基于数值轨道模型的轨道协方差演化分析

闫瑞东,王荣兰,刘四清,龚建村

(中国科学院国家空间科学中心,北京 100190)

摘　要:空间碎片编目中的无法编目物体的再次关联及航天器与碎片碰撞预警过程中都可能用到碎片的协方差信息。碎片协方差信息包括轨道初始误差、测量设备误差以及摄动运动方程的模型误差等。如何科学合理地对空间碎片的协方差做出演化估计,对提高空间目标编目效率以及改善空间碎片预警精度有重要作用。分析线性协方差演化方法在低轨道空间目标国际空间站和 AJISAI 卫星上的应用,并把卡尔曼滤波方法应用到空间碎片协方差演化过程中。通过无迹卡尔曼滤波(Unscent Kalman Filter,UKF)中的 UT 转换来对未来协方差进行 sigma 点估计。仿真分析表明 200 min 演化时间,UKF 协方差演化方法可以提高国际空间站协方差演化精度,而对于 AJISAI 卫星线性方法和 UKF 方法协方差演化结果基本相等。最后通过蒙特卡洛方法统计分析了 10 个采样点的预报协方差,验证了两种方法的准确性。

关键词:轨道协方差;　无迹卡尔曼滤波;　线性协方差演化

中图分类号:V412.4　　**文献标志码**:A　　**DOI**:10.3788/IRLA201645.S229006

Orbit covariance prediction based on numerical orbit model

Yan Ruidong, Wang Ronglan, Liu Siqing, Gong Jiancun

(National Space Science Center, CAS, Beijing 100190)

Abstract: The orbital covariance information of debris is wildly used in projects such as uncorrelated tracks catalog and spacecraft collision warning to calculate collision probability. Orbital covariance information contains initial orbit error, measurement equipment error and perturbation model error. It′s very important to make a prediction for the covariance above. In the paper, covariance analysis was conducted on low earth orbital objects, International Space Station (ISS) and Japanese satellite AJISAI. The covariance prediction was made through UT transform method of Unscent Kalman Filter and linear covariance method based on Jacobian transform. The simulation results shows that for a period of 200 minutes time, through UKF method the covariance prediction accuracy of ISS increases. But for satellite AJISAI covariance predicted by UKF and linear methods are almost the same. And then, the covariance prediction result from the two methods was compared. At last, through Monte-Carlo method the accuracy of the covariance prediction was verified.

Key words: orbit covariance;　unscent Kalman filter;　linear covariance prediction

收稿日期:2016-08-08;　**修订日期**:2016-09-09

基金项目:国家自然科学基金(11403070)

作者简介:闫瑞东(1984-),男,助理研究员,主要从事碎片编目、轨道确定方面的研究。Email: yanruidong@nssc.ac.cn

0 引 言

当前实行 UCT 关联的方式主要依赖人工分析。为处理各非关联轨道 Alfriend,K.T.提出了一种动态算法，其关联量源于每个非关联轨道的轨道误差协方差矩阵。这种技术将使 UCT 的关联过程变成自动化[1]。关联量是一些多种多样的 n 维等概率椭球体，且当观测误差是零均值高斯型或轨道动力学是线性时关联量是最理想状态。要执行关联,在使用选定的坐标系两个航天器的轨道状态和协方差要随时间传播到同一初始时间。这可以通过从 t_1 时早期轨道状态协方差传播到 t_2 时新轨道的初始阶段来实现。Alfiend 提出的协方差信息和近似方法在执行轨道关联时已经表明给出了有效的统计学意义上的结果[2]。

空间目标碰撞评估的一个重要环节是计算两个空间物体的碰撞概率。碰撞概率的计算使用了相对状态概率密度函数的数值积分算法。每种算法需要两个对象输入状态向量的误差信息，状态向量的误差信息通过协方差矩阵的方式来表示。为得到一有益于决策度量的碰撞,协方差必须作为计算的输入。王荣兰研究采用 SGP4/SDP4 预报模型分析了两行轨道根数(Two Line Elements,TLE)数据的预报误差，并将研究结果应用到空间碎片预警工程中[3]。白显宗等基于历史轨道数据对轨道误差进行了分析[4-6],并采用泊松级数对误差数据进行了拟合[7]。曹玉辉等针对椭圆轨道误差传播问题,采用 T-H 方程状态转移矩阵对初始误差传播特性进行了分析[8],但是没有分析轨道所受到的不同摄动力模型误差。闫瑞东采用统计比对的方法计算空间目标碰撞预警协方差，并分析了协方差对碰撞概率计算结果的影响 [9]。由于统计比对方法计算协方差预报期采用的是四舍五入方法,导致预报期时间分辨率低。

以上可以看出空间目标协方差演化对于 UCT 动态关联以及空间目标碰撞概率计算都是十分重要的。文献调研发现,之前对轨道协方差演化的研究主要集中在初值误差协方差演化，而对模型误差演化的研究还很少。轨道模型误差是低轨道空间目标摄动的主要误差,文中从精密轨道模型出发,采用线性协方差演化方法、无迹卡尔曼滤波(UKF)中的 Uscent 转换方法对轨道位置协方差进行演化，并采用蒙特卡洛方法对协方差演化结果进行验证。

1 精密轨道动力学模型

轨道动力学状态方程为：

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}x(t)=f(x(t),t)+w(t) \tag{1}$$

