

## 横向压电效应变形镜优化设计

吴伟彬<sup>1,2</sup>, 戴一帆<sup>1,2</sup>, 关朝亮<sup>1,2</sup>, 范占斌<sup>1,2</sup>, 钟曜宇<sup>1,2</sup>

- (1. 国防科学技术大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073;
2. 超精密加工技术湖南省重点实验室, 湖南 长沙 410073)

**摘要:** 变形镜作为自适应光学系统中的关键部件, 起到校正波前误差的作用。其中横向压电效应变形镜应用较为广泛, 其设计参数对系统的性能有重要影响, 因此需要进行优化设计。仿真表明, 减小 Si 镜和 PZT 的厚度可以提高系统最大变形量, 但会降低一阶固有频率。通过正交匹配两者的厚度参数可满足系统的工作要求。夹具的材料和结构参数会影响系统的热变形特性。使用与镜片材料相同的夹具, 系统的热变形最小, 对高度和壁厚进行优化可以减小甚至消除系统的热变形。最后, 通过电压特性仿真得到了优化后变形镜各分立电极的影响函数。

**关键词:** 自适应光学; 横向压电效应; 变形镜; 优化设计; 仿真

**中图分类号:** O438 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201645.0818003

## Optimization design for transversal piezoelectric effect deformable mirror

Wu Weibin<sup>1,2</sup>, Dai Yifan<sup>1,2</sup>, Guan Chaoliang<sup>1,2</sup>, Fan Zhanbin<sup>1,2</sup>, Zhong Yaoyu<sup>1,2</sup>

- (1. College of Mechatronic Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;
2. Hunan Key Laboratory of Ultra-precision Machining Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Deformable mirror as the key part of the adaptive optics systems, plays a role of correcting the wavefront error. The transversal piezoelectric deformable mirror is widely used, and its design parameters have important influence on the system performance, so the optimization is needed. The simulation results show that minishing the thickness of Si mirror and PZT player can increase the maximal displacement, but decrease the first natural frequency of the system. The system working requirements can be satisfied by the orthogonal matching of thicknesses. The material and structure parameters of the fixture affect the system thermal deformation performance. Using the same material as the mirror for the fixture, the system thermal deformation is minimum, the height and wall thickness of the fixture can be optimized to reduce or even eliminate the system thermal deformation. Finally, the influence function of the discrete electrode is obtained by the simulation of voltage performance.

**Key words:** adaptive optics; transversal piezoelectric effect; deformable mirror (DM); optimization design; simulation

收稿日期: 2015-12-20; 修订日期: 2016-01-23

基金项目: 新世纪优秀人才资助计划(NCET-12-0144)

作者简介: 吴伟彬(1992-), 男, 硕士生, 主要从事自适应光学方面的研究。Email: 459804305@qq.com

导师简介: 戴一帆(1966-), 男, 教授, 博士, 主要从事精密工程与计算机控制方面的研究。Email: dyf@nudt.edu.cn

## 0 引言

自适应光学系统广泛应用于检测和校正大气扰动等因素带来的光学成像误差<sup>[1]</sup>。变形镜(DM)作为一种典型的波前校正器,在自适应光学系统中起到校正波前误差的作用<sup>[2]</sup>。目前,变形镜按驱动方式可分为以下几类:基于纵向压电效应的传统压电变形镜、基于微机电系统(MEMS)技术构造的分立式变形镜和连续式薄膜变形镜(Membrane DM)、基于横向压电效应的双压电片变形镜(Bimorph DM)以及基于光电效应的液晶变形镜(Liquid crystal DM)等<sup>[3]</sup>。

