

基于正交 Procrustes 分析的航天器单目视觉相对位姿确定方法

曾占魁, 谷蔷薇, 曹喜滨

(哈尔滨工业大学 卫星技术研究所, 黑龙江 哈尔滨 150080)

摘要: 相对位姿确定是航天器交会对接、在轨服务等航天任务的关键技术之一, 采用单目视觉相机进行相对位姿确定是其有效解决途径。针对基于特征点的空间目标相对位姿单目视觉确定问题, 提出了一种基于拟投影线思想和正交 Procrustes 分析的相对位姿求解迭代方法。该方法在基于逆投影线构建的优化模型基础上, 将绝对定向问题转化成正交 Procrustes 分析模型, 利用持续投影算法将姿态矩阵行列优化并进行全局修正求得最优姿态矩阵。最后, 以航天器相对位姿确定为背景, 对所提算法进行了数学仿真, 结果表明该方法能够较快收敛并具有较高的鲁棒性。

关键词: 在轨服务; 相对位姿; 单目视觉; 正交 Procrustes 分析

中图分类号: V448.22 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)S-0113-06

Relative pose monocular vision determination of spacecraft using orthogonal Procrustes analysis

Zeng Zhankui, Gu Qiangwei, Cao Xibin

(Research Center of Satellite Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150080, China)

Abstract: Pose(relative attitude and position) estimation is one of the key technologies in space missions, such as on-orbit servicing, rendezvous and docking, etc. One of the most efficient way to solve this problem is observation on the target by monocular vision such as single CCD measurement. Aiming at the pose estimation of space target based on feature points, an iteration algorithm using obverse projection and orthogonal Procrustes analysis was introduced. Turning the original pose estimation problem to a standard form of orthogonal Procrustes problem, the orthogonal Procrustes problem was solved in the way of successive projection. The key of successive projection method was optimized the attitude matrix row by row. Each row can be solved as a least square problem constrained by a quadratic equation. This algorithm has a global updating and result will be given when errors are within permission. At last, under the background of pose estimation between non-cooperative spacecraft, the simulation experiment shows that this algorithm has both fast convergence speed and strong robustness.

Key words: on-orbit servicing; relative pose; monocular vision; orthogonal Procrustes analysis

收稿日期: 2015-10-15; 修订日期: 2015-11-13

基金项目: 国家自然科学基金重大项目(91438202)

作者简介: 曾占魁(1982-), 男, 博士生, 主要从事航天器导航与控制方面的研究。Email: spacetech@163.com

导师简介: 曹喜滨(1963-), 男, 教授, 博士生导师, 博士, 主要从事卫星总体设计和卫星系统仿真技术方面的研究。

Email: hitsat@hit.edu.cn

0 引言

视觉敏感器具有精度高、体积小、重量轻等特点,能够提供大量包含空间目标信息的高分辨率图像,已成为航天器在轨服务、交会对接等任务的相对位姿测量主要手段。

相对位姿解算是单目视觉测量系统的核心,其性能将直接影响相对位姿的确定精度。为此,诸多学者提出了该问题的解决方法^[1-3]。包括解析算法如 SVD^[4], QUEST^[5]等直接求解相对位姿信息。对于在轨服务航天任务,非合作目标为一类无法正常工作的航天器,但此时仍假设预先知道目标航天器的外形结构尺寸,即所利用的特征信息已知,追踪航天器利用视觉相机获取目标图像,提取其边缘与角点信息作为目标特征点。在图像获取与特征提取过程中会产生较大的随机误差,解析算法极易受误差影响,鲁棒性较差,有必要探索新的优化求解方法。

Haralick 等^[6]引入特征点景深变量提出了一种基于点特征的相对位姿迭代确定算法,该算法具有全局收敛性,但收敛速度较慢。Lu 等^[7]在单目视觉模型中利用逆投影思想,将姿态求解问题转换为物空间共线误差最小化问题,利用较少的迭代次数,即可得到具有较高精度的相对位姿信息。但在求解中采用 SVD 分解算法,由于 SVD 算法受误差影响较大,在误差较大时,算法精度急剧下降。

