean_{AziErr}$ , 以及定位误差的平均偏差  $Meandev_{DistErr}$  和定向误差的平均偏差  $Meandev_{AziErr}$ 。平均偏差  $MeanDev$  的定义如下:

$$MeanDev = \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{X}| / n \quad (17)$$

式中:  $\bar{X}$  是样本  $x_i$  的均值。它与标准差相比对粗大误差的抗干扰能力更强; 在数值上和标准差近似。

### 5 定位定向误差的仿真分析结果

据表 1 中给定的各个误差源, 首先添加所有的误差进行综合仿真分析, 给出在所有误差源影响下的定位定向精度。然后分别单独添加各个误差源, 测试分析独立的误差源对定位定向结果的影响, 并给出对定位定向误差起主要作用的误差源。

#### 5.1 所有误差源对定位定向误差的综合影响

在综合分析所有误差源对定位定向影响时, 对于水平倾角传感器的测量误差采用单轴标准差为  $0.001^\circ (\pm 3^\circ)$ , 其他数据如表 1 所示。图 6 和图 7 给出

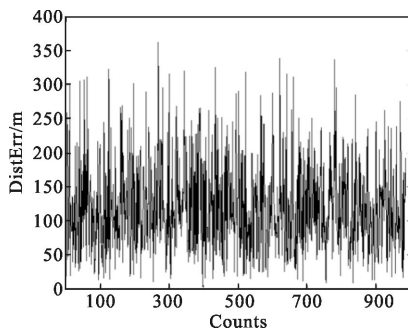


图 6 定位误差的仿真结果

Fig.6 Simulation results of position fix error

了定位定向误差的仿真结果。图 6 中定位误差的均值为 121.0 m, 平均偏差为 53.0 m; 图 7 中定向误差的均值为  $7.4''$ , 平均偏差为  $6.1''$ 。

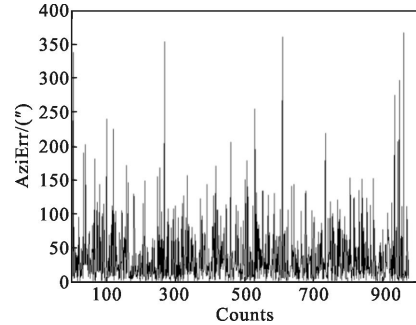


图 7 定向误差的仿真结果

Fig.7 Simulation results of azimuth fix error

#### 5.2 各个误差源对定位定向的影响

将表 1 误差分为如下 6 组, 它与表 1 中编号对应关系如下: I 水平倾角传感器测量误差——(1、2)、II 质心提取误差——(6)、III 光学系统标定参数的误差——(7、8)、IV 气象参数测量及蒙气差校正的误差——(3、4、5、B)、V 忽略极移的误差——(9)、VI 垂线偏差数据自身的误差——(A)。仿真过程中添加的水平倾角传感器单轴标准差为  $0.001^\circ (\pm 3^\circ)$ , 其他数据如表 1 所示。

由表 2 可以看出定位精度受水平倾角传感器的测量误差影响最大, 垂线偏差数据库中的自身数据误差对定位精度的影响位居其次。由表 3 可以看出, 水平倾角传感器的测量误差对定向精度影响最大, 光学系统参数标定误差引起的定向误差位居其次, 但垂线偏差数据的误差引起的影响也较大。

表 2 单独添加各组误差时定位误差的仿真结果

Tab.2 Simulation results of position fix error when adding different group noises separately

Error category	I	II	III	IV	V	VI
Mean <sub>DistErr</sub> /m	110.0	3.8	7.6	2.9	9.1	33.3
Meandev <sub>DistErr</sub> /m	47.8	1.8	3.1	1.4	6.1	19.3

表 3 单独添加各组误差时定向误差的仿真结果

Tab.3 Simulation results of azimuth fix error when adding different group noises separately

Error category	I	II	III	IV	V	VI
Mean <sub>AziErr</sub> /(°)	7.0	1.2	2.1	0.1	0.9	1.5
Meandev <sub>AziErr</sub> /(°)	6.2	0.9	1.6	0.1	1.0	1.6



