

近似稀疏约束的多层非负矩阵分解高光谱解混

徐晨光, 邓承志, 朱华生

(南昌工程学院 江西省水信息协同感知与智能处理重点实验室, 江西 南昌 330099)

摘要: 稀疏正则化函数的选取直接影响到稀疏非负矩阵分解高光谱解混的效果。目前, 主要采用 L_0 或 L_1 范数作为稀疏度量。 L_0 稀疏性好, 但求解困难; L_1 求解方便, 但稀疏性差。提出一种近似稀疏模型, 并将其引入到多层非负矩阵分解(AL₀-MLNMF)的高光谱解混中, 将观测矩阵进行多层次稀疏分解, 提高非负矩阵分解高光谱解混的精度, 提升算法的收敛性。仿真数据和真实数据实验表明: 该算法能够避免陷入局部极值, 提高非负矩阵分解高光谱解混性能, 算法精度上比其他几种算法都有较大的提升效果, RMSE 降低 0.001~1.676 7, SAD 降低 0.002~0.244 3。

关键词: 非负矩阵分解(NMF); 稀疏; 混合像元; 解混

中图分类号: TP751 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201847.1117010

Approximate sparse regularized multilayer NMF for hyperspectral unmixing

Xu Chenguang, Deng Chengzhi, Zhu Huasheng

(Jiangxi Province Key Laboratory of Water Information Cooperative Sensing and Intelligent Processing,
Nanchang Institute of Technology, Nanchang 330099, China)

Abstract: The selection of sparse regularization functions directly affects the effect of sparse non-negative matrix factorization of hyperspectral unmixing. At present, the L_0 or L_1 norms are mainly used as sparse measures. L_0 has good sparsity, but it is difficult to solve; L_1 is easy to solve, but the sparsity is poor. An approximate sparse model was presented, and was applied to the multi-layer NMF (AL₀-MLNMF) in hyperspectral unmixing. The algorithm made the observation matrix multilevel sparse decomposition improve the precision of hyperspectral unmixing, and improve the convergence of the algorithm. The simulation data and real data show that the algorithm can avoid falling into the local extremum and improve the NMF hyperspectral unmixing performance. Algorithm accuracy has greater improvement effect than several other algorithm, RMSE reduces 0.001–1.676 7 and SAD reduces 0.002–0.244 3.

Key words: non-negative matrix factorization (NMF); sparsity; mixed pixels; unmixing

收稿日期: 2018-06-05; 修订日期: 2018-07-10

基金项目: 江西省教育厅科技项目(GJJ151135); 国家自然科学基金(61461032); 国家自然科学基金(61865012)

作者简介: 徐晨光(1985-), 男, 硕士生, 主要从事遥感影像处理等方面的研究。Email: xcg@nit.edu.cn

导师简介: 邓承志(1980-), 男, 教授, 硕士生导师, 博士, 主要从事遥感影像处理、机器视觉等方面的研究。Email: dengcz@nit.edu.cn

0 引言

高光谱遥感技术具有高光谱分辨率,可以在获取空间信息的同时得到比多光谱更为丰富的光谱信息。但是,由于高光谱传感器的空间分辨率不高,以及各种地物的复杂影响,传感器所生成的遥感影像中单个像元中所包含的端元信息并不唯一,存在着混合像元的情况。因此,如何精确地对高光谱进行解混,对后续地物目标的识别与分类具有直接的影响。

非负矩阵分解(NMF)^[1]可以在光谱信息未知的前提下,对高光谱混合像元进行非监督解混,受到了广泛的关注。稀疏表示就是用尽可能少的非零系数对原始信号进行表示的过程,能更好地获取信号中所包含的主要信息,并且简化信号处理问题的求解。

稀疏正则化 NMF 解混正是利用了两者的优势,把两种模型合二为一,使得新模型变成一种带有一组稀疏正则化项的非负矩阵分解的新形式。目前,高光谱稀疏解混算法受到广泛的关注^[2-7],其最典型稀疏效果较好的是 L_0 范数稀疏,但是由于其存在一个 NP 难题,求解相当困难。Candes 等^[8]提出了利用 L_1 范数替代 L_0 来进行求解,这样求解速度加快很多,但是其稀疏性较差。近来,高钰等人提出基于近似稀疏约束的 NMF 算法^[9],其算法结果能有效接近 L_0 稀疏约束的 NMF 算法,并且有效解决了 NP 问题,提高了运算效率。Rajabi 等人^[10]提出了多层 NMF 高光谱解混算法,该算法提出了一种非负矩阵多层分解的新思路,对高光谱解混分解进行了较大的改进。这两种算法对 NMF 算法都有很大的改进,但是并没有把近似稀疏与多层次分解问题综合的考虑进来。