其中,基于现有制造工艺,传统压电变形镜具有工序复杂、制造周期长、加工成本高等缺点,另外受其结构限制,导致自适应光学系统体积较大;MEMS变形镜是近年来发展很快的一项技术,但是要实现它在自适应光学系统中的成熟应用,还需要对其材料、工艺等进一步深入研究<sup>[4]</sup>;而大多数液晶变形镜受工作原理限制只能作用于偏振光<sup>[5-6]</sup>,对信号光能的利用率较低,不适于在天文学领域中应用。同时相对于其他几种变形镜,液晶变形镜的响应速度较慢,对大气湍流等因素引起的高频畸变成分校正效果不好<sup>[7]</sup>;相比之下横向压电效应变形镜具有变形量大、结构简单、造价低廉等优点,而且还可直接与曲率传感器配合使用来提高自适应光学系统的响应速度<sup>[8]</sup>,是目前国内外研究的热点。

目前横向压电效应变形镜的研究还处于起步阶段,所以有必要对系统的结构进行优化。近年来的优化方法多是针对压电驱动器的结构进行的,并以解析法为主<sup>[9-10]</sup>。在现有技术的条件下,根据工程研制需求及自适应光学系统的设计指标,文中设计了一种 19 单元的横向压电效应变形镜,用于进行自适应光学相关技术的研究。主要依靠有限元法(FEA)对基于横向压电效应的变形镜系统进行优化,并针对变形量、频响特性和热特性等指标对基本设计参数优化问题展开研究。

## 1 仿真建模概述

根据目前自适应光学系统校正像差的需求,设计的变形镜应能在 400 V 的加载电压下达到 3λ(约 1.896 μm)的变形量,响应频率达到 6.5 kHz 以上。参

考参考文献[7]中的变形镜结构进行仿真建模。

如图 1(a)所示,变形镜模型采用 Si 片和 PZT 层叠结构,Si 片上表面镀制可见光波段高反射膜,Si 片下表面和 PZT 材料上表面之间镀制一整块金属导电电极,作为接地电极(图示 g),接地电极与 Si 片用导电胶胶接。PZT 下表面镀制具有一定排布的电极阵列,作为可以分立控制的正电极(图示 e)。通常将 Si 片称为基底,PZT 材料称为压电层,镀制的金属导电电极称为电极层。电极层电极分布形式如图 1(b)所示。

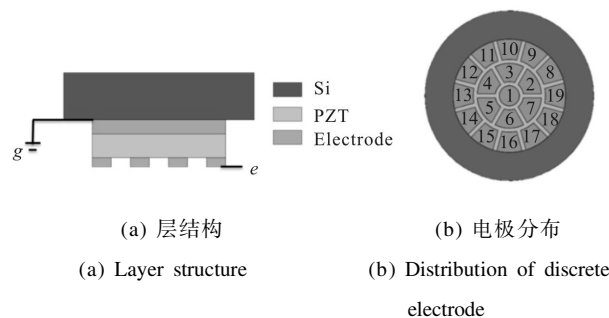


图 1 变形镜仿真模型示意图

Fig.1 Configuration of DM model

由于压电材料的横向逆压电效应,在极化方向上施加一定电压就会引起材料沿垂直于极化方向伸展或收缩<sup>[11]</sup>。对于纵向极化的压电片,在其表面施加电压时,压电片会沿着垂直于极化方向即径向方向变形,并且变形大小都相等。因此为了保证变形的均匀性,电极层各个分立电极大小需遵从空间频率一致的原则,即各个电极的面积大致相等<sup>[12]</sup>。

在厚度方向上的尺寸会直接影响系统的变形能力,根据以往经验初步选定 Si 片厚 1 mm,PZT 厚 0.5 mm。在厚度方向建模过程中忽略导电胶层,因为它相对来说较薄,完全按实际情况建模不仅不必要而且会导致有限元软件无法求解<sup>[13]</sup>。

如图 2 所示,镜片的夹持方式选择边缘固定紧支撑方式,并且设计了专门的夹具对硅片边缘进行

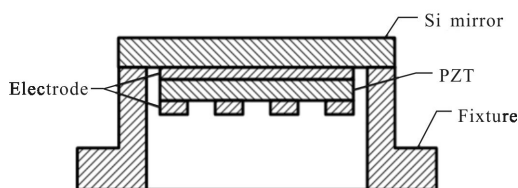


图 2 模型结构剖面图

Fig.2 Profile diagram of model

固定。夹具的尺寸设计主要包括口径、高度和壁厚三个方面。其中夹具的口径是根据系统孔径确定的,即前面的夹持边宽,因此这里只需要选定合适的高度和壁厚。根据设计经验,初步选定高度 10mm,壁厚 4mm。