### 5.3 水平倾角传感器测量误差对定位定向的影响

针对水平倾角传感器测量误差影响最大的特点,表 4 给出在不同单轴测量误差时定位定向误差的仿真结果。由表可以看出随着单轴测量误差的增加,定位定向误差急剧增加。

表 4 不同水平倾角测量误差时定位定向误差的仿真结果

Tab.4 Simulation results of position and azimuth fix error when adding different levels of inclination measurement noises

$\Delta\rho, \Delta\tau(^{\circ})$	0.001	0.003	0.005
Mean <sub>DstErr</sub> /m	110.0	332.8	558.3
Meandev <sub>DstErr</sub> /m	47.8	140.8	248.5
Mean <sub>AziErr</sub> /(")	7.0	17.6	30.4
Meandev <sub>AziErr</sub> /(")	6.2	15.1	25.5

### 5.4 质心提取误差对定位定向的影响

质心提取的误差对定位定向造成误差的影响不是很大。针对三种不同的质心提取精度,表 5 给出仿真结果。由表 5 可以看出质心提取精度对定位定向的影响不是特别大。

表 5 不同质心提取误差时定位定向误差的仿真结果

Tab.5 Simulation results of position and azimuth fix error when adding different centroid extraction noises

$\Delta P_{\text{img}}/\text{pixel}$	0.01	0.03	0.051
Mean <sub>DstErr</sub> /m	1.0	2.3	3.8
Meandev <sub>DstErr</sub> /m	0.7	1.0	1.8
Mean <sub>AziErr</sub> /(")	0.2	0.6	1.2
Meandev <sub>AziErr</sub> /(")	0.2	0.4	0.9

由上述的仿真分析可以得知,水平侧倾角的精度对定位定向的影响最大,选用高精度的水平倾角测量设备或者高精度的水平测量方法是关键。

## 6 野外定位定向实验验证

在野外实验时选择 Imaging Source 公司的三台单色工业 CCD 相机,分辨率为 1 024\*768,像素尺寸为 4.65  $\mu\text{m}$ \*4.65  $\mu\text{m}$ 。光学系统的口径 73 mm,光学

视场约为 $[4.5^{\circ} \ 3.3750^{\circ}]^T$ 。水平倾角传感器的使用范围为 $\pm 3^{\circ}$ ,其他误差源数值与表 1 一致,质心提取误差的标准差为 0.051 像素。白天的实验验证需要采用三个大靶面短波红外相机构成红外光学系统进行实验,成本高昂,故实验平台选取可见光波段 CCD 相机搭建光学系统进行实验验证。此平台仅适合在夜晚进行观测实验,但其可以完整验证系统的可行性并完成误差分析。

图 8 是三视场定位定向设备的实验平台,将其摆放在野外进行实验验证,平台下部是一个小转台,三个光轴固定在平台之上,通过控制转台的转动可以使得平台的姿态随意变换,平台码盘的分辨率为 1",通过调整平台可以使其平台的倾角传感器测量值读数为(0",0")。GPS 测量的精确地理位置为(125° 24'16"E,43°50'45"N,200 m),系统的精确方位角通过北极星校正得出为 78.436 7°。

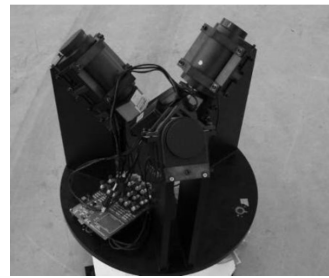


图 8 三视场定位定向设备简易实验平台

Fig.8 Experiment platform of the three FOVs position and orientation determination equipment