式中：$w(t)$是高斯分布的动力学噪声,其均值和协方差为：

$$E[w(t)]=0_n$$
$$E[w(t)w(\tau)^{\mathrm{T}}]=Q(t)\delta(t-\tau) \tag{2}$$

一般无法得到状态矢量的真实值，只能求解状态微分方程估计真实值。估计值和真实值的矢量误差表示如下：

$$e(t)=x(t)-\hat{x}(t) \tag{3}$$

根据一阶线性误差分析可得：

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}e(t)=A(t)e(t)-w(t) \tag{4}$$

其中 $A(t)=\left.\frac{\partial f(x(t),t)}{\partial x(t)}\right|_{\hat{x}(t)}$,对式(4)进行积分可得：

$$e(t)=\Phi(t,t_i)e_i+w_d(t,t_i) \tag{5}$$

其中状态转换矩阵 $\Phi(t,t_i)$满足以下公式：

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Phi(t,t_i)=A(t)\Phi(t,t_i) \tag{6}$$

卫星轨道演化过程中不可忽略的是轨道误差协方差的演化,其中轨道演化误差包括初值误差演化、轨道摄动的模型误差演化以及预报过程积分累积误差演化、轨道测量信息误差演化等。初值误差即初始时刻轨道定轨后误差，在此处不包含测量设备的测量误差。轨道模型误差是指轨道摄动力建模的不确定性误差,低轨道主要是大气密度建模误差。轨道测量误差单独指轨道确定过程中测量设备测量所引入的误差。其中初值误差以及测量设备误差是批处理统计定轨误差协方差演化的主要部分[10-12],而序贯滤波法统计定轨还需考虑轨道摄动的模型误差和预报过程积分累积误差[13-15]。文中对以上误差分别做演化分析,并假设各误差间互不关联。

误差演化过程中主要考虑的轨道摄动力模型有地球重力场模型，有 JGM2 模型、EGM96 模型、EGMT1 模型以及 WGS84 模型等,文中仿真中主要用到的是 20 阶的 JGM2 重力场模型。大气模型有 NRL-MISESE-00 模型和 Harris-prieser 模型，笔者采用的

Harris-prieser 模型主要用于 100~2 000 km 高度大气密度建模。NRL-MISESE-00 模型可对不同高度建模。大气模型中地磁指数、$F_{10.7}$ 设为常值。同时也考虑光压摄动力、月球引力等，光压系数设置为 1.8。

2 线性协方差演化法

初始协方差矩阵可以利用转移矩阵进行推衍，转移矩阵由轨道模型决定。由于轨道动力学模型的非线性性，一般无法得到解析形式的转移矩阵。除了进行数值分析外，建立基于 Jacobian 转换和 Unscent 转换的协方差生成和演化算法，以转换协方差演化坐标并引入 UKF 算法提高协方差计算精度。

动力学方程线性协方差演化主要是初值误差协方差 P_a、过程误差协方差 P_v 以及测量误差协方差 P_w 的演化。各个协方差演化方程如下：

$$\begin{aligned}&P_a=\Phi(t,t_0)P_a(t,t_i)\Phi(t,t_0)^{\mathrm{T}}\\&P_v=\Phi(t,t_0)(P_v(t_0)+K_{t0}R(t_{t0})K_{t0}^{T})\Phi(t,t_0)^{\mathrm{T}}\\&P_w=\Phi(t,t_0)P_w(t_0)\Phi(t,t_0)^{\mathrm{T}}+Q(t)\end{aligned}\tag{7}$$

总体协方差在 J2000 坐标系下时间传播方程为：

$$P(t)=\Phi(t,t_0)P(t_0)\Phi(t,t_0)^{\mathrm{T}}+Q(t)\tag{8}$$

状态转换矩阵 $\Phi(t,t_0)$ 使 t_0 时刻的初始状态转换到 t 时刻状态，是一个当前状态关于初始状态的偏导矩阵。$\Phi(t,t_0)$ 的计算使用中心差分法，这种方法使用了小步长和高逼真模型积分。

每一步引入过程噪声矩阵 $Q(t)$ 增加了状态的不确定性。矩阵产生于动力学模型误差，例如大气阻力，太阳光压、地球场势的建模误差。$Q(t)$ 矩阵必须和 P 矩阵有相同的维数。$Q(t)$ 方块阵表示如下：

$$Q(t)=\begin{pmatrix}Q_{\mathrm{RSW}} & 0_{1\times6}\\ 0_{1\times6} & Q_{C_d}\end{pmatrix}\tag{9}$$

式中：Q_{RSW} 表示位置速度矢量的过程噪声子阵(RSW 坐标系下)；Q_{C_d} 表示空气阻力参数的过程噪声元素。

在线性协方差演化过程中，要对过程噪声矩阵微分方程进行积分，过程噪声微分方程为：

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}S(t)=A(t)S(t)+S(t)A'(t)+Q(t)\tag{10}$$

其中 $A(t)$ 为雅克比矩阵，$A(t)=\left.\dfrac{\partial f(x(t),t)}{\partial x(t)}\right|_{\hat{x}(t)}$。

3 UKF 算法在协方差演化中的应用

由于近似非线性函数的概率密度分布比近似非线性函数更容易，使用采样方法近似非线性分布来解决非线性问题的途径在最近得到了人们的广泛关注[16-17]。而 UKF 正是用采样逼近非线性分布的方法，以 Unscented 变换为基础，采用卡尔曼线性滤波框架和确定性采样方式进行滤波。

以 k-1 时刻系统状态 x 的估计值 $\hat{x}_{k-1}$ 和协方差 $\boldsymbol{P}_{k-1}^{xx}$ 为初值，以离散化非线性方程为模型，进行Unscented 变换，具体步骤为：