为了提高 NMF 稀疏算法的性能,减少 NMF 算法解的空间,文中对近似稀疏约束 NMF 算法进行了改进,提出了一种基于近似稀疏正则化多层 NMF 算法。最后通过仿真实验和实际数据来证明该算法的精度。

1 近似稀疏约束多层 NMF 高光谱解混

大部分的基于稀疏正则化 NMF 算法是把一个非负矩阵 X 近似地分解成另外两个非负矩阵 A (基矩阵)与矩阵 S (系数矩阵)的乘积的形式。分解结果中具有稀疏特性的是系数矩阵 S , 而基矩阵 A 一般不具有稀疏特性。但是在 Cichocki 等人发表的多层 NMF 的算法^[11]中,其中每一层矩阵分解结果中,矩阵都有可能是稀疏的。这是由于几个稀疏的矩阵相乘有可能结果为一个非稀疏矩阵。这个想法目前在数学证明上还是一个开放性的问题。Cichocki 等人对这个想法也做了较为深入的研究^[11]。在多层非负矩阵分解算法中可以看到第一次的分解后,观测矩阵 X 分解得并不充分,不能达到稀疏的效果,为了使得分解后结果尽量稀疏,需要对其进行多次的分解,才能得到较为理想的结果。

在高光谱图像混合像元分解中,把已知的高光谱影像通过高光谱分解方法分解成为端元矩阵与丰度矩阵乘积的形式。在做高光谱混合像元分解中,目前通常对丰度矩阵加入稀疏约束作为附加条件进行分解^[12],并且这种方式分解的效果也比较理想,而解混结果中端元矩阵通常不是稀疏矩阵。这个模型与稀疏正则化 NMF 模型非常相似。

高钰等提出了一种基于近似稀疏约束的 NMF (AL_0 -NMF) 的高光谱图像混合像元分解模型^[9],其解混的精度较好。该作者在参考文献[13]中把该算法与几种常见算法比较分析,实验证明: AL_0 -NMF 算法精度确实优于其他算法。而 Rajabi 等人^[10]在其文章中把基于多层 NMF 的算法应用到了高光谱混合像元分解中,并通过实验证明了其有效性。

因此可以把多层 NMF 算法和近似稀疏正则化的 NMF 方法结合起来,并应用到高光谱图形进行混合像元分解中来。

1.1 解混模型

文中提出了一种基于近似稀疏正则化的多层 NMF 的高光谱混合像元分解算法 (AL_0 -MLNMF)。公式(1)为其在第 l 层的目标函数:

$$\begin{cases} f(A_l, S_l) = \frac{1}{2} \|X_l - A_l S_l\|_2^2 + \lambda f(A_l) + \mu \sum_{p=1}^P \sum_{n=1}^N \frac{2}{\pi} \arctan(|S_{l(pn)}|/\sigma^2) \\ \text{s.t. } A_l \geq 0, S_l \geq 0, 1_p^T S_l = 1_N^T \end{cases} \quad (1)$$

式中： λ 和 μ 为正则化参数； $f(A_i)$ 为关于 A_i 的稀疏测量函数； $S_{i(pn)}$ 为矩阵 S_i 的第 p 行第 n 列的值； σ 为近似参数， σ 的值越小，近似函数的性质越接近 L_0 范数。

目前通常用的稀疏性测试函数有很多种。其中被

$$\begin{cases} f(A_i, S_i) = \frac{1}{2} \|X_i - A_i S_i\|_2^2 + \lambda \|A_i\|_{1/2} + \mu \sum_{p=1}^P \sum_{n=1}^N \frac{2}{\pi} \arctan(|S_{i(pn)}|/\sigma^2) \\ \text{s.t. } A_i \geq 0, S_i \geq 0, \mathbf{1}_p^T S_i = \mathbf{1}_N^T \end{cases} \quad (2)$$

1.2 求解方法

多层 NMF 算法中，每一层算法都是在做一次简单的 NMF。而简单的 NMF 使用的目标函数与迭代方式有很多种，因此在多层 NMF 中，每层既可以使用相同的目标函数与迭代方法，也可以使用不同的目标函数和迭代方法。文中为了方法简便和易于计算，采用相同的目标函数与迭代方法来进行分解。