实验过程中,时间间隔 1 s 采集一帧星图图像进行定位定向解算,整个实验过程持续 1 000 s。

图 9 和图 10 中的 2 幅图分别为 1 000 次定位定向实验的实验结果,对结果进行统计:定位误差为:232.7 m,平均偏差为 8.1 m,定向误差为 11.2",平均偏差为 2.4"。在野外定位定向实验中,水平传感器的测量值误差,垂线偏差数据的误差是系统的固定误差,它直接影响了测量的最终精度,并且难以从系统误差中除去。定位定向的随机误差主要由质心提取的误差、温度造成光学系统参数改变等因素造成的。通过人工精细微调平台,标定后使其更加水平。此时水平倾角传感器读数改变了数角秒。此时再次重复上述实验,此时经数据分析得出定位误差为 182.12 m,平均偏差为 7.6 m,定向误差为 9.3",平均偏差为 2.1"。显然载体平台水平倾角传感器的测量误差对

结果影响很大。

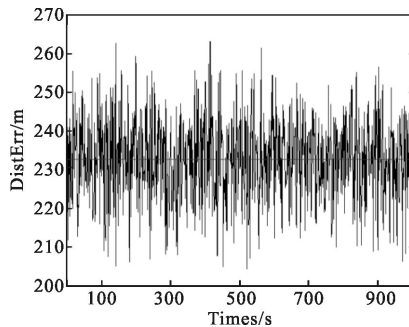


图9 定位误差的野外实验结果

Fig.9 Field experiment results of position fix error

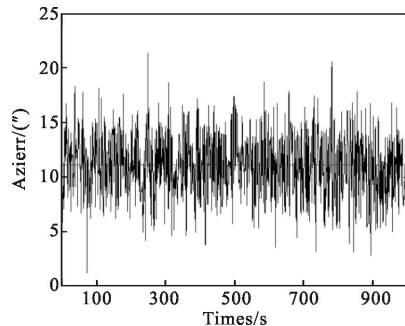


图10 定向误差的野外实验结果

Fig.10 Field experiment results of azimuth fix error

## 7 结论

文中首先阐述了天文定位定向的概念,并给出了三视场天文定位定向系统的工作原理。提出了一种三视场导航系统基于解析几何法进行定位定向算法,该算法能够同时解算地理位置和载体方位角信息。接着分析了影响系统定位定向精度的误差源及其特性,建立了定位定向误差分析模型,采用蒙特卡罗法进行误差分析。然后仿真分析得出:载体平台倾角测量误差是定位定向误差的主要来源,垂线偏差对定位定向的影响也十分显著。若要进一步提高定位定向的精度,则需要采用更高精度的水平倾角传感器,提高水平测角的精度;另外就是使用误差更小的垂线偏差数据库。最后进行了外场实验,结果表明使用文中算法的三视场天文定位定向系统的定位精度为 182.12 m,定向精度为 9.3",可以实现较高精度天文定位定向。

## 参考文献:

[1] Wang Anguo. Celestial navigation technique in the

background of navigation war—the history, present situation and developing tendency of celestial navigation technique[J].

*Process in Astronomy*, 2001, 19(2): 325–330. (in Chinese)

王安国. 导航战背景下的天文导航技术——天文导航技术的历史、现状及其发展趋势[J]. 天文学进展, 2001, 19(2): 325–330.

[2] Wang Anguo. Modern celestial navigation and the key techniques [J]. *Chinese Journal of Electronics*, 2007, 35 (12): 2347–2353. (in Chinese)

王安国. 现代天文导航及其关键技术[J]. 电子学报, 2007, 35(12): 2348–2353.

[3] Trex Enterprises Corp. Daytime Stellar Imager For Attitude Determination, USA: US 7, 349, 803 B2[P]. 2008–3–25.

[4] Sodern. Star trackers: hydra family. [EB/OL].[http://www.sodern.com/sites/en/ref/Star-Trackers-HYDRA\\_51.html](http://www.sodern.com/sites/en/ref/Star-Trackers-HYDRA_51.html).

[5] Ludovice Blarre, Ncolas Perrimon, Stephen Airey. New multiple head Star Sensor (HYDRA) description and development status: a highly autonomous, accurate and very robust system to pave the way for gyroless very accurate AOCs systems [C]//Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, 2005(8): 817–825.