(1)构造 Sigma 点

$$\begin{cases}\boldsymbol{\sigma}_{k-1}=\pm\sqrt{n+\lambda[\boldsymbol{P}_{k-1}^{xx}+\boldsymbol{Q}_k]}\\ \chi_{k-1}(0)=\hat{x}_{k-1}\\ \chi_{k-1}(i)=\sigma_{k-1}(i)+\hat{x}_{k-1},i=0,1,2,\cdots,2n\end{cases}\tag{12}$$

式中：$\sqrt{*}$ 为矩阵的平方根，约定为 $\sqrt{\boldsymbol{P}_x}\sqrt{\boldsymbol{P}_x}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{P}_x$，可以通过协方差矩阵的 Cholesky 分解或者特征值分解(奇异值分解)求得，其中 Cholesky 分解要求协方差矩阵为正定的。下标 i 表示矩阵的第 i 列，是与 $\hat{x}_{k-1}$ 同型的列向量，取值从 0 到 $2n$。λ 为可调尺度参数，调整它可以提高逼近精度，n 为估计量个数。

(2)利用 Sigma 点进行非线性传播

根据计算所得 Sigma 点直接按照离散化非线性模型进行状态和观测预测，对应产生的 Sigma 样本点为：

$$\begin{cases}\chi_k(i)=f(\chi_{k-1}(i),k)\\ \gamma_k(i)=h(\chi_k(i),k)\end{cases}\tag{13}$$

式中：$\chi_k(i)$ 和 $\gamma_k(i)$ $i=0,\cdots 2n$ 为预测的对称分布 Sigma 点。

(3)根据样本点计算状态均值和方差

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{k,k-1}=\frac{1}{n+\lambda}\left\{\lambda\chi_k(0)+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2n}\chi_k(i)\right\}\tag{14}$$

$$\boldsymbol{P}_{k,k-1}^{xx}=\frac{1}{n+\lambda}\{\lambda\chi_k(0)-\hat{x}_{k,k-1})(\chi_k(0)-\hat{x}_{k,k-1})^{\mathrm{T}}+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2n}(\chi_k(i)-\hat{x}_{k,k-1})(\chi_k(i)-\hat{x}_{k,k-1})^{\mathrm{T}}\}\tag{15}$$

从上面的三个步骤中可以看出，Unscented 变换不需要计算非线性函数的雅可比矩阵，变换中仅涉及函数计算，即使系统的模型比较复杂，并不会增加算法实现的难度。

4 协方差演化示例 1

以国际空间站轨道进行仿真计算，国际空间站轨道高度 400 km，偏心率 0.005，轨道面倾角 51.65°。国际空间站质量 376 t，迎风面积 1 575 m²，2010 年 8 月 11 日某时刻 J2000 坐标系下轨道参数为 $\boldsymbol{R}$=[5 263 998.56；−2 252 740.29；3 541 580.75] m，$\boldsymbol{V}$=[−336.973 421；6 257.216 826；4 465.898 658] m/s。

假定轨道初值位置误差取 $\Delta\boldsymbol{R}_1$=(10；10；10)m、$\Delta\boldsymbol{R}_2$=(100；100；100)m，速度误差取 $\Delta\boldsymbol{V}$=(0.01；0.01；0.01)m/s。采用线性协方差演化方法进行轨道误差协方差演化，协方差随时间演化 200 min，并将协方差转化到 RSW 坐标系中。RSW 坐标系的原点位于空间目标质心，R 轴(Radial)沿地心指向矢径的方向，S 轴(Along-track 或 Transverse)在轨道平面内与矢径方向垂直，指向运动方向，W 轴(Cross-track)垂直于轨道平面，构成右手直角坐标系。

如图 1 所示，给出了 RSW 坐标系下三方向的误差演化沙形图，三种协方差演化相互堆叠构成了总体协方差演化图。图中表示初值误差协方差矩阵对角线元素取 [10 10 10 0.01 0.01 0.01]² 时初值误差协方差演化情况。过程噪声矩阵 $\boldsymbol{Q}$ 对角线元素取[0 0 0 10^{-3} 10^{-3} 10^{-3}]² 时过程噪声协方差演化情况。测量噪声矩阵 $\boldsymbol{R}$ 对应测量信息误差协方差演化情况。从图中可以看出初值误差相同，随着预报时间的增加，预报误差协方差逐渐增大。初值误差较小时，协方差演化主要表现为过程噪声协方差演化，即如图中沙形所示。三方向误差演化中，S 方向即沿迹方向误差最大，200 min 初值误差标准差演化结果达到 400 m。在各分量方向上，线性方差演化结果和 UKF 算法的协方差演化结果基本是一致的。相比对发现，总体协方差演化采用 UKF 的协方差演化方法的结果标准差精度高于线性协方差演化标准差精度。

图 2 表示初值位置误差为(100；100；100)m，其他参数不变，轨道协方差演化结果。可以看出协方差演化主要表现为初值误差协方差演化和过程噪声协方差演化。200 min 初值协方差演化标准差达到 4 km。在各分量方向上，线性方差演化结果和 UKF 算法的协方差演化结果基本是一致的。总体协方差演化 UKF 算法的协方差演化精度高于线性方差演化方法