在非负 NMF 中乘性迭代算法为其最早的迭代算法，而在基于 NMF 的高光谱图像混合像元解混算法中乘性迭代算法应用最为广泛^[15]。因此文中采取乘性迭代进行多层非负矩阵分解，对矩阵 A_i 和矩阵 S_i 进行更新。具体的迭代规则如下：

在目标函数公式(2)上，利用乘性迭代对端元矩阵 A 和丰度矩阵 S 进行更新，第一步需要对 A_i 和 S_i 求偏导数：

$$\frac{\partial}{\partial A_i} f(A_i, S_i) = A_i S_i S_i^T - X_i S_i^T + \frac{1}{2} \lambda A_i^{-1/2} \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial S_i} f(A_i, S_i) = A_i^T A_i S_i - A_i^T X_i + 2 \text{sign}(S_i) [\mu / (\pi \sigma^2)] / [1 + (|S_{i(pn)}|/\sigma^2)^2] \quad (4)$$

对于每一层的子问题迭代函数如下：

$$A_i \leftarrow A_i \left[X_i S_i^T / \left(A_i S_i S_i^T + \frac{1}{2} \lambda A_i^{-1/2} \right) \right] \quad (5)$$

$$S_i \leftarrow S_i \left[A_i^T X_i / \left(A_i^T A_i S_i + 2 \text{sign}(S_i) [\mu / (\pi \sigma^2)] / [1 + (|S_{i(pn)}|/\sigma^2)^2] \right) \right] \quad (6)$$

1.3 算法描述

当把 AL_0 -MLNMF 算法应用于高光谱混合像元分解之前，需要对该算法进行一些初始化和参数设置工作。

(1) 估计端元的数目

在做高光谱图像的混合像元分解工作前，第一步就是要预估出被测地物的端元数目。通常基于非负矩阵分解的高光谱混合像元解混常用的几种估算

业界广泛讨论应用^[14]的一种测试方法为徐宗本院士提出的 0.5 范数测试方法。由于 $L_{1/2}$ 范数有着比 L_1 范数更为稀疏，且比 L_0 范数更易于求解的特性，在图像处理领域得到广泛的应用。因此，文中选定了 $L_{1/2}$ 范数作为 A_i 稀疏测试函数。因而公式(1)可以写成：

方法为虚拟维度(VD)法和高光谱最小误差端元确定(Hysime)法。文中仍然使用前文使用的 Hysime 来对端元信息进行预估。

(2) 初始化

预估完端元数目，第二步就是要对端元矩阵与丰度矩阵进行初始化工作。目前通常基于 NMF 的高光谱混合像元解混常用的几种初始化方法为 VCA-FCLS 初始化方法和随机初始化方法。VCA-FCLS 初始化方法是首先采用 VCA 方法对端元矩阵进行预估，然后利用预估出来的端元矩阵和 FCLS 方法求出丰度矩阵，作为初始值。随机初始化方法是随机产生一个 $R^{L \times P}$ 大小的端元矩阵和一个 $R^{P \times N}$ 大小的丰度矩阵，两个矩阵中值为 0~1 中随机值。这两种方法，随机初始化方法虽然简单，但是效果没有 VCA-FCLS 好，所以采用 VCA-FCLS 方法作为初始化方法，不但可以提高计算速率，并且计算出来的数据效果好。

文中在多层 NMF 的算法中，每一层算法都是在做一次简单的 NMF。而在简单的非负矩阵分解中都需要进行初始化工作，因此在多层 NMF 算法中，每层即可以使用相同方法进行初始化，也可以使用不同的方法进行初始化。文中为了即提高精度又使得计算速度加快，使用混合的初始化方法。在文中的初始化中，第一层使用 VCA-FCLS 方法，之后其他层次的初始化选择随机初始化方法。

(3) 非负数约束、和为一约束

在高光谱混合像元分解中存在着两个重要的约束条件：非负约束(ANC)和丰度和为一约束(ASC)。由于非负矩阵分解其特点就是分解出两个非负的矩阵，其非负性可以保证。因此只需要保证丰度的和唯一约束。文中采用了参考文献[16]中提到的方法进行简单有效的约束，该方法广泛地应用于高光谱混合像元分解中。其数学表达公式如公式(7)，在对公

式(6)第 l 层进行迭代矩阵 S_l 更新时,对 X_l 和 A_l 进行下列扩展操作:

$$\overline{X}_l = \begin{bmatrix} X_l \\ \delta \mathbf{1}_N^\top \end{bmatrix} \quad \overline{A}_l = \begin{bmatrix} A_l \\ \delta \mathbf{1}_N^\top \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中:参数 δ 是调节矩阵 \overline{X}_l 和 \overline{A}_l 为一约束的强弱项,当值越大时,其结果效果越好,但其越难收敛;当其值越小时,效果会变差,但其越容易收敛。因此为了分解结果效果与收敛度达到平衡,在实验中设置 δ 值为 20。