[6] Jia Haihong. Research on computer-aided astronomical positioning algorithms and improvement of sextant [D]. Tianjin: Tianjin University of Technology, 2010. (in Chinese)  
贾海红. 计算机辅助天文船位算法与六分仪改进研究[D]. 天津: 天津理工大学, 2010.

[7] Li Zeng. Autonomous position and orientation technology for trailer-mounted theodolite [D]. Beijing: Chinese Academy of Sciences, 2010. (in Chinese)

李增. 车载经纬仪自主定位定向技术的研究[D]. 北京: 中国科学院, 2010.

[8] Yang Peng. Sun observation image based celestial navigation for lunar rover [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2011. (in Chinese)

杨鹏. 基于太阳观测图像的月球车天文导航[D]. 杭州: 浙江大学, 2011.

[9] Zhang Shengyun, Yang Shicai, Wang Lianzhu. Analytic geometry of space celestial positioning accuracy analysis[J]. *Tianjin Hanghai*, 2004, 3(2): 10–12. (in Chinese)

张圣云, 杨仕才, 王连柱. 空间解析几何法天体定位精度分析[J]. 天津航海, 2004, 3(2): 10–12.

[10] Wang Haojing. Study on celestial navigation by three fields of view star recognition [D]. Beijing: Graduate University of the Chinese Academy of Sciences, 2012. (in Chinese)

王昊京. 三视场恒星识别天文导航方法研究[D]. 北京: 中国科学院研究生院, 2012.

- [11] Wang Haojing, Wang Jianli, Wu Liang, et al. FOV determination of the three FOVs position and orientation determination equipment [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(6):1890–1897. (in Chinese)  
王昊京, 王建立, 吴量, 等. 三视场定位定向设备的视场确定[J]. *红外与激光工程*, 2015, 44(6):1890–1897.
- [12] Wikipedia. World geodetic system [EB/OL]. [http://en.wikipedia.org/wiki/World\\_Geodetic\\_System](http://en.wikipedia.org/wiki/World_Geodetic_System).
- [13] Kaplan G H. The IAU resolutions on astronomical reference systems, time scales, and Earth rotation models [EB/OL]. US Naval Observatory Circular No.179. <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0602086v1>, 2006.
- [14] Hirt C, Bürki B, Somieski A, et al. Modern determination of vertical deflections using digital zenith cameras [J]. *Journal of Surveying Engineering*, 2010, 136(1): 1–12.
- [15] Wang Xuewei, Zhang Chunhua, Zhao Zhao, et al. High accuracy centroid calculation of low SNR star image [J]. *Infrared Technology*, 2009, 31(6): 342–347. (in Chinese)  
王学伟, 张春华, 赵钊, 等. 低信噪比星象质心定位算法分析[J]. *红外技术*, 2009, 31(6): 342–347.
- [16] Earth orientation data. Bulletin A [EB/OL]. [http://www.iers.org/nn\\_10968/IERS/EN/DataProducts/Earth\\_Orientation\\_Data/eop.html?\\_nnn=true](http://www.iers.org/nn_10968/IERS/EN/DataProducts/Earth_Orientation_Data/eop.html?_nnn=true)
- [17] Earth orientation data. Polar motion[EB/OL].[http://www.iers.org/nn\\_10398/IERS/EN/Science/Earth\\_Rotation/Polar\\_Motion.html?\\_nnn=true](http://www.iers.org/nn_10398/IERS/EN/Science/Earth_Rotation/Polar_Motion.html?_nnn=true)
- [18] NGA EGM development team. Description of files containing propagated error estimates from EGM2008 on global 5'×5' grids [EB/OL]. [http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/Error\\_Grids/README\\_FIRST.pdf](http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/Error_Grids/README_FIRST.pdf)
- [19] Fang Jiancheng, Ning Xiaolin. Principles and Applications of Celestial Navigation [M]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press, 2006. (in Chinese)  
房建成, 宁晓琳. 天文导航原理及应用 [M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2006.