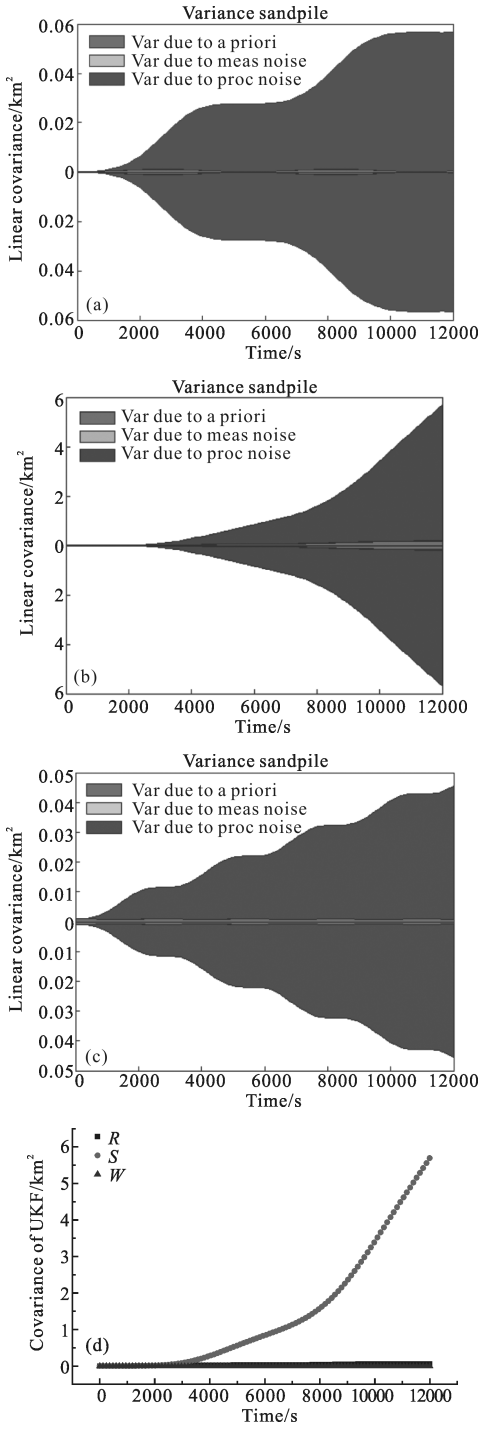

图 1 国际空间站初值误差 10 m 轨道协方差演化

Fig.1 ISS orbit covariance prediction as initial error 10 m

演化精度。具体协方差演化结果如表 1 所示。

表 1 反映了初值误差、过程噪声以及测量噪声和预报精度的相互关系。预报时间相同，初值误差越大，引起的误差协方差就越大。初值误差为 1 m 和 5 m 时模型噪声相同，初值误差为 10 m 和 100 m 时模型噪声相同，可以看出相同模型噪声的模型协方差结果相

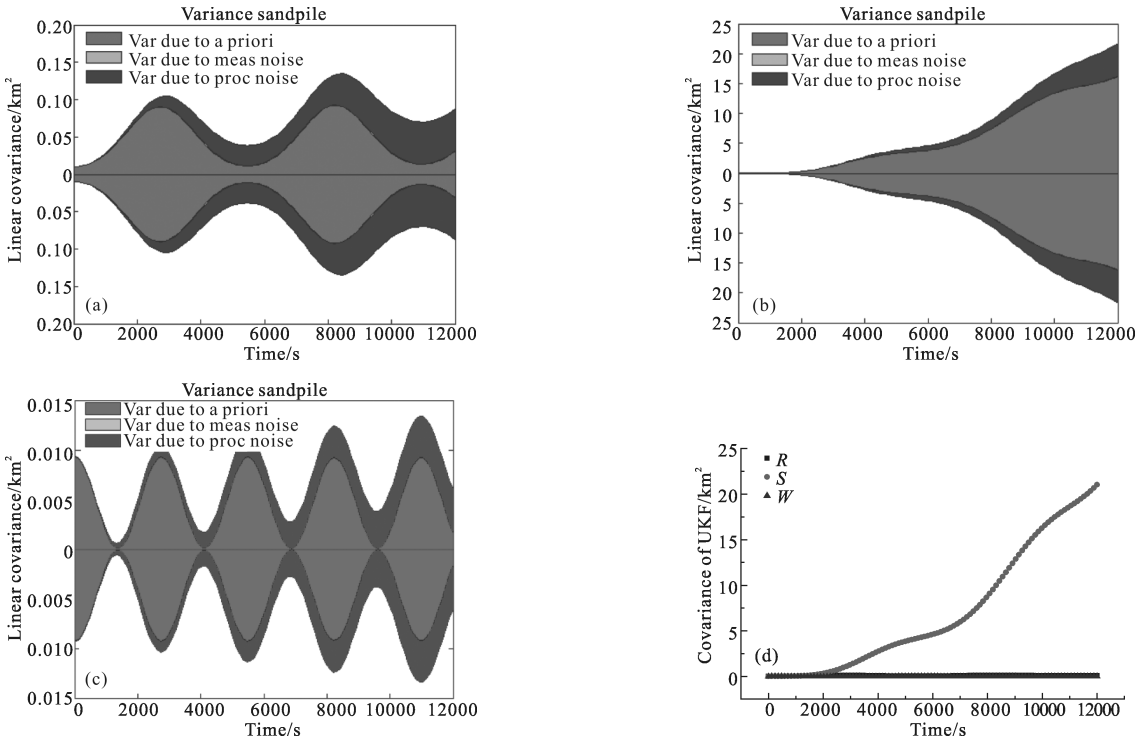

图 2 国际空间站初值误差 100 m 轨道协方差演化

Fig.2 ISS orbit covariance prediction as initial error 100 m

同,说明模型协方差演化与初值误差无关。由于四种初值误差情况下测量误差基本相同,200 min 测量噪声协方差演化结果基本相同。初值误差协方差对过程噪声协方差的演化、测量信息协方差的演化没有影响。相比对发现,总体协方差演化采用 UKF 的协方差演化方法的结果标准差精度高于线性协方差演化标准差精度。

