

## 基于 DSP 导弹预警系统的导弹弹道确定及落点预报精度分析

潘晓刚<sup>1</sup>, 刘 靖<sup>2</sup>

- (1. 国防科技大学 指挥军官基础教育学院, 湖南 长沙 410073;
2. 湖南涉外经济学院 信息学院, 湖南 长沙 410205)

**摘要:** 系统分析了 DSP 导弹预警系统的工作流程, 研究了 DSP 导弹预警系统对战略导弹的弹道确定和落点预报原理。在此基础上, 构建了 DSP 系统在双星凝视跟踪模式下的观测模型, 并根据战略导弹主动段动力学模型特性和自由端导弹动力学方程, 构建了导弹实时弹道确定中的简化状态模型和落点预报模型。在观测模型和状态模型基础上, 提出了双星观测模式下的弹道导弹主动段实时弹道确定方法。基于 UKF 非线性滤波技术, 通过随机采样点逼近非线性观测方程和导弹主动段, 在不必求解雅克比矩阵的情况下, 实现了 DSP 导弹防御系统对战略导弹主动段的实时弹道确定和实时落点预报功能。最后, 基于 STK 仿真实现了 DSP 导弹预警的全过程, 仿真结果表明, 双星观测模式下, DSP 导弹预警系统对战略导弹的落点预报精度能达到 10~50 km, 完全满足战术需求。

**关键词:** DSP 导弹预警系统; UKF 算法; 落点预报

**中图分类号:** TJ76    **文献标志码:** A    **文章编号:** 1007-2276(2015)S-0147-05

## Impact-point precision analysis of DSP ballistic missile early warning system

Pan Xiaogang<sup>1</sup>, Liu Jing<sup>2</sup>

- (1. Military College of National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)
2. Information Institute of Hunan International Economics University, Changsha 410205, China)

**Abstract:** The technological process of guided missile defense systems (DSP) was analyzed, and the impact-point prediction and orbit determination of strategic missile theory based DSP satellite were proposed. Thus, with the mode of two satellites spaced, the measurement model of DSP satellite was put forward. In order to calculate the orbit of the missile, the dynamic model with multi-parameters of the powered phase and free section of the missile were created. For simplifying the calculation, the reduced dynamic model of missile was put forward in order to reconstruct the whole simulation of ballistic missile early warning system, which was ballistic determination and the impact-point prediction. Then the UKF filter algorithm was used to calculate the position and velocity of missile on real time. Finally, the simulation experiment based on STK was generated, and the results show that the impact-point prediction precision can be 10-50 km, which can satisfy the basic military requirement.

**Key words:** DSP ballistic missile early warning system; UKF algorithm; impact-point prediction

收稿日期: 2015-10-05; 修订日期: 2015-11-10

基金项目: 航天创新基金; 国防科技大学校预研基金

作者简介: 潘晓刚(1979-), 男, 副教授, 博士, 主要从事空间目标监测与识别方面的研究。Email: panxiaogang\_nudt@163.com

## 0 引言

美国的弹道导弹防御系统(BMD)由四部分组成,即导弹预警系统、导弹跟踪与制导系统、地基拦截系统(GBI),以及作战管理、指挥、控制、通信系统(BMC3)。导弹预警系统由两大体系构成组成:一是空间预警卫星系统(国防支援计划 DSP、天基红外系统 SBIRS),二是地基预警雷达(UERW)系统。四部分共同组成了天基观测预警、地基引导预警、地面拦截等功能,相互支撑组成了全空域监视、预警、探测、拦截系统。美国国防支援计划 DSP 系统是导弹防御系统的空间组成部分,其主要作用是为国家指挥机构和作战司令部提供导弹发射和核爆炸的早期检测和预警。DSP 卫星部署在地球同步轨道上。目前在轨运行的 DSP 卫星共有 5 颗,其中 4 颗为工作星,1 颗为备用星<sup>[1-2]</sup>。导弹发射时,用红外传感器扫描地球临边空域,捕获来自导弹发动机热量,经过图像处理传递给地面指控中心,中心计算机根据目标状态数据计算目标轨迹,并预测落点形成预报信息发送至地面雷达预警系统,和 GBI 系统,在地球大气层外拦截来袭的弹道导弹弹头并利用直接碰撞将其摧毁<sup>[2]</sup>。如何评估分析 DSP 导弹预警系统的导弹落点预测精度不仅对于构建导弹防御系统至关重要,还能为提高我国导弹突防能力提供参考。文中首先构建了 DSP 卫星的观测模型,然后利用非线性滤波方法构建了导弹预警模型,最后基于导弹再入段动力学模型,构建了导弹落点预报模型。