(4) 正则化参数

在文中 AL_0 -MLNMF 算法的模型如公式(2)中后面两项正则化项有两个正则化参数 λ 和 μ , 为此还需对这两个正则化参数进行设置。

通常参数 λ 设置为如下:

$$\lambda = \lambda_0 e^{-t/\tau} \quad (8)$$

式中: t 表示循环迭代中程序迭代的次数; λ_0 和 τ 用来调节 λ 影响因数。

对于公式中参数 μ , 文中为增强其算法稳定性采用自适应参数。依靠丰度矩阵稀疏度来决定参数 μ 的值。而由于丰度矩阵又不可预知,文中采用高光谱数据的图像数据来替代。文中对参数 μ 采用了 L_1 范数与 L_2 范数相结合的方式来度量其稀疏度。其具体公式如下:

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{L}} \sum_l \frac{\sqrt{N} - \|x_l\|_1 - \|x_l\|_2}{\sqrt{N-1}} \quad (9)$$

式中: x_l 表示被测地物高光谱数据第 l 维的光谱数据。

(5) 停止条件

通常迭代方法采用的停止条件有两种:第一种是通过设定的迭代次数来控制的,程序如果运行超过了设定值就停止;第二种是通过设定前后两次迭代误差值来控制,在程序运行时不断比较前后两次的误差,如果小于文中给定的停止条件值足够次数的话就停止迭代,其前后两次误差计算表达式如下:

$$\|f(A_l, S_l)_{\text{new}} - f(A_l, S_l)_{\text{old}}\| < \varepsilon \quad (10)$$

式中: $f(A_l, S_l)_{\text{new}}$ 和 $f(A_l, S_l)_{\text{old}}$ 分别表示在第 t 次的迭代目标函数值与第 $t-1$ 次的迭代目标函数值; ε 表示误差的容忍度。

文中也采用了这两种迭代方式,设置其最大迭代次数为 500。取连续 10 次前后两次误差不超过误

差容忍度 10^{-4} 为迭代结束条件。表 1 为 AL_0 -MLNMF 算法的伪代码。

表 1 基于 AL_0 -MLNMF 的高光谱解混算法伪代码
Tab.1 Pseudo-code of the hyperspectral unmixing algorithm based on AL_0 -MLNMF

Algorithm 1: AL_0 -MLNMF algorithm

```

Input:  $X \in R^{L \times N}$ (hyperspectral images data),
       $P$ (number of endmember),
       $T$ (maximum number of iterations per layer),
       $L$ (total layer number of iterations), Other parameters
Output:  $A$ (endnumber matrix),  $S$ (abundance matrix)
1: set  $X_l = X$ 
2: for  $l=1$  to  $l=L$  go through 3 to 5 steps
3: Initialize  $A_l, S_l$ 
   if  $l=1$  then Use VCA-FCLS as initial method,
   if  $l>1$  then Use Random as initial method
4: for  $t=1$  to  $T$  go through (a) to (d) steps
   (a) Update using equation(5)
   (b) Update and using equation(7)
   (c) Update using equation(6)
   (d) When the set stop condition is reached, jump out of
the loop
5: set  $X_{l+1} = S_l$ 
6:  $A = A_1, A_2, \dots, A_L$  和  $S = S_L$ 
    
```

2 实验结果与讨论

实验选取模拟数据和真实数据,对 AL_0 -MLNMF 算法和几种常用的高光谱解混算法(VCA-FCLS、 $L_{1/2}$ -NMF 和 AL_0 -NMF)的性能进行测试和比较,采用光谱角距离(SAD)和均方根误差(RMSE)来评价解混的精度。SAD 用于度量第 p 个真实端元 A_p 与对应的估计端元 \hat{A}_p 的相似程度。

$$SAD_p = \arccos \left(\frac{A_p^\top \hat{A}_p}{\|A_p\| \|\hat{A}_p\|} \right) \quad (11)$$