OPA(Orthogonal Procrustes Analysis)是一种在正交约束条件下利用最小二乘法直接估计姿态变换的方法^[8]。该方法与传统的利用欧拉角的求解方法相比,无需进行多次三角函数相关运算,极大的简化计算复杂度。而且该方法对初值敏感度低,具有较强的鲁棒性,是针对非合作目标之间姿态确定问题求解的一种有效手段。

综上,文中将利用逆投影思想构建优化模型,探索基于 OPA 相对位姿求解的可行性,给出相应的迭代求解算法,理论分析其收敛性,并选择空间在轨服务的失控目标逼近相对位姿测量为任务背景,对所提算法进行数学仿真验证。

1 位姿确定的正交 Procrustes 模型

1.1 坐标系定义

定义相机坐标系 $O_b X_b Y_b Z_b$ 的原点在投影中心

O_b, Z_b 轴与投影轴重合并指向目标, X_b 轴, Y_b 轴与像平面中的 U 轴, V 轴平行,且 $X_b O_b Y_b$ 平面与像平面距离为相机的焦距 f 。其中特征点在目标本体坐标系 $O_t X_t Y_t Z_t$ 中的位置矢量由 r_i 表示,其在相机坐标系 $O_b X_b Y_b Z_b$ 中的位置矢量用 b_i 表示。

1.2 单目视觉相对位姿确定问题

特征点 P_i 在目标本体坐标系中的坐标为 $\{r_i | r_i = [x_{ti} \ y_{ti} \ z_{ti}]^T, i=1, \dots, n\}$,在相机坐标系中的坐标可表示为: $\{b_i | b_i = [x_{bi} \ y_{bi} \ z_{bi}]^T, i=1, \dots, n\}$,其在像平面上对应投影点为 C_i ,相应的坐标为 $[u_i \ v_i]^T$ 。CCD 校准与畸变参数求解可参见文献将相机简化为小孔成像模型,投影成像模型如图 1 所示。

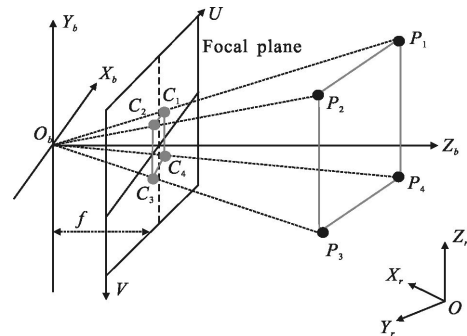


图 1 特征点投影成像示意图

Fig.1 Projection of feature points on target

根据小孔成像模型,并结合图 1 可知:

$$\begin{cases} x_{bi} = \kappa(u_i - u_0/2) \\ y_{bi} = \kappa(v_0/2 - v_i) \\ z_{bi} = f \end{cases} \quad (1)$$

式中: u_0, v_0 分别是相机像平面在 U 轴, V 轴的像元数; κ 表示单位像元大小。通过公式(1)可以将像平面上的二维坐标转化为特征点在相机坐标系中的三维坐标信息。

由于所有的特征点 P_i 都对应着一条从相机投影中心 O_b 发出的射线,该射线经过 C_i 指向目标,方向与特征点的投影方向相反,称之为逆投影线。逆投影线的单位矢量 n_i 可表示为:

$$n_i = \frac{1}{\sqrt{x_{bi}^2 + y_{bi}^2 + f^2}} \begin{bmatrix} x_{bi} \\ y_{bi} \\ f \end{bmatrix} \quad (2)$$

在理想情况下,像点 C_i 和特征点 P_i 均在逆投影线上,满足共线条件。因此特征点 P_i 在相机坐标系坐标 b_i 可以表示为:

$$b_i = d_i n_i \quad (3)$$

式中: d_i 为特征点景深; P_i 距离投影中心 O_b 的景深。

根据刚体的运动方程可知:

$$b_i = Ar_i + T \quad (4)$$

式中: $T = [t_x \ t_y \ t_z]^T$ 表示目标航天器相对于相机的平移矢量; A 为坐标系之间的转换矩阵, 表示两航天器之间的相对姿态, 满足集合

$$S = \{A | A^T A = I, \det(A) = +1\} \quad (5)$$

由上面的分析可知, 在理想情况下, 特征点 P_i 在逆投影线上的投影等于其自身, 即

$$b_i = n_i^T (Ar_i + T) n_i \quad (6)$$

由于在图像处理过程存在误差, 目标特征点 P_i 通常不在逆投影线上, 既公式(3)与公式(6)表示的坐标存在一定的误差, 结合公式(4), 利用这个误差定义误差函数

$$\begin{cases} e^2 = \sum_{i=1}^n \|(Ar_i + T) - n_i^T (Ar_i + T) n_i\|^2 \\ A \in S \end{cases} \quad (7)$$