## 1 观测模型和状态模型构建

### 1.1 DSP 观测模型构建

DSP 卫星系统搭载有红外扫描相机和可见光电视相机等传感器,其中红外扫描相机主要基于内光电效应进行光电探测,依赖于自旋稳定的卫星平台,带动红外相机对地球地平线上空域进行扫描,用于捕获导弹尾焰的红外辐射。可见光相机主要用于校验红外相机,防止高空云层反射太阳光、地球森林火灾等红外特性引起 DSP 红外相机的虚警。

设目标在第  $i$  个 DSP 卫星本体坐标系中的坐标为  $X_{iis}=(x_{iis}, y_{iis}, z_{iis})^T$ , 则 DSP 红外探测到的目标状态模型可描述为:

$$z = \begin{bmatrix} \eta \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \arctan\left(\frac{y_{iis}}{x_{iis}}\right) \\ \arctan\left(\frac{z_{iis}}{\sqrt{x_{iis}^2 + y_{iis}^2}}\right) \end{bmatrix} + v$$

式中: $z$  为观测量; $v$  为观测噪声,设其为高斯白噪声。

值得注意的是此处目标状态是在 DSP 本体坐标系中,构建预警弹道估计算法需要转换成惯性坐标系。

### 1.2 主动段运动建模

导弹飞行中,主动段一般分为四个阶段:垂直上升段、有攻角转弯段、重力转弯段、瞄准段。在这四个阶段中,导弹主发动机和控制系统一直处于工作状态,导弹在地心直角坐标系下的质心运动微分方程为:

$$m \frac{dv}{dt} = F + R + G + F_c + F_e \quad (1)$$

式中: $m$  为导弹瞬时质量; $v$  为速度矢量; $t$  为时间变量; $F$  为推力,是导弹攻角  $\alpha$ ,侧滑角  $\beta$ 、推力加速度大小以及速度方向的函数; $R$  为空气阻力; $G$  为地球引力; $F_c = -2m\omega \times v$  为哥氏惯性力矢量; $F_e = m\omega \times (\omega \times p)$  为牵连惯性力矢量; $p$  为位置矢量; $\omega$  为地球旋转矢量。

虽然推力、气动力、控制力和重力为影响导弹运动的主要因素,但 DSP 所能发现的目标高度一般在 10 km 以上,相比推力和重力,大气阻力可以忽略,则 DSP 预警系统探测的导弹主动段动力学方程可简化为:

$$\frac{dv}{dt} = F/m + g - 2\omega \times v + \omega \times (\omega \times p)$$

### 1.3 自由段导弹运动学方程

战略导弹在自由段主要受到地球引力的影响,重力加速度在地心固定坐标系下的动力学方程可描述为:

$$V_s = V_0 + V = \frac{\mu}{r} + \frac{\mu}{r} \left\{ \sum_{n=2}^{\infty} C_{n0} \left(\frac{a}{r}\right)^n P_n(\sin\varphi) + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=1}^n \left(\frac{a}{r}\right)^n P_{nm}(\sin\varphi) [C_{nm} \cos(m\lambda) + S_{nm} \sin(m\lambda)] \right\} \quad (2)$$