RMSE 用于度量真实丰度 S_p 与估计丰度 \hat{S}_p 的相似性。

$$RMSE_p = (|S_p - \hat{S}_p|^2 / N)^{1/2} \quad (12)$$

2.1 模拟数据实验

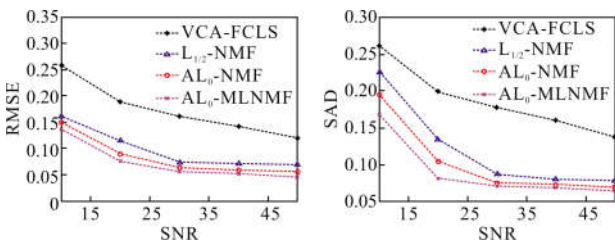
实验用光谱选自美国地质勘探局(USGS)提供的光谱。光谱包含 224 个波段,波长范围从 0.38~2.5 μm 。为保证实验结果的鲁棒性,每个实验结果均是 100 次计算的平均值。实验分别从噪声、端元数、像元数三方面对各解混算法性能的影响进行测试与分析。在

模拟数据中加入了零均值的高斯白噪声, 信噪比的公式为:

$$SNR=10\log_{10}E[(AS)^T(AS)]/E[e^T e] \quad (13)$$

(1) 噪声影响分析

此实验采用的高光谱影像的空间分辨率为 64×64 , 端元数 P 为 5, 参数 σ 为 0.001, λ_0 为 0.1, τ 为 25, L 为 10. 实验中几种算法都采用相同的初始化方法 VCA-FCLS 和相同的迭代方法, 实验通过改变所加噪声的强度, 来比较各算法的抗噪声性能. 信噪比 SNR 从 10~50 dB, 每次增幅为 10. 实验结果如图 1 所示. 图 1 (a) 表示随着 SNR 变化, 均方根误差值 (RMSE) 的变化曲线图, 图 1(b) 表示随着 SNR 变化光谱角距离值 (SAD) 的变化曲线图. 从图 1(a) 和图 1(b) 的整体趋势上看出: 随着信噪比增加, 这几种算法的 RMSE 和 SAD 的值都在下降, 像元分解的结果越来越好. 当信噪比从 10 dB 变到 20 dB 时的结果变化最剧烈, 信噪比在 10~20 dB 之间是一个临界点. 从 RMSE 和 SAD 数值求解的整体的趋势上看, 就 4 种算法性能而言, AL_0 -MLNMF 算法的结果最好; AL_0 -NMF 与 $L_{1/2}$ -NMF 算法比较, 相差不大, 但是 AL_0 -NMF 的效果要好一些; VCA-FCLS 算法的结果相对来说效果最差. 因此, 可以得出: 添加了多层稀疏 NMF 的算法 AL_0 -MLNMF 对混合像元分解的效果比其他几种算法在 RMSE 和 SAD 上的值都有较大降低, 并且对噪声有较强的鲁棒性. 从图 1 中数据计算得出 RMSE 比其他 3 种算法降低 0.007~0.162, SAD 降低 0.008~0.131。



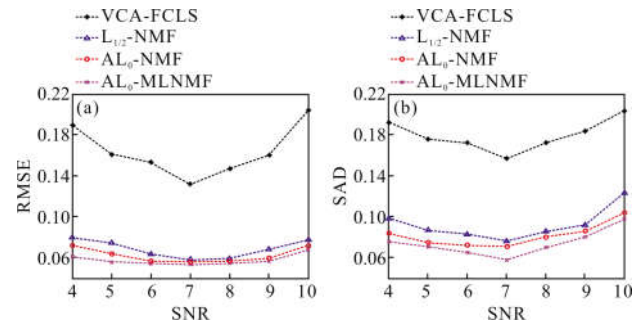
(a) RMSE 变化曲线图 (b) SAD 变化曲线图
(a) RMSE curve (b) SAD curve

图 1 不同 SNR 下不同算法的高光谱图像混合像元的结果
Fig.1 Results of hyperspectral images mixed pixels of different SNR for different algorithm

(2) 端元数影响分析

在此次实验中, 选定空间分辨率为 64×64 、信噪

比为 30 dB、 λ_0 为 0.1、 τ 为 25、 L 为 10、端元个数为 4~10 的图像进行实验. 实验中几种算法都是用相同的 VCA-FCLS 初始化方法和相同的迭代方法. 实验结果如图 2 中所示. 图 2(a) 表示在端元个数变化时均方根误差值的变化曲线图, 图 2(b) 表示在端元个数变化时光谱角距离值变化曲线图. 从图中可以看出, 这几种算法呈现有规律的变化. 端元从 4~7 时, 曲线递减, 算法的性能变好; 端元为 7 时达到最佳值; 端元从 6~9 时随着端元个数的曲线呈递增变化, 算法的性能开始下降. 总的看来, 3 种添加了稀疏正则化的算法 (AL_0 -MLNMF, $L_{1/2}$ -NMF、 AL_0 -NMF) 要优于 VCA-FCLS 算法, 表现出稀疏约束对混合像元分解效果有一定提升作用. 在几种稀疏正则化算法中, AL_0 -MLNMF 算法稍优于 AL_0 -NMF 算法, 表现出较好的稳定性, 其次是 $L_{1/2}$ -NMF 算法. AL_0 -MLNMF 算法仍然表现出较好的性能. 从图 2 中数据计算得出 RMSE 比其他 3 种算法降低 0.001~0.204, SAD 降低 0.004~0.187。