## 2 基于变形量指标的厚度参数优化

按照系统孔径的要求已经确定了变形镜的径向尺寸。下面以优化变形量大小为目标,分别仿真在不同 PZT 和 Si 片厚度下系统的最大变形量。采用正交仿真的方法,在选定的 5 组不同 PZT 厚度下分别仿真系统最大变形量随 Si 片厚度的变化。

图 3 是在 5 组不同 PZT 厚度下,3# 电极在 400 V 电压下的最大变形随 Si 片厚度增大的变化图。当选定一组 PZT 厚度固定时,最大变形量随 Si 片厚度增大而减小;从纵向来看,当 Si 片厚度固定时,变形量同样也随 PZT 厚度增大而减小,但是当 Si 片厚度达到一定程度(1.5 mm 左右)时,变形量大小趋于稳定,几乎不随 PZT 的厚度变化。

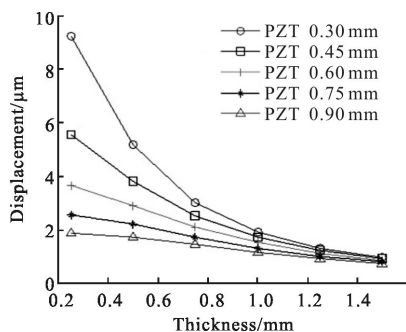


图 3 最大变形量与 Si 厚度的关系

Fig.3 Relationship between maximal displacement and thickness of Si

考虑到系统校正像差的能力和加工工艺的难易程度,选择的 PZT 和 Si 的厚度应尽量易于加工并且使镜片的变形量处于较大水平。变形镜的工作指标要求在 400 V 的电压下能达到 1.896 μm 的变形量,由图 3 中结果,1 mm 厚的 Si 片和 0.3 mm 厚的 PZT 层叠结构在 400 V 电压下的变形为 1.93 μm。从实用角度讲,这个变形量在预期工作指标附近,更重要的是这两种厚度相对于其他尺寸更便于加工,因此认为这组厚度尺寸满足设计要求。

## 3 基于频响特性的厚度参数优化

频率响应特性是影响变形镜工作性能的又一重

要特性,直接决定了自适应光学系统的响应速度。模态分析得到了变形镜系统的 6 阶模态,仿真结果如图 4 所示。在实际应用过程中主要以一阶固有频率作为系统工作的参考指标,因此接下来对影响系统一阶固有频率的因素进行分析。

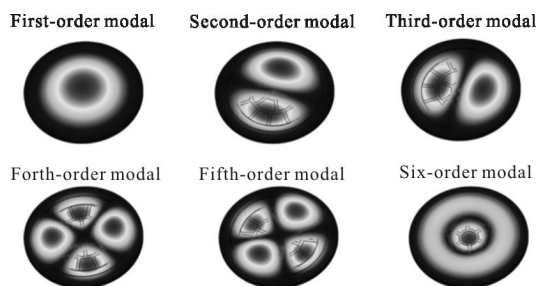


图 4 模态分析结果

Fig.4 Results of modal analysis

同样采用正交仿真的方法,以提高系统的一阶固有频率为目标,考虑 Si 镜和 PZT 厚度的最优匹配问题。表 1 列举了仿真得到的 6 种不同厚度的 Si 和 5 种不同厚度的 PZT 两两层叠时系统的一阶固有频率。

如表 1 所示,系统的一阶固有频率随 Si 片厚度增大明显增大,而随 PZT 厚度变化不明显。同样是对 Si 片和 PZT 厚度进行优化,不考虑加工的难易程度,以提高系统变形量为指标时厚度越小越好;以提高一阶固有频率为指标时厚度越大越好。因此在选择材料厚度时应该综合考虑以上两方面的因素。