式中: $V_s$  为地球引力位函数; $V_0 = \mu/r$  为球形引力位; $V$  为非球形引力位; $r$  为地球质心与弹头之间的距离; $\mu$  为地球引力常数; $a$  为地球长半轴; $P_n(\cdot)$  为  $n$  阶勒让德多项式; $P_{nm}(\cdot)$  为  $n$  阶  $m$  级缔合勒让德多项式; $C_{n0}, C_{nm}, S_{nm}$  为常系数,表示地球内部质量的分布情况; $\lambda, \varphi$  为经度和地心纬度。

由于自由段飞行时间相比卫星轨道而言非常短暂,因此,实际应用中仅取地球非球形引力项中的  $J_4$  项。

当 DSP 系统通过主动段弹道确定方法确定出目标弹道之后,将关机点目标状态输入到自由段动力学方程中,即可计算出弹道落点。

## 2 非线性 UKF 方法的导弹弹道确定

导弹的高度飞行特性和非线性使得目标跟踪方程也呈现出强烈的非线性特点,传统的 EKF 滤波算法是将目标状态方程和观测方程线性化后取一阶项,引起截断误差,从而影响精度<sup>[3]</sup>,为此,文中构建了基于 UT 变换<sup>[4]</sup>的 UKF 非线性滤波方法对弹道进行估计。

### 2.1 UT 变换

UKF 方法跟 EKF 一样也是递归式贝叶斯估计方法,UT 变换是 UKF 算法的基础,是计算非线性传递的随机向量概率的一种方法<sup>[5]</sup>。为推导简洁,在推导 UKF 算法中,假设非线性函数为:

$$y=f(x) \tag{3}$$

式中:随机变量  $x$  为  $n$  维向量,均值为  $\bar{x}$ ,协方差阵为  $P_{xx}$ ,要预测  $m$  维随机变量  $y$  的均值  $\bar{y}$  和协方差阵  $P_{yy}$ 。

将公式(3)在  $\bar{x}$  处进行 Taylor 展开。令  $x=\bar{x}+\Delta x$ ,其中  $\Delta x$  为零均值的随机变量,显然其协方差为  $P_{xx}$ ,取有限项近似  $\bar{y}$  和  $P_{yy}$ 。

$$y=f(\bar{x}+\Delta x)=f(\bar{x})+\nabla f \cdot \Delta x+\frac{1}{2!} \nabla^2 f \cdot \Delta x^2+\frac{1}{3!} \nabla^3 f \cdot \Delta x^3+\dots \tag{4}$$

$$\bar{y}=E(y)=E(f(\bar{x})+\nabla f \cdot \Delta x+\frac{1}{2!} \nabla^2 f \cdot \Delta x^2+\dots)$$

$$\frac{1}{3!} \nabla^3 f \cdot \Delta x^3+\dots)=f(\bar{x})+\frac{1}{2} \nabla^2 f \cdot P_{xx}+\frac{1}{6} \nabla^3 f E(\Delta x^3) \tag{5}$$

$$P_{yy}=E((y-\bar{y})(y-\bar{y})^T)=\nabla f P_{xx}(\nabla f)^T+\frac{1}{2} \nabla^2 f E(\Delta x^3)(\nabla^2 f)^T+\frac{1}{2} \nabla^2 f E(\Delta x^3)(\nabla f)^T+\frac{1}{2} \nabla^2 f [E(\Delta x^4)-E(\Delta x^2 P_{xx})-E(P_{xx} \Delta x^2)+P_{xx}^2](\nabla^2 f)^T+\dots \tag{6}$$

EKF 仅取第一项以便得到  $\bar{y}$  和  $P_{yy}$ ,因而误差比较大;UT 变换采用确定性采样策略,根据  $x$  的均值和方差分别为  $\bar{x}$  和  $P_{xx}$  生成一组 Sigma 点,用多个粒子点逼近  $f(\cdot)$  的概率密度分布,从而通过计算变换后的 Sigma 点的均值和方差来获得  $\bar{y}$  和  $P_{yy}$  更高阶的近似,UT 变换步骤如下:

步骤(1):构造 Sigma 点。根据输入变量  $x$  的统计

量  $\bar{x}$  和  $P_{xx}$ ,选择一种 Sigma 点采样策略,得到 Sigma 点集  $\{\chi_i\}, i=0, 1, \dots, L$ ,以及对应的权值  $\omega_i^m$  和  $\omega_i^c$ 。其中,  $L$  为所采用的采样策略的 Sigma 点个数,  $\omega_i^m$  为均值加权所用权值,  $\omega_i^c$  为协方差加权所用权值。对称采样策略中  $L=2n$ 。

$$\chi_0=\bar{x}$$

$$\chi_i=\bar{x}+(\sqrt{(n+\kappa)P_{xx}})_i, i=1, \dots, n$$

$$\chi_i=\bar{x}-(\sqrt{(n+\kappa)P_{xx}})_i, i=n+1, \dots, 2n \tag{7}$$

对应的权值为:

$$\omega_i^m=\omega_i^c=\omega_i=\begin{cases} \kappa/(n+\kappa), & i=0 \\ 1/2(n+\kappa), & i \neq 0 \end{cases} \tag{8}$$

式中:  $\kappa$  为比例参数,可用于调节 Sigma 点和  $\bar{x}$  的距离,仅影响二阶之后的高阶矩带来的偏差,对于高斯分布,  $\kappa$  的有效取值为  $n+\kappa=3$ ;  $(\sqrt{(n+\kappa)P_{xx}})_i$  为  $(n+\kappa)P_{xx}$  的平方根矩阵的第  $i$  行或列;  $\omega_i$  为第  $i$  个 Sigma 点的权值;

步骤(2):Sigma 变换。对 Sigma 点集  $\{\chi_i\}$  中的每个采样点进行  $f(\cdot)$  非线性变换,得到变换后的 Sigma 点集  $\{y_i\}$

$$y_i=f(\chi_i), i=0, 1, \dots, 2n \tag{9}$$

步骤(3):求解  $y$  的均值和方差。对变换后的 Sigma 点集  $\{y_i\}$  进行加权求和,从而得到输出变量  $y$  的统计量  $\bar{y}$  和  $P_{yy}$  的近似值。

$$\bar{y} \approx \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^m y_i, P_{yy} \approx \sum_{i=0}^{2n} \omega_i^c (y_i-\bar{y})(y_i-\bar{y})^T$$

UKF 滤波算法的递推思想与 EKF 一样,都是对状态的均值和协方差进行序贯估计,其结构流程的递推步骤也是由状态与协方差的时间更新和测量更新构成。

### 2.2 UKF 滤波和预测算法

将主动段目标方程和 DSP 系统地观测方程组合成滤波方程如下:

$$\begin{cases} \dot{X}(t)=f[X(t), t]+W(t) \\ Y=H(t)+S+\varepsilon \end{cases} \tag{10}$$

其中,  $X=(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, S_r, S_a, S_b)^T, f=(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \ddot{r}_x, \ddot{r}_y, \ddot{r}_z, 0, 0, 0)^T$ 。

基于 UKF 的自主导航算法如下:

步骤(1): 采样

首先根据  $k$  时刻的航天器状态  $X_k$ , 按照采样策略构造 Sigma 点  $\{\chi_i(k|k)\}, i=0, 1, \dots, 2n$  和权重  $\omega_i$ ;

步骤(2): 状态预测

对每组 Sigma 点进行积分, 获得  $k+1$  时刻的 Sigma 点集  $\{\chi_i(k+1|k)\}, i=0, 1, \dots, 2n$ , 求得  $k+1$  时刻的状态  $X_{k+1|k}$  以及协方差矩阵  $P(k+1|k)$ ;

$$\chi_i(k+1|k)=f(\chi_i(k|k)), X(k+1|k)=\sum_{i=0}^{2n} \omega_i^m \chi_i(k+1|k) \quad (11)$$

$$P(k+1|k)=\sum_{i=0}^{2n} \omega_i^c (\chi_i(k+1|k)-X(k+1|k))^T + Q \quad (12)$$

$$(\chi_i(k+1|k)-X(k+1|k))^T + Q$$

$$\hat{Y}_i(k+1|k)=H[\chi_i(k+1|k)], \hat{Y}(k+1|k)=\sum_{i=0}^{2n} \omega_i^m Y_i(k+1|k) \quad (13)$$