表 1 不同预报初值国际空间站预报标准差

Tab.1 ISS standard deviation of different initial errors

Initial error	Position error predicted for 200 min/m								
	Predicted initial variance			Predicted process noise			Predicted meas noise		
	R	*S*	*W*	*R*	*S*	*W*	*R*	*S*	*W*
1m(linear)	9.41	116.97	7.79	0.00024	2.66	0.000 08	4.15	123.22	0.079
				Total var *R*(10.29) *S*(169.91) *W*(7.83)					
1m(UKF)				Total var *R*(9.83) *S*(160.15) *W*(7.82)					
5m(linear)	13.4	229.1	8.04	0.00024	2.66	0.00008	4.18	123.22	0.079
				Total var *R*(14.04) *S*(260.15) *W*(8.08)					
5m(UKF)				Total var *R*(13.33) *S*(254.59) *W*(8.07)					
10m(linear)	22.36	416.89	10	237.07	2347.47	67.06	4.58	123.29	9.85
				Total var *R*(238.12) *S*(2 387.36) *W*(67.82)					
10m(UKF)				Total var *R*(238.12) *S*(2 385.7) *W*(67.82)					
100m(linear)	176.92	4021.80	40	237.07	2347.47	67.08	28.95	126.89	3.74
				Total var *R*(297.15) *S*(4 658.45) *W*(78.1)					
100m(UKF)				Total var *R*(290.17) *S*(4 585.3) *W*(78.1)					

5 协方差演化示例 2

以日本激光观测卫星 AJISAI 轨道进行仿真计算。AJISAI 卫星轨道高度 1 500 km,偏心率 0.001 2,轨道倾角 50°,质量 685 kg。2013 年 12 月 15 日某时刻 J2000 坐标系下轨道参数为 $\boldsymbol{R}$=[2 620.93;−5 847.50;

4 544.25] km，$\boldsymbol{V}$=[6.16；−0.03；−3.57] km/s。

为了便于与国际空间站协方差演化比较，假定轨道初值位置误差取 $\Delta\boldsymbol{R}_1$=(10；10；10)m 和 $\Delta\boldsymbol{R}_2$=(100；100；100)m，速度误差取 $\Delta\boldsymbol{V}$=(0.01；0.01；0.01)m。

图 3 表示初始卫星位置协方差标准差为(10；10；10)m 时的协方差演化情况。可以看出当初值标准差为(10；10；10)m 时，误差协方差主要表现为过程测量噪声协方差，即图中沙形部分。协方差演化相同时间，S 方向协方差值最大。这表明，轨道预报误差主要表现为沿迹方向误差。而轨道 R 方向和 W 方向则相对较小。这和国际空间站协方差演化结果是一致的。