式中: $\|\cdot\|$ 为向量 2-范数; e^2 为误差量。

那么单目视觉求解相对位姿问题就可以描述为对于已知在目标本体坐标系的特征点 P_i' 和像点坐标 C_i , 求解姿态矩阵 A , 平移矢量 T 和景深 d_i , 使公式(7)最小。这样就将相对位姿确定问题转化为一个非线性优化问题。

由参考文献[7]可知, 平移量 T 存在最优解, 可用姿态矩阵表示出来如公式(8)所示:

$$T(A) = \left(nI - \sum_{i=1}^n (n_i n_i^T) \right)^{-1} \sum_{i=1}^n (n_i n_i^T - I) A r_i \quad (8)$$

为使误差函数公式(7)达到最小, 结合公式(8), 可得到姿态矩阵的迭代求解式:

$$\begin{cases} A^{(k+1)} = \min \sum_{i=1}^n \|Ar_i + T(A^{(k)}) - n_i^T [A^{(k)} r_i + T(A^{(k)})] n_i\|^2 \\ A \in S \end{cases} \quad (9)$$

求解公式(9), 可得到相应的姿态矩阵, 利用得到的姿态矩阵反复执行上述过程, 直到目标函数式达到相应的精度要求。

基于逆投影思想, 上述算法的核心思想是使残差最小化, 由于平移量 T 可由姿态矩阵 A 经代数过程求得, 这使得姿态矩阵 A 的求解成为该算法能否顺利执行的核心问题。为便于后续分析, 将姿态求解

核心问题简化表述为如下形式:

$$\begin{cases} L(A) = \arg \min_A \sum_{i=1}^n \|b_i - Ar_i\|^2 \\ A \in S \end{cases} \quad (10)$$

根据文中坐标系定义, r_i 是特征点在目标本体坐标系 $O_X Y Z_r$ 中的位置矢量; b_i 是特征点在相机坐标系中的位置矢量。可以令 $b_i = n_i^T [A^{(k)} r_i + T(A^{(k)})] n_i - T(A^{(k)})$, 即可以将其化为与公式(9)同样的形式, 以下为了便于表述, 均针对公式(10)进行求解。

1.3 正交 Procrustes 模型

如上所述, 相对位姿求解可被转化为一个如公式(10)所示的非线性约束最小二乘问题, 且由于公式(10)的约束是正交的, 可考虑将此问题转化为一个标准正交 Procrustes 形式, 进而应用相应的正交 Procrustes 问题求解方法获得最终解。

Procrustes 问题就是求解一个矩阵 Q , 使得 CQ 尽量接近 B , 矩阵 C 与矩阵 B 是给定的。求解问题

$$f(Q) = \min_Q \|CQ - B\|_F \quad (11)$$

其中, $C \in B^{m \times n}$, $B \in R^{m \times k}$, $Q \in R^{n \times k}$; $\|\cdot\|_F$ 表示 F 范数。若给矩阵 Q 加上约束条件, 则公式(11)就是约束条件下的 Procrustes 问题。在文中, 求解的目标矩阵是姿态矩阵, 满足正交约束, 且是方阵, 约束条件如公式(5)所示。称这样的 Procrustes 问题为正交约束下的均衡 Procrustes 问题。均衡 Procrustes 问题以及相关广的 Procrustes 问题在视觉测量领域有着广泛的应用。

将文中需求解的目标函数公式(10)转化为标准的 Procrustes 形式,

$$\begin{aligned} f(A) &= \arg \min_A \sum_{i=1}^n \|b_i - Ar_i\|_F^2 = \\ &= \arg \min_A \|B - AR\|_F^2 = \min_A \|R^T A^T - B^T\|_F^2 \end{aligned} \quad (12)$$