步骤(3): 测量预测

按照测量方程计算  $\{\chi_i(k+1|k)\}$  的测量 Sigma 点, 并求得  $k+1$  时刻的测量预测量和测量协方差矩阵, 以及状态向量和测量向量的协方差矩阵。

$$P_z(k+1|k)=\sum_{i=0}^{2n} \omega_i^c (\hat{Y}_i(k+1|k)-\hat{Y}(k+1|k))^T + R \quad (14)$$

$$P_{xz}(k+1|k)=\sum_{i=0}^{2n} \omega_i^c (\chi_i(k+1|k)-X(k+1|k))^T (\hat{Y}_i(k+1|k)-\hat{Y}(k+1|k))^T \quad (15)$$

步骤(4): 增益计算

$$K(k+1)=P_{xz}(k+1|k)P_z^{-1}(k+1|k)$$

步骤(5): 状态更新

如果有测量量输入, 则计算增益矩阵, 并按下式更新状态向量和协方差矩阵向量, 而如果没有测量量输入则转向步骤(1)。

$$X(k+1|k+1)=X(k+1|k)+K(k+1)(Y(k+1)-\hat{Y}(k+1|k))$$

$$P(k+1|k+1)=P(k+1|k)-K(k+1)P_z(k+1|k)-K^T(k+1|k)$$

UKF 方法比 EKF 方法能够更好地逼近系统状态的均值和方差。但由于 UKF 算法比 EKF 多  $2n+1$  个积分过程, 计算效率比 EKF 要低, 可以适当降低采样频率, 保证计算能有效进行。

### 3 仿真试验

#### 3.1 仿真条件

设两颗 DSP 卫星定位在太平洋和印度洋上空,

卫星平台搭载有双色短波红外、可见光探测器以及核爆炸探测装置。红外探测线阵列每分钟扫描地球表面 6 次。侦测到目标后, 探测器由扫描状态转为凝视状态, 能够持续跟踪导弹, 并实时预报导弹落点。用 STK 模拟实现整个预警过程, 并生成观测数据(图 1~2)。设两颗 DSP 卫星探测器测量精度为 5 arcsec, 通过模拟系统分析, 可以看出, 两颗 DSP 卫星可以覆盖全球 80% 以上的地球。