表 1 不同厚度匹配下的一阶固有频率(单位:Hz)

Tab.1 First natural frequency under different orthogonal matching of thicknesses (Unit:Hz)

PZT	Si					
	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5
0.3	2 040	4 020	6 093	8 099	9 973	12 499
0.45	2 236	3 988	5 915	7 799	9 559	11 948
0.6	2 427	4 092	5 920	7 703	9 352	11 614
0.75	2 570	4 257	6 209	7 737	9 285	11 433
0.9	2 659	4 443	6 199	7 857	9 315	11 363

按照系统设计要求,Si 片厚度在 0.75 mm 以上都可以满足一阶固有频率在 6.5 kHz 以上的要求。前

面选定的 1 mm 厚 Si 片和 0.3 mm 厚 PZT 层叠结构的一阶固有频率为 8 099 Hz,可以满足设计指标,因此厚度参数优化结果是有意义的。

利用以上选用的结构参数分析系统的频率响应特性。在 3# 电极上施加幅值大小为 400 V、频率从 0~10 kHz 的扫频信号(为了减少计算量,取扫频间隔为 500 Hz),结果如图 5 所示。系统在输入信号频率为 8.5 kHz 时达到了一阶共振,最大变形为 16.6 μm。

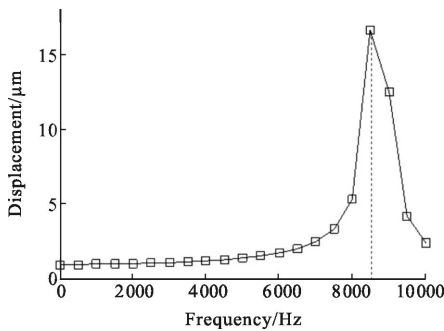


图 5 3# 电极频响特性曲线

Fig.5 Frequency response of electrode No.3

通过频率响应特性的仿真结果得到变形镜的一阶固有频率为 8.5 kHz,在 6.5 kHz 的工作频率下变形在 2.03 μm 左右,与施加静态电压时的变形(1.93 μm)大致相等。因此认为以上选定的 Si 片和 PZT 厚度参数可以达到预期的变形量和一阶固有频率的设计要求。

## 4 基于热特性的夹具材料及结构参数优化

### 4.1 受热变形分析

夹具和 Si 镜的热膨胀系数不等,所以温度变化时变形镜会产生弯曲变形。热特性仿真就是研究变形镜在温度变化时的变形情况。下面在夹具的台阶外环表面(图 6 中深色部分)施加 1 K 大小的阶跃温度信号,分析其瞬态变化。

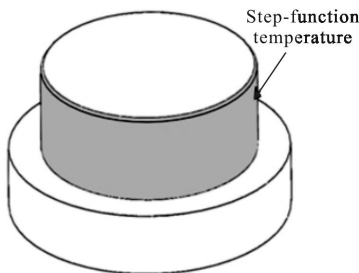


图 6 阶跃信号施加位置

Fig.6 Location of step signal

图 7 是在夹具表面施加阶跃温度信号后,镜片变形量随时间变化的曲线。当面形 PV 值变化小于 1%时,认为面形稳定。由图 7 可知,在 2~2.2 s 之间,PV 值变化为 0.889%,因此认为施加阶跃信号 2.2 s 后,面形达到稳定状态。这说明系统的温度响应比较快。当温度变化 1 K 时,系统可以在较短的时间内达到稳定的变形。

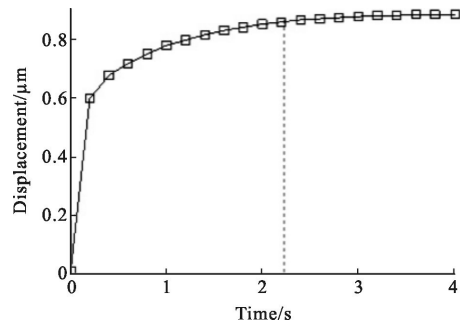


图 7 变形量随时间变化曲线

Fig.7 Relationship between maximal displacement and time

图 8 为施加温度阶跃信号 2.2 s 后变形镜的稳定变形结果。需要注意的是,变形镜工作时是以镜面边缘部分为参考平面,利用镜面与参考平面的相对变形来校正像差的。因此在总体变形量的基础上减去夹具的变形量才是镜片可以用于校正像差的变形。如图 8 所示,去除夹具变形的影响后镜片的最大变形为 0.28 μm,这样的变形结果同样会对系统的工作产生影响。因此有必要对系统受热变形特性进行研究,通过优化夹具的设计参数来减少温度对系统工作性能的影响。