(a) RMSE 变化曲线图 (b) SAD 变化曲线图
(a) RMSE curve (b) SAD curve

图 2 不同端元数下不同算法的高光谱图像混合像元的结果
Fig.2 Results of hyperspectral images mixed pixels of different number of endmembers for different algorithm

(3) 像元个数影响分析

此次实验主要研究像元个数对实验的影响. 选定端元个数 P 为 5, 信噪比为 40, 参数 σ 设置为 0.001. 图像大小分别为 $32 \times 32, 64 \times 64, 80 \times 80, 96 \times 96, 128 \times 128$. 实验结果如图 3 所示, 其中图 3(a) 为 RMSE 随着像素个数变化曲线图, 图 3(b) 为 SAD 随着像素个数变化的曲线图. 从下图看, 整体上随着高光谱图像像元个数的增加, 几种算法的性能都在缓慢的改善, 而 AL_0 -MLNMF 算法性能最佳, 总的看来文中算法在几种算法中效果最好; 其次是 AL_0 -NMF

算法, AL_0 -NMF 与文中算法相差不大。然后是 $L_{1/2}$ -NMF 算法, 要优于 VCA-FCLS 算法。从图 3 中数据计算得出 RMSE 比其他 3 种算法降低 0.003~0.151, SAD 降低 0.002~0.105。

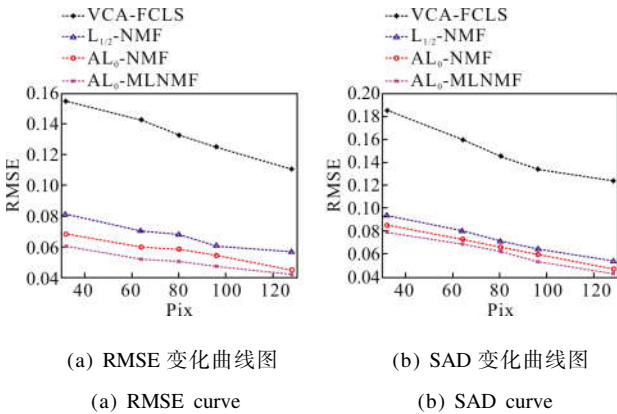


图 3 不同像元个数下不同算法的高光谱图像混合像元的结果
Fig.3 Results of hyperspectral images mixed pixels of different pixels for different algorithms

2.2 真实数据实验

真实实验部分, 将利用真实的高光谱数据对算法来进行验证。此次实验利用真实的高光谱数据

Jasper Ridge 来验证各算法的性能。该高光谱像素的大小为 512×614 , 每个像素包含了 224 个波段, 波长范围是 380~2 500 nm, 光谱的分辨率为 9.46 nm。考虑到高光谱数据过于复杂, 利用了原始图像中从 (105, 269) 像素位置开始的 100×100 的像素大小进行分解, 并且考虑到密集的水蒸气和大气效应吸收的波段, 过滤掉第 1~3、108~112、154~166、220~224 个波段, 这样最后留下 198 个波段进行下一步处理。在高光谱数据中包含了 4 种端元, 分别是道路、泥沙、水、树木。图 4 为其地面的真实数据, 其中(a)为真实图片, (b)为各端元丰度分布图, (c)为各端元光谱信息图。

为了比较几种算法解混的精度, 仍然采用 SAD 和 RMSE 来进行评价。为保证实验结果的鲁棒性, 每个算法都进行了 100 次计算, 取其平均值。表 2 为 4 种算法对 Jasper Ridge 高光谱数据进行混合像元分解的 SAD 和 RMSE 值。从表 2 中可以得出: AL_0 -MLNMF 算法 SAD 值比其他 3 种算法降低 0.086 7~0.244 3, RMSE 值比其他 3 种算法降低 0.161 9~1.676 7, 精度要明显高于其他几种算法。