图 4 表示初始卫星位置协方差标准差为(100；

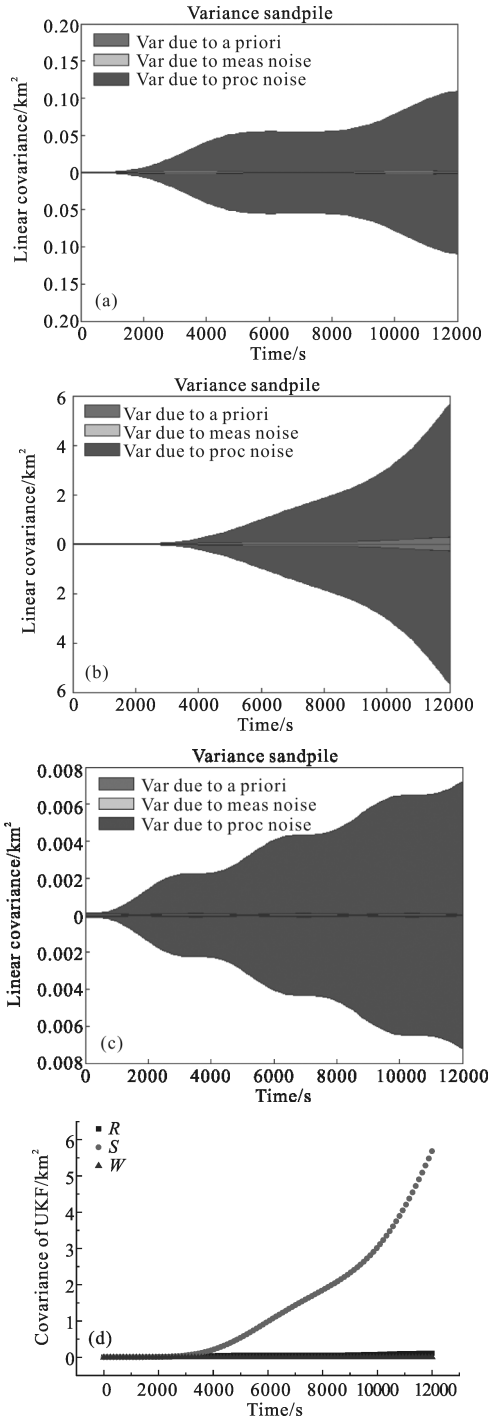

图 3 AJISAI 卫星初值误差 10 m 轨道协方差演化

Fig.3 AJISAI orbit covariance prediction as initial error 10 m

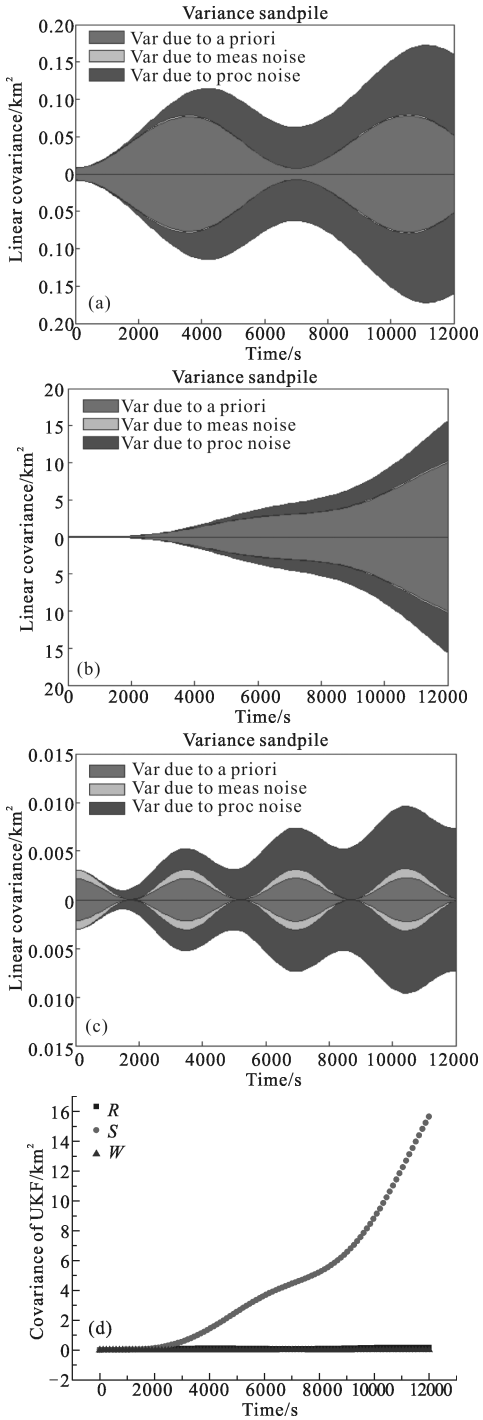

图 4 AJISAI 卫星初值误差 100 m 轨道协方差演化

Fig.4 AJISAI orbit covariance prediction as initial error 100 m

100;100)m 时的协方差演化结果。从图中可以看出协方差演化在 R 方向和 S 方向主要表现为初值协方差以及过程误差协方差。在 W 方向则三种协方差演化结果值均匀分布，且过程误差协方差略大于其他两项。

对比分析卫星 AJISA 不同初值误差情况下轨道位置协方差演化结果(表 2),可以从中得到过程噪声协方差演化结果只与演化状态转移矩阵和过程噪声矩阵相关。测量噪声协方差演化只与状态转移矩阵和测量噪声矩阵相关。不同的初始值误差对过程噪声协方差演化以及测量噪声协方差没有影响。初始值误差越大,相同演化时间,演化误差协方差越大。

表 2 不同预报初值 AJISAI 卫星预报标准差

Tab.2 AJISAI standard deviation of different initial errors

Initial error	Position error predicted for 200 min/m								
	Predicted initial variance			Predicted process noise			Predicted meas noise		
	R	*S*	*W*	*R*	*S*	*W*	*R*	*S*	*W*
1m(linear)	27.98	403.8	5.2	0.00026	2.08	0.000 08	0.08	19.96	3.71
				Total var *R*(28.28) *S*(404.35) *W*(6.4)					
1m(UKF)				Total var *R*(28.28) *S*(404.35) *W*(6.4)					
5m(linear)	30.37	438.02	5.24	0.000 26	2.08	0.000 08	0.001	22.08	3.71
				Total var *R*(30) *S*(438.63) *W*(6.4)					
5m(UKF)				Total var *R*(30) *S*(438.63) *W*(6.4)					
10m(linear)	36.73	528.96	5.36	328.41	2 323.21	84.83	2.18	41.23	3.72
				Total var *R*(330.45) *S*(2 383.02) *W*(84.85)					
10m(UKF)				Total var *R*(330.45) *S*(2 383.02) *W*(84.85)					
100m(linear)	226.65	3157.59	9.38	328.03	2 323.27	84.82	28.89	517.25	5.4
				Total var *R*(399.75) *S*(3 954.18) *W*(85.44)					
100m(UKF)				Total var *R*(399.75) *S*(3 954.23) *W*(85.44)					

综合分析国际空间站和 AJISAI 卫星,可以发现

1) 轨道位置初值在 10 m 误差情况下国际空间站轨道初值误差协方差演化值要小于 AJISAI 卫星轨道初值协方差演化结果值。而当轨道初值误差在百米量级时，空间站轨道初值误差协方差演化值才大于 AJISAI 卫星轨道初值协方差演化结果值。这说明随着初值协方差增加，国际空间站初值协方差演化结果变化率要大于 AJISAI 卫星初值协方差演化结果变化率。

2) 轨道初值标准差较小时，高轨道目标初值协方差演化结果大于低轨道目标。相同模型误差情况下,200 min 演化时间 AJISAI 模型误差演化标准差值小于空间站模型演化标准差值。这说明模型误差初值一定情况下低轨道目标模型积分累计误差大于高轨道目标。