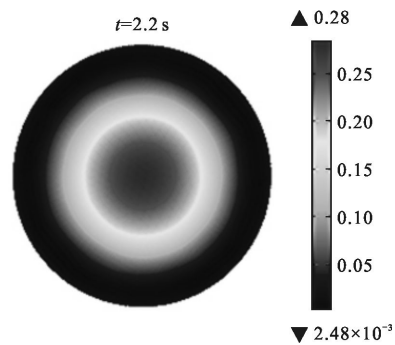


图 8 阶跃响应仿真结果

Fig.8 Results of step response

### 4.2 夹具材料和高度的优化

以上受热变形分析结果是将变形镜装夹在铝制

夹具上仿真得到的,而铝的热膨胀系数比较大,虽然在计算镜片变形时减去了夹具的受热变形,但是夹具的材料热特性以及结构参数仍然可能会对变形结果产生较大的影响。由于镜片和夹具的热膨胀系数不同,在相同温度变化下的变形量不同,导致系统产生热弯曲变形。从理论上讲,相同材料的热膨胀系数相同,因此在受热时不会产生弯曲变形。基于以上分析,采用与镜片相同的 Si 材料设计另外一组夹具,分别仿真变形镜在 Al 夹具和 Si 夹具上的热变形性能。

夹具主要有高度和壁厚两个可变设计参数,首先分析夹具高度对热变形的影响。分别使用两种材料的夹具装夹变形镜,将环境温度升高 1 K,仿真其受热变形与夹具高度的关系,得到结果如图 9 所示。

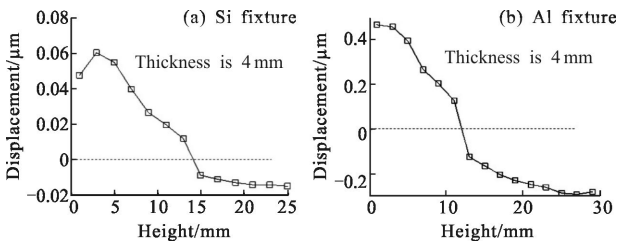


图 9 受热变形与夹具高度关系

Fig.9 Relationship between maximal displacement and fixture height

对比图 9(a)和图 9(b),应用 Si 夹具的变形镜受热变形大小约为 Al 夹具的 1/10,因此认为应用 Si 材料夹具的系统热稳定性较好。分别分析图 9(a)和图 9(b),两种夹具的变形都随着夹具的高度增加而递减,并且都有过零特性,即在夹具高度逐渐增加时,系统热变形从正方向变形过渡到负方向变形,并且存在某一特定高度使热变形为零。这可能是由于随着夹具高度的增加,夹具支撑面(也是求镜面相对变形的参考平面)的变形会逐渐增大,而镜面受热膨胀变形近似不变,因此对镜面变形和参考平面做差得到的系统变形量逐渐减小。从图中可以发现, Si 夹具零热变形的高度在 14 mm 左右, Al 夹具零热变形的高度在 12 mm 左右。综合以上分析,选用 14 mm 高的 Si 夹具来仿真镜片变形随夹具壁厚的变化情况。