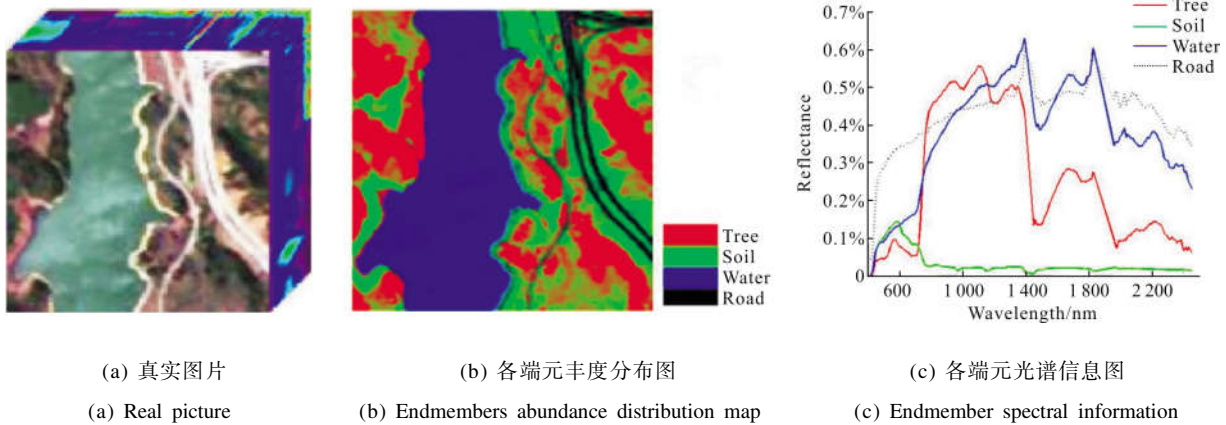


图 4 Jasper Ridge 地面真实数据
Fig.4 Jasper Ridge ground real data

表 2 4 种算法对 Jasper Ridge 高光谱数据进行混合像元分解的精度值

Tab.2 Accuracy obtained by four unmixing algorithms for Jasper Ridge hyperspectrum

	VCA-FCLS	$L_{1/2}$ -NMF	AL_0 -NMF	AL_0 -MLNMF
SAD	0.382 1	0.282 5	0.224 5	0.137 8
RMSE	1.865 9	0.610 3	0.351 1	0.189 2

为了更为直观地从视觉上比较几种算法的精度, 文中把几种算法估计出的端元光谱和端元图像进行比价分析如图 5、6 所示。图 5 给出了文中提供的 4 种算法 (AL_0 -MLNMF, AL_0 -NMF, $L_{1/2}$ -NMF, VCA-FCLS) 对 Jasper Ridge 高光谱数据进行混合像元分解后, 估计出来的端元光谱与 Jasper Ridge 光谱库中的对应的端元光谱的比较图。其中粉红色曲线表示 VCA-FCLS 算法估计的端元光谱, 黑色曲线表

示 $L_{1/2}$ -NMF 算法估计的端元光谱, 绿色曲线表示 AL_0 -NMF 算法估计的端元光谱, 大红色加粗曲线表示 AL_0 -MLNMF 算法估计的端元光谱, 蓝色加粗曲线为 Jasper Ridge 高光谱库中光谱曲线。图 5 中(a)为树, (b)为沙土, (c)为水, (d)为路。图中可以发现, 文中提及的几种算法估计出来的端元光谱大部分都与真实的光谱相接近, 特别是在对树和沙土的光谱拟合中, 而在水和路的光谱曲线中, VCA-FCLS 算法与真实光谱偏离较大, 在波长为 600 nm 处其值与真实值相差最为明显, 没有其他几种稀疏算法 (AL_0 -MLNMF, AL_0 -NMF, $L_{1/2}$ -NMF)效果好。其中鲁棒性能最好的为 AL_0 -MLNMF 算法, 在水和路光谱曲线图中优势表现尤为明显。

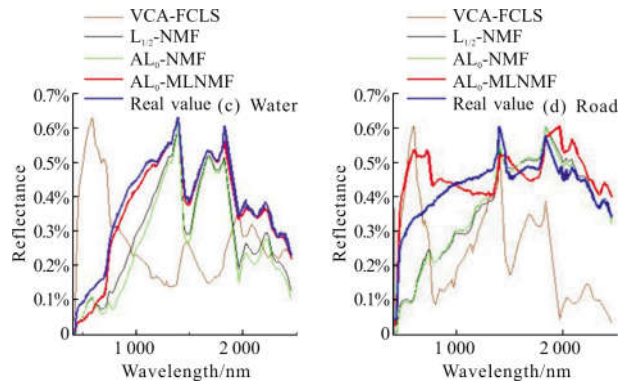


图 5 4 种算法对 Jasper Ridge 高光谱数据进行混合像元分解的端元光谱

Fig.5 Endmembers spectrum maps obtained by four unmixing algorithms for Jasper Ridge hyperspectrum