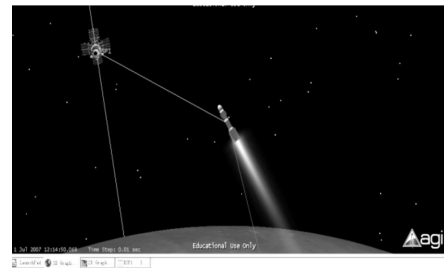


图 1 DSP 卫星捕获导弹主动段信息

Fig.1 Information of powered phase was captured by DSP satellites

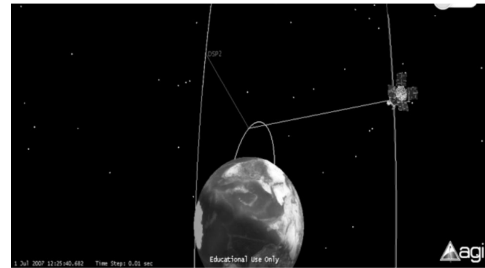


图 2 DSP 卫星观测导弹图

Fig.2 Sketch map of observation by DSP satellites

#### 3.2 实验结果

利用文中提供的算法, 由 STK 和 matlab 组成模拟仿真系统, 计算结果如图 3~5 所示。

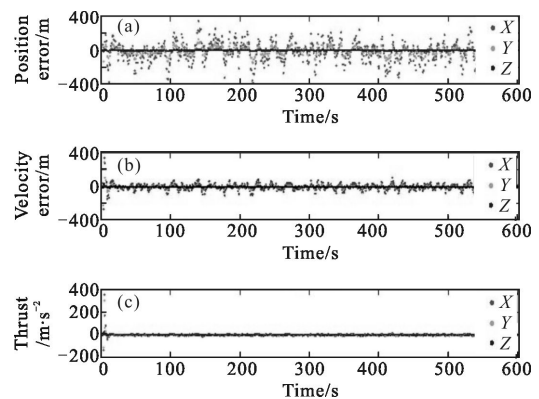


图 3 DSP 卫星对导弹主动段定位残差

Fig.3 Postion error of powered phase with the DSP satellites system

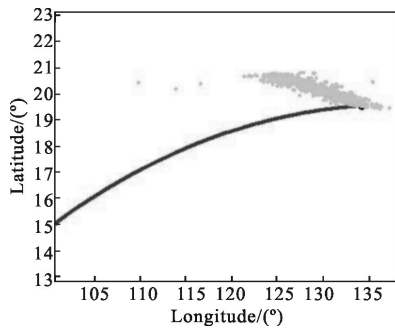


图 4 落点估计偏差

Fig.4 Estimation of point of fall

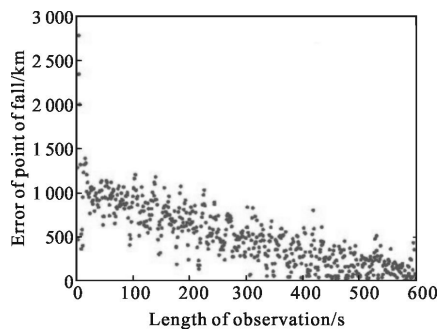


图 5 DSP 观测时长与估计落点偏差的关系图

Fig.5 Connection of point of fall with observation length of DSP

从图 3 中 DSP 卫星对导弹主动段估计残差可以看出:双星观测模式下,观测随机误差对导弹速度估计精度影响较大,其主要原因在于导弹主动段动力学模型待估计参数较多,模型较复杂,可观测度不佳,造成速度偏差较大,因此落点估计偏差较大。随着观测弧段的逐渐增加,状态模型中导弹推力逐渐被估计出来,落点偏差逐渐逼近真实落点,落点估计偏差呈现明显的下降趋势(见图 4 和图 5)。对落点偏差进行滤波平滑可以得到,该仿真条件下,落点预报精度在 10~50 km 之间,对于战略导弹的估计而言,

足以满足预警需求。

## 4 结 论

DSP 系统是导弹防御系统的空间组成部分,能够为国家指挥机构和作战司令部提供导弹发射和核爆炸的早期检测和预警,文中通过 STK 仿真实现了 DSP 双星观测的导弹预警流程,并模拟计算了该模式下导弹预警计算的落点偏差。仿真结果表明,双星观测模式下,DSP 卫星能检测 80%以上的导弹发射,并且从捕获阶段就能提供落点预报。随着观测弧段的逐渐增加,预报精度也逐渐提高。导弹关机后,系统提供的落点预报精度能达到 10~50 km,满足预警需求。

## 参考文献:

- [1] Marina Malenic. Missile warning for the future[J]. *Air Force Magazine*, 2010(10): 66-68.
- [2] Hu Zhentao, Chu Yanping, Liu Xianxing. Algorithm of multi-sensors data fusion based on the variance of the measured error adaptive[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2005, 34(6): 741-746.  
胡振涛, 楚艳萍, 刘先省. 测量方差自适应的多传感器数据融合算法[J]. *红外与激光工程*, 2005, 34(6): 741-746.
- [3] Futter A. NATO, ballistic missile defense and the future of US tactical nuclear weapons in Europe [J]. *European Security*, 2011, 20(4): 547-562.
- [4] Zhaborovskyi V P. Quantitative analysis of the atmospheric density models applicable for determination of artificial satellite deceleration [J]. *Kinematics & Physics of Celestial Bodies*, 2014, 30(6): 308-312.
- [5] Simon Julier. The spherical simplex unscented transformation [C]//American Control Conference, 2003: 2430-2434.