### 4.3 夹具壁厚的优化

在已经选定夹具材料和高度的情况下对壁厚进行讨论。图 10 为仿真得到的镜片变形量随壁厚的变化情况。

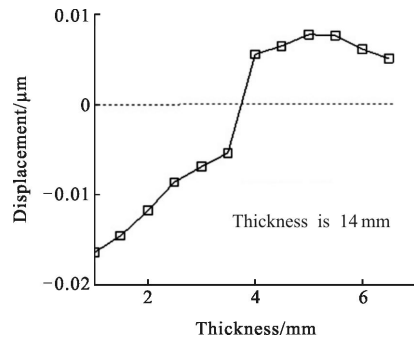


图 10 受热变形与夹具壁厚关系(Si 夹具)

Fig.10 Relationship between maximal displacement and thickness of Si fixture

分析图 10 可知,变形量随着壁厚的增加大致线性增加,在 4 mm 以后基本趋于稳定。变形量随壁厚变化也具有过零特性,壁厚在 3.8 mm 左右时系统的热变形量为零。与夹具高度优化相反,随着夹具壁厚的增加,夹具支撑面的变形会逐渐减小,镜面受热膨胀变形近似不变,因此相对变形会逐渐增大。当壁厚增加到一定程度时,支撑面变形保持稳定,相对变形也就趋于稳定。考虑到壁厚变化对系统变形量的影响较小(纳米级),为了便于加工,这里选用 4 mm 的壁厚。

用以上选用的材料和尺寸的夹具重新进行分析。图 11 为环境温度升高 1 K 时镜片的受热变形结果。

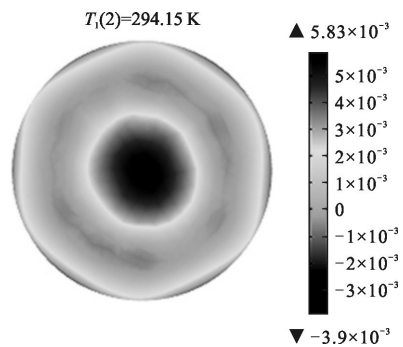


图 11 热变形仿真结果

Fig.11 Results of thermal simulation

结果表明镜片最大变形量只有  $0.00973 \mu\text{m}$ ,这个结果是 Al 夹具时( $0.28 \mu\text{m}$ )的 3.48%。这表明对夹具的材料和结构尺寸进行优化可以大大减少环境温度对变形镜性能的影响。以上结果是在温度升高 1 K 的前提下得到的,当温度发生其他变化时重新进行仿真,上面得到的优化结果仍然适用。

### 5 电压特性仿真

下面通过分析单个分立电极所能产生的变形量以及影响函数的形状来验证优化后变形镜模型的工作性能。将变形镜模型导入到仿真软件中进行分析,加载条件完全模拟实际情况:基底层外圈完全约束,PZT 和 Si 片之间接地,分别对各个驱动电极区域施加电压<sup>[14]</sup>。具体步骤如下:

(1) 材料选定

基底材料选 Si,压电片材料选 PZT-5H,电极材料选 Ag。

(2) 施加电压

在分立电极表面每隔 80 V 施加一次电压,压电片与硅片之间接地。

(3) 施加约束

在基底夹持边宽范围内施加固定刚性约束。

(4) 仿真计算

用步骤(2)、(3)中的仿真条件进行计算。

(5) 查看结果

在 400 V 电压下镜片的仿真变形结果如图 12 所示。

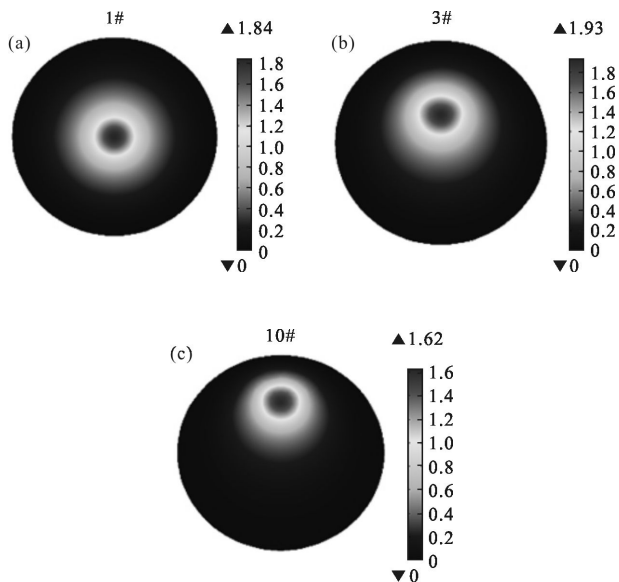


图 12 1#、3#、10# 电极在 400 V 电压下的影响函数

Fig.12 Influence functions of electrodes No.1, No.3 and No.10 with loading 400 V

由于材料相同以及结构的对称性,只需在不同径向位置取一个电极进行对比分析即可,图 13 为仿

真得到的 1#、3#、10# 电极的变形量-电压特性曲线。

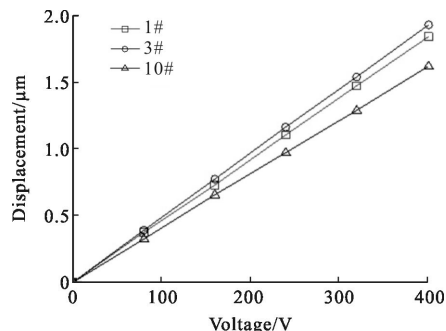


图 13 1#、3#、10# 电极变形量随加载电压变化曲线

Fig.13 Variation of the maximal displacement generated by electrodes No.1, No.3 and No.10 as a function of loading voltage

对图 13 进行分析得到:

(1) 分别对各分立电极施加电压时,镜片变形随电压增加线性增大,1#、3#、10# 电极的比例系数分别为 0.004 6 μm/V、0.004 8 μm/V 和 0.004 1 μm/V。

(2) 对 10# 电极施加电压时镜片变形比 1# 或 3# 电极略有减小,这可能是由于 10# 电极更靠近夹持位置。

(3) 在 400 V 电压下单个分立电极能达到的最大变形为 1.93 μm。

在弹性范围内变形镜所产生的面形可由下式进行描述<sup>[15]</sup>:

$$\varphi(x, y) = \sum_{j=1}^n v_j V_{j(x,y)} \quad (1)$$

式中:  $v_j$  为第  $j$  个分立电极的控制电压;  $V_{j(x,y)}$  为第  $j$  个分立电极施加单位控制电压的面形影响函数;  $n$  为变形镜电极的个数。只要已知各个分立电极的影响函数就可以通过在分立电极上施加不同的电压控制变形镜实现确定的变形,从而达到校正光学系统像差的目的。

### 6 结论

文中对横向压电效应变形镜进行了结构设计和优化。根据建立的变形镜模型分析了不同结构参数对工作性能的影响,并针对变形量、频响特性、热特性等指标进行了优化,最后通过电压特性仿真验证了优化结果,得到了以下结论:

(1) 系统变形量和一阶固有频率对 Si 镜和 PZT

厚度的要求相互矛盾。在相同电压下,系统变形量随着 Si 镜和 PZT 厚度的增加而减小;一阶固有频率随着 Si 镜厚度的增加而增加。通过正交仿真方法得到了 Si 镜和 PZT 厚度的最优匹配结果,同时满足这两个设计指标。

(2) 夹具的材料和结构参数会对系统的热变形特性产生影响。选取与镜片材料相同的夹具可以大大减小这种影响。同时,夹具高度的增加或者壁厚的减小也可以减小系统的热变形,并且存在特定的高度和壁厚使热变形量为零。

(3) 仿真得到了系统的变形量-电压特性曲线和影响函数。各分立电极变形量与施加电压呈线性关系,在不同径向位置电极的比例系数略有差异。在相同电压下,与 3# 电极径向位置相同的电极变形量最大,与 10# 电极径向位置相同的电极变形量最小。

参考文献:

[1] Yu Hao, Huang Linhai, Huang Lixin, et al. Experiment of full field compensation with two-deformable mirrors adaptive optics system[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2011, 40(8): 42-49. (in Chinese)  
余浩, 黄林海, 黄利新, 等. 双变形镜自适应光学系统全场补偿实验验证[J]. *红外与激光工程*, 2011, 40(8): 42-49.