其中 R, B 已知, $A \in S$ 。

2 持续投影算法

由上文分析可知, 可将相对位姿求解问题表述为标准正交 Procrustes 形式, 为了求解此问题, 文中将采用持续投影算法。

持续投影算法是指将姿态矩阵分列求解, 在每一列求解过程中采用投影算法, 即求解二次等式约

束下的最小二乘问题(Least square problem with a quadratic equality constraint, LSQE),最后进行全局修正,多次迭代后可得到误差允许范围内的姿态矩阵。

2.1 基于 LSQE 的投影算法

首先,给出姿态矩阵每一列的求解方程:

$$\min_{\|a\|_2=1} \|R^T a_j - b_j\|_2^2 \quad a_j^T a_j = 1 \quad (13)$$

式中:姿态矩阵 $A^T=[a_1 \ a_2 \ a_3]$, a_j 为姿态矩阵第 j 列; b_j 为观测量 B^T 中第 j 列; R 为特征点在被追踪航天器本体中的坐标矢量。

采用投影算法求解该问题。在 $a_j^T a_j=1$ 的限制条件下,利用拉格朗日乘子法,可表示为:

$$\begin{bmatrix} RR^T & a_j \\ a_j^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_j \\ \varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Rb_j \\ I \end{bmatrix} \quad (14)$$

参考文献[10]给出了求解 ε 的迭代算式如下:

$$\varepsilon_{k+1} = \varepsilon_k - \frac{e_k^T f_k}{\|f_k\|_2^2 + \|\varepsilon_k\|_2^{\alpha-2} (\|e\|_2^2 \|f_k\|_2^2 - (e_k^T f_k)^2)} \quad (15)$$

式中,

$$\begin{aligned} e_k &= (RR^T + \varepsilon_k I)^{-1} Rb_j \\ f_k &= (RR^T + \varepsilon_k I)^{-1} e_k \end{aligned} \quad (16)$$

式中: α 为加速参数,当 $\alpha=-0.5$ 时对求解 LSQE 问题最有效。

利用 LSQE 算法,经上述推导,即可求得姿态矩阵 A 的某一列向量值。

2.2 持续投影算法

在上一小节中,利用 LSQE 算法可得到姿态矩阵 A 的某一列向量,下面将利用持续投影算法求得姿态矩阵的各个列向量并进行全局修正。由于文中采用的算法对列向量个数不做要求,为了便于后续拓展研究及其他领域应用,在这里记姿态矩阵 $A^T=[a_1 \ \dots \ a_k]$ 。首先取 a_j 迭代,修正姿态矩阵 A 。求解下述问题:

$$\min_{\|a_j\|_2=1, a_j^T A_j=0} \|R^T a_j - b_j\|_2^2 \quad (17)$$

式中: $A_j^T=[a_1, \dots, a_{j-1}, a_{j+1}, \dots, a_k]$ 。

根据参考文献[11-12]中给出的简化方法,采用 A^T 的正交补 H 可以来简化求解公式(16)。设 A_j^T 的正交补为 $G_j=[a_j \ H]$ 。因此向量 a_j 可写成,其中 $a_j=G_j x$ 并且 $x \in R^{3 \times 1}$ 为单位向量。

公式(17)等价于下述的 LSQE 问题:

$$\min_{\|x\|_2=1} \|R^T G_j x - b_j\|_2^2 \quad (18)$$

利用上一小节中的方法求解公式(18),得到最优解 x^* 。由此可得 $a_j^*=G_j x^*$,逐列求解即可得到优化后的姿态矩阵记为 \hat{A}^T 。显然,若 W 是 x^* 的零空间正交基,那么优化后的矩阵 \hat{A}^T 的正交补就是 $\hat{H}=G_j W$ 。反复进行上述的优化迭代过程,直到误差量小于预设上限。