3) 对于低轨道国际空间站,采用 UKF 方法轨道协方差演化结果精度大于线性演化结果精度。而对于相对轨道高的 AJISAI 卫星，采用 UKF 方法轨道协方差演化结果和线性协方差演化结果基本相等。说明 UKF 协方差演化方法对于低轨道目标可以提高协方差演化精度。以上研究说明低轨道国际空间站协方差演化受模型建模精度影响大于相对轨道较高的 AJISAI 卫星。

6 非线性蒙特卡洛演化方法验证分析

在绝对意义上说,状态误差是无法测量的。当用初始状态进行未来预测时，存在于轨道确定过程中的仪器测量和动态建模误差将导致预测误差。因此只能通过研究和根据过去的状态倾向信息对轨道预测误差进行近似。预测误差表示方法是在相同一段时间内通过比较预测星历和确定“真实”解算结果来衡量轨道预测误差。这些不同或不断重复的比较作用是评估状态预测的准确性。

预测误差是由在一段时间内 (即指定样本大小) 对预测的星历和确定的星历执行多次重复的比较得到的。位置误差和速度误差都要计算并分别在 RSW 坐标系下表示出来。

为了验证以上线性协方差演化方法和 Unscent

转换在协方差演化过程中的演化结果的准确性。笔者采用蒙特卡洛方法取 10 个采样点。对采样点状态值加上标准差为(10;10;10)和(100;100;100)随机初值误差。把含有初值误差的采样点在精密轨道动力学方程中进行传播预报，并把预报值与不含误差的预报值比较。统计分析预报样本的标准差,并与以上线性协方差演化以及 Unscent 转化的协方差进行比较。结果如图 5~8 所示。

从图 5 到图 8 可以看出，通过蒙特卡洛方法选取采样点并预报轨道、比对预报值、统计预报误差协方差。从各图中可以看出预报数据的统计标准差和线性协方差演化标准差值基本相当。由于线性协方差演化是取一阶线性演化,忽略了高阶项,所以线性协方差演化标准差图形的波动性较小，而采用蒙特卡洛统计的数据标准差图形波动性大。总体比较可