[2] Winsor R, Sivaramakrishnan A, Makidon R B, et al. Finite element analysis of low cost membrane deformable mirrors for high order adaptive optics[C]//SPIE, 1999, 3785: 160-167.

[3] Ning Yu, Zhou Hong, Guan Chunlin, et al. Influence function finite element analysis and measurement of a 20-element bimorph deformable mirror [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, 28(9): 1636-1640. (in Chinese)  
宁禹, 周虹, 官春林, 等. 20 单元双压电片变形反射镜样镜的影响函数有限元分析和实验测量[J]. *光学学报*, 2008, 28(9): 1636-1640.

[4] Paterson C, Munro I, Dainty C. A low cost adaptive optics using a membrane mirror[J]. *Optics Express*, 2000, 6: 175-185.

[5] Pkotova S, Clark P, Guralnik I R, et al. Technology and electro-optical properties of modal liquid crystal wavefront correctors[J]. *Opt A: Pure Appl Opt*, 2003, 5(5): S231.

[6] Tomohiro Shirai. Liquid-crystal adaptive optics based on feedback interferometry for high-resolution retinal imaging[J]. *Appl Opt*, 2002, 41(19): 4013.

[7] Ning Yu. Performance test and application study of a bimorph deformable mirror [D]. Changsha: National University of

Defense Technology, 2008: 18-22. (in Chinese)  
宁禹. 双压电片变形反射镜的性能分析与应用研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2008: 18-22.

[8] Ning Yu, Yu Hao, Zhou Hong, et al. Performance test and closed-loop correction experiment of a 20-element bimorph deformable mirror [J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, 58(7): 4717-4719. (in Chinese)  
宁禹, 余浩, 周虹, 等. 20 单元双压电片变形镜的性能测试与闭环校正实验研究[J]. *物理学报*, 2009, 58(7): 4717-4719.

[9] Hishinuma Y, Eui-Hyeok Y. Piezoelectric uni-morph microactuator arrays for single-crystal silicon continuous-membrane deformable mirror [J]. *Journal of Microelectro Mechanical Systems*, 2006, 15(2): 370-379.

[10] Xu X H, Li B Q, Feng Y, et al. Design fabrication and characterization of a bulk-PZT-actuated MEMS deformable mirror[J]. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 2007, 17(12): 2439-2446.

[11] Chen Jiafeng, Chen Haiqing, Xiang Dong, et al. Characteristics test system of MEMS deformable mirrors [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2007, 36(5): 675-679. (in Chinese)  
陈家凤, 陈海清, 向东, 等. MEMS 变形反射镜特性测试系统研究[J]. *红外与激光工程*, 2007, 36(5): 675-679.

[12] Fan Lili, Zhang Jingxu, Yang Fei, et al. Impact of the supports of primary mirror in equatorial telescope on its surface deformation [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(1): 147-154. (in Chinese)  
范李立, 张景旭, 杨飞, 等. 极轴式望远镜主镜支撑结构对镜面变形的影响[J]. *红外与激光工程*, 2012, 41(1): 147-154.

[13] Zhou Hong. Design and fabrication of prototype for bimorph deformable mirrors [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 29(6): 1438-1442. (in Chinese)  
周虹. 双压电片变形反射镜样镜的设计与研制[J]. *光学学报*, 2009, 29(6): 1438-1442.

[14] Zhang Jinhong. Finite element analysis and structure optimization for MEMS piezoelectric deformable mirror [J]. *Piezoelectric & Acousto-optics*, 2010, 32(2): 253-257. (in Chinese)  
张晋弘. MEMS 压电变形镜的有限元分析与结构优化设计[J]. *压电与声光*, 2010, 32(2): 253-257.

[15] Ding Xinzh. The finite element method simulation of the deformable mirror's influence function [J]. *Optical Instruments*, 2008, 30(1): 41-44. (in Chinese)  
丁心志. 变形镜面形影响函数的有限元仿真 [J]. *光学仪器*, 2008, 30(1): 41-44.