综上,求解公式(12)的持续投影算法流程框图如图 2 所示。

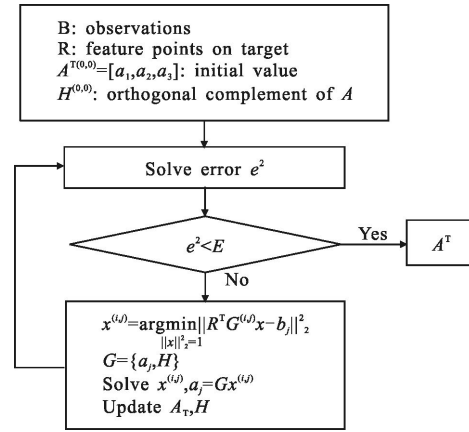


图 2 持续投影算法流程图

Fig.2 Flow chart of successive projection method

由于标准正交矩阵序列 $A^{T(i,j)}$ 是有界的,则 $A^{T(i,j)}$ 必有聚点。且可证明对于任意的常数 $j \leq k$,第 j 个子序列 $\{A^{T(i,j)}\}$ 的任意一个聚点必定满足^[11]:

$$\|R^T a_j^* - b_j\|_2^2 = \min_{a \perp A_j, \|a\|=1} \|R^T a - b_j\|_2^2 \quad (19)$$

其中, $A_j^*=[a_1^*, \dots, a_{j-1}^*, a_{j+1}^*, \dots, a_k^*]$ 。

假设 A^T 是 k 个序列共同的聚点,那么 A^T 满足公式(19),可以推知 $A^{T(n+a,j)} \rightarrow A^T$,由此序列 $\{A^{T(i,j)}\}$ 是收敛的得证,进而可由全局收敛性定理证得文中所提相对位姿确定算法全局收敛。

3 仿真与结果分析

假设目标航天器的几何特征外形已知,这里采用某型号卫星的真实尺寸,将已知的被服务航天器模型简化为可提取特征点的特征点模型,各特征点在特征点模型中的坐标如表 1 所示。

表 1 特征点坐标

Tab.1 Coordinates of feature points

Feature points	X/mm	Y/mm	Z/mm
P1	1 300	-400	450
P2	1 300	400	450
P3	350	400	450
P4	350	1350	450
P5	-350	1350	450
P6	-350	400	450
P7	1 300	400	450
P8	1 300	-400	450
P9	-350	-400	450
P10	-350	1 350	450
P11	350	1 350	450
P12	350	-400	450
P13	350	-400	-450
P14	350	400	-450
P15	-350	400	-450
P16	-350	-400	-450
P17	300	-300	550

设两航天器之间的实际相对位姿参数为:

(1) 相对姿态角: $[\phi \ \theta \ \psi]=[10^\circ \ 15^\circ \ 8^\circ]$

(2) 相对位置: $T=[-4 \ 1 \ 10]^T m$

相机内参数如下:相机焦距为 12 mm;像平面分辨率为 1 280×1 024;像元大小为 12 μm×12 μm。

迭代的 $A^{(0)}$ 的初值设为 $I_{3 \times 3}$, 截止误差阈值 E 设为 1×10^{-8} 。将特征点在像平面成像点坐标作为观测量, 设特征点提取初始偏差为两像素。

采用上述仿真参数和初始值, 利用基于逆投影思想建立的相对位姿求解模型, 结合文中推导持续投影算法进行仿真分析, 算法迭代过程中相对角度误差变化曲线如图 3~图 4 所示。

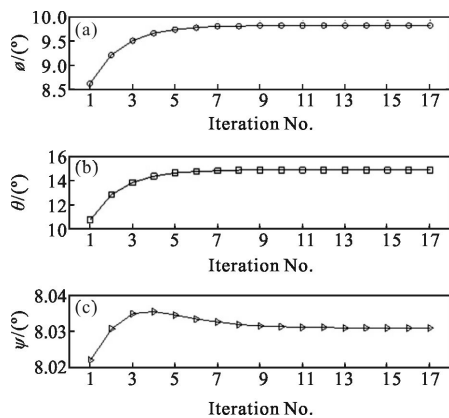


图 3 姿态角收敛

Fig.3 Convergence of attitude angle

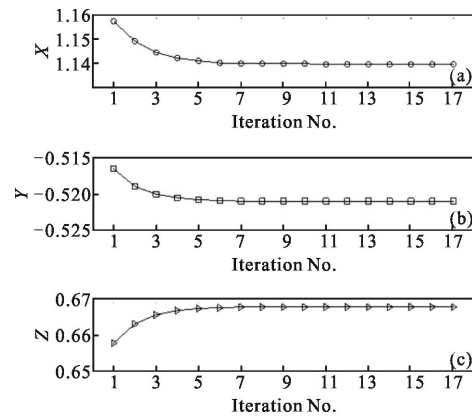


图 4 位移量收敛

Fig.4 Convergence of relative position

由图可知, 在初始特征点提取噪声较大的情况下, 姿态角与位移量也能较快收敛到真值附近, 误差较小。进一步定义相对误差百分比, 在收敛之后姿态角和位移量能够保持在 4% 以内, 说明本算法具有较快的收敛速度与较高的计算精度, 同时也具有较高的鲁棒性。