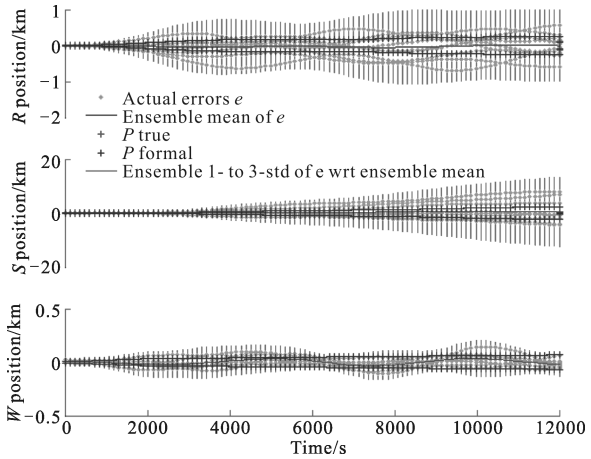

图 5 国际空间站初值误差 10 m 协方差演化对比

Fig.5 Comparison of ISS covariance estimation with initial error 10 m

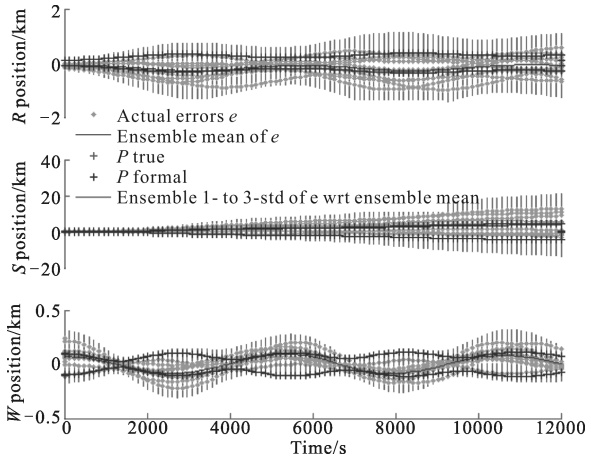

图 6 国际空间站初值误差 100 m 协方差演化对比

Fig.6 Comparison of ISS covariance estimation with initial error 100 m

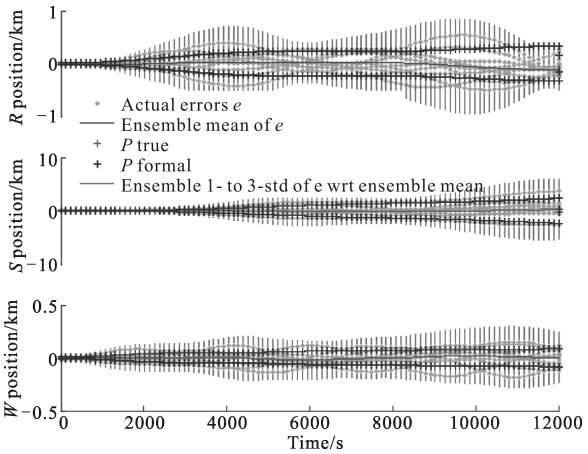

图 7 AJISAI 初值误差 10 m 协方差演化对比

Fig.7 Comparison of AJISAI covariance estimation with initial error 10 m

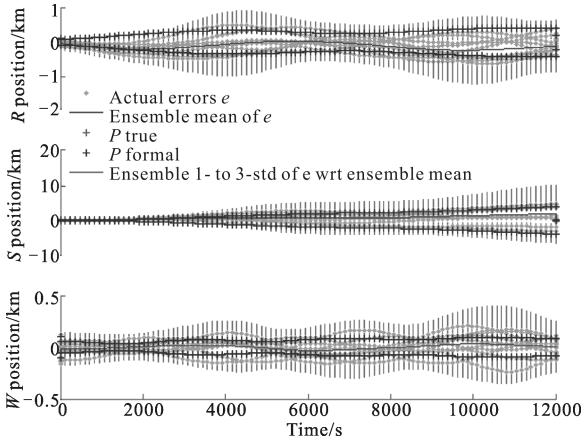

图 8 AJISAI 初值误差 100 m 协方差演化对比

Fig.8 Comparison of AJISAI covariance estimation with initial error 100 m

以发现,在较短预报期内,采样点统计数据标准差和线性协方差标准差基本吻合。

7 结 论

文中采用了线性协方差演化方法、UKF 算法以及蒙特卡洛算法对 400 km 和 1 500 km 高度低轨道空间目标轨道位置协方差进行演化。可以得出,初值协方差不同,相同的预报期,初值协方差越大,演化协方差结果越大。初值误差 10 m 时,国际空间站初值协方差演化结果沿迹方向值小于 AJISAI 卫星。初值误差 100 m 时，国际空间站初值协方差演化沿迹方向值大于 AJISAI 卫星。比对发现,过程噪声协方差矩阵演化只与过程噪声及过程转换矩阵相关,与初值误差无关。采用线性协方差演化方法和 UKF 协方差演化方法，国际空间站协方差演化精度提高,

AJISAI 卫星协方差演化结果基本相等。通过蒙特卡洛采样分析比对发现,蒙特卡洛统计结果与线性协方差演化方法和 UKF 协方差演化方法所得到结果一致。说明文中的线性协方差演化方法和 UKF 协方差演化满足方差演化需求。文中的研究结果对提高空间目标编目效率和航天器在轨碰撞预警有重要意义。

参考文献:

[1] Alfriend K T, Lim J. Performance of a dynamic algorithm for processing uncorrelated tracks[C]. AAS 99-365, AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference, Girdwood, Alaska, Aug. 15-19, 1999.

[2] Sabol C, Hill K, Alfriend K, et al. Nonlinear effects in the correlation of tracks and covariance propagation[J]. ***Acta Astronautica***, 2013, 84: 69-80.

[3] Wang R, Liu J, Zhang Q M. Propagation errors analysis of TLE data[J]. ***Advances in Space Research***, 2009, 43(7): 1065-1069.

[4] Bai X Z. Research on orbital prediction error and collision probability of space objects[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2013. (in Chinese)

[5] Chen Lei, Han Lei, Bai Xianzong, et al. Orbital Dynamics and Error Analysis of Space Object[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2010. (in Chinese)

[6] Bai Xianzong, Chen Lei, Tang Guojin. Explicit expression of collision probability in terms of RSW and NTW components of relative position[J]. ***Advances in Space Research***, 2013, 52(6): 1078-1096.

[7] Bai Xianzong, Chen Lei, Tang Guojin. Periodicity characterization of orbital prediction error and Poisson series fitting[J]. ***Advances in Space Research***, 2012, 50(5): 560-575.

[8] Cao Yuhui, Fan Pengcheng. Initial error propagation of elliptical orbit based on T-H equation [J]. ***Chinese Space Science and Technology***, 2014(2): 28-35. (in Chinese)

[9] Yan Ruidong, Wang Ronglan. Study of covariance calculation in space objects collision warning [J]. ***Chin J Space Sci***, 2014, 34(4): 441-448. (in Chinese)

[10] Tapley B D, Schutz B E, Born G R, Statistical Orbit Determination[M]. New York: Academic Press, 2004.

[11] Markley F L, Seidewitz E, Nicholson M. A general model for attitude determination error analysis[C]//NASA Conference Publication 3011: Flight Mechanics/Estimation Theory Symposium, 1988.

[12] Markley F L, Seidewitz E, Deutschmann J. Attitude determination error analysis: general model and specific application[C]//Proceedings of the CNES Space Dynamics Conference, 1989: 251-266.

[13] Carpenter J R, Markley F L, Alfriend K T, et al. Sequential probability ratio test for collision avoidance maneuver decisions based on a bank of norm-inequality-constrained epoch-state filters [C]//AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference, No. AAS 11-437, 2011.

[14] Montenbruck O. An epoch state filter for use with analytical orbit models of low earth satellites [J]. ***Aerosp Sci Technol***, 2000, 4: 277-287.

[15] Zong Rui, Lin Defu, Liu Tairan, et al. Compensation method for scale error of optical strapdown seeker using UKF[J]. ***Infrared and Laser Engineering***, 2014, 43(11): 3577-3584. (in Chinese)

[16] Fu Ying, Tang Ziyue. Methodology for tracking multi-target hidden in Doppler blind zone based on airborne and ground-based early warning radar cooperation[J]. ***Infrared and Laser Engineering***, 2014, 43(7): 2379-2386. (in Chinese)

[17] Zhao Xijing, Liu Guangbin. Fifth degree cubature Kalman filter algorithm and its application [J]. ***Infrared and Laser Engineering***, 2015, 44(4): 1377-1381. (in Chinese)