4 结论

针对基于单目视觉的航天器间相对位姿确定问题, 考虑由于利用非合作目标上的自然特征所引起的误差增大等因素, 提出了一种基于逆投影思想的持续投影算法, 并理论证明了该方法的收敛性。以面向航天器在轨服务的相对位姿确定问题为背景, 对所提算法进行了数学仿真验证, 结果表明该方法收敛速度较快, 且在特征点提取误差较大时表现出较高的鲁棒性。另外文中提出的算法也可用在多视测量、人脸识别等非方阵姿态矩阵求解等问题中, 具有广泛的应用价值。

参考文献:

[1] Xu Wenfu, Liu Yu, Liang Bin, et al. Measurement of relative poses between two non-cooperative spacecrafts [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2009, 17(7): 1570–1581. (in Chinese)
徐文福, 刘宇, 梁斌, 等. 非合作航天器的相对位姿测量 [J]. *光学精密工程*, 2009, 17(7): 1570–1581.

[2] Tian Ning, Sun Junhua, Liu Zhen. Real-time light-spot positioning for target observation and aiming based on monocular vision[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014,

- 43(6): 2046–2050. (in Chinese)
田宁, 孙军华, 刘震. 单目视觉目标观瞄光点实时定位方法[J]. 红外与激光工程, 2014, 43(6): 2046–2050.
- [3] Feng Chun, Wu Hongtao, Chen Bai. Method for relative pose parameters between spacecraft based on mixing of multi-sensor [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(5): 1616–1622. (in Chinese)
冯春, 吴洪涛, 陈柏. 基于多传感器融合的航天器间位姿参数估计[J]. 红外与激光工程, 2015, 44(5): 1616–1622.
- [4] Lv Yaowen, Wang Jianli, Wang Haojing, et al. Estimation of camera poses by parabolic motion [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2014, 22(4): 1078–1085. (in Chinese)
吕耀文, 王建立, 王昊京, 等. 应用抛物线运动估计摄像机姿态[J]. 光学精密工程, 2014, 22(4): 1078–1085.
- [5] Shuster M D. Approximate algorithms for fast optimal attitude computation [C]//AIAA Guidance and Control Conference, New York, NY: AIAA, 1978: 88–95.
- [6] Haralick R M, Joo H, Lee C N, et al. Pose estimation from corresponding point data [J]. *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on*, 1989, 19(6): 1426–1446.
- [7] Lu C P, Hager G D, Mjolsness E. Fast and globally convergent pose estimation from video images [J]. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, 2000, 22(6): 610–622.
- [8] Gower J C. Generalized procrustes analysis [J]. *Psychometrika*, 1975, 40(1): 33–51.
- [9] Zhang Zhiyong, Wang Qiong, Pu Liang, et al. Practical CCD camera calibration method [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2006(S4): 408–413.
张志勇, 王琼, 蒲亮, 等. 一种实用的 CCD 像机标定方法[J]. 红外与激光工程, 2006(S4): 408–413.
- [10] Zhang Z, Huang Y. A projection method for least squares problems with a quadratic equality constraint[J]. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 2003, 25(1): 188–212.
- [11] Zhang Zhenyue, Du Keqin. A successive projection method for Procrustes problem [J]. *Science in China Ser A Mathematics*, 2006, 36(7): 827–840. (in Chinese)
张振跃, 杜克勤. 正交非均衡 Procrustes 问题的持续投影算法[J]. 中国科学数学(中文版), 2006, 36(7): 827–840.
- [12] Du Keqin. Researches on Procrustes problems [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2005. (in Chinese)
杜克勤. Procrustes 问题的若干研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2005.