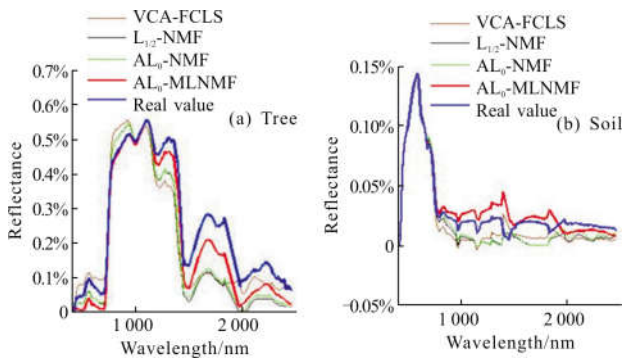
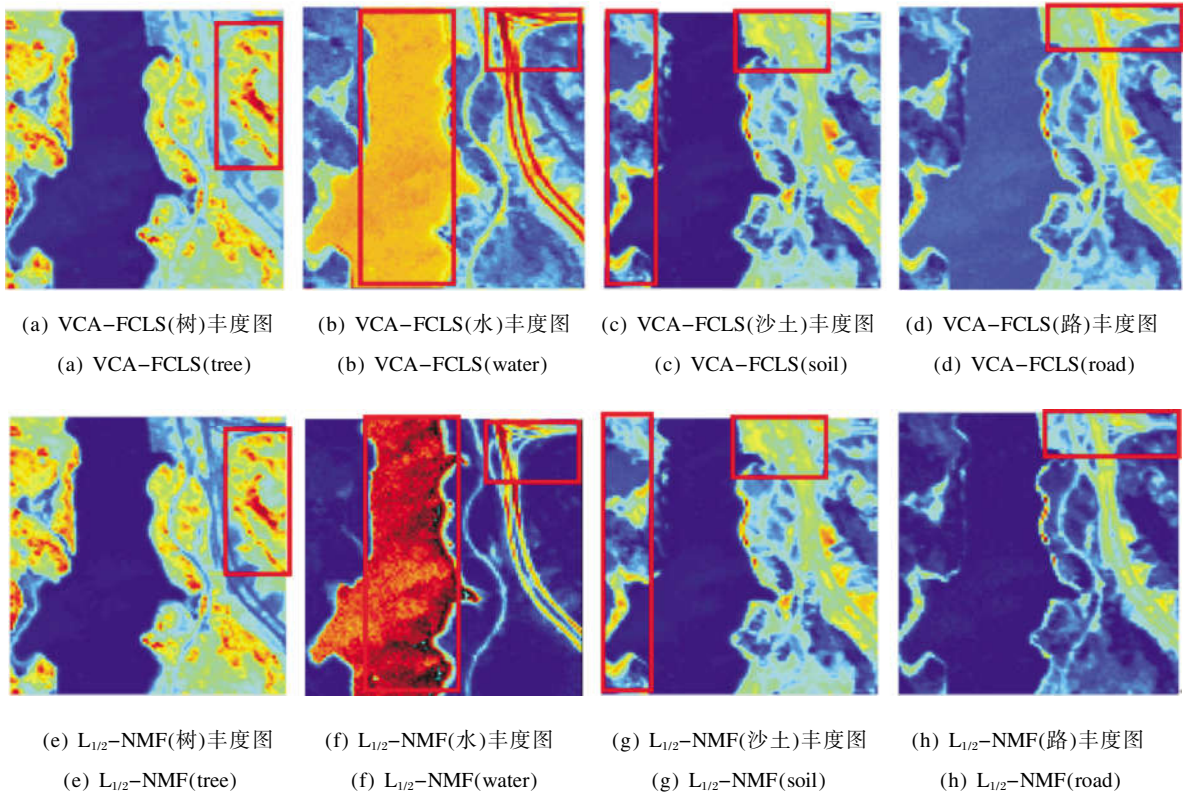


图 6 为文中提及的几种算法对 Jasper Ridge 进行高光谱数据混合像元分解后得到的端元对应的伪彩色丰度图。其中图像对应端元分布多的用红色表示, 对应的端元分布很少用蓝色表示, 中间部分用红色到蓝色的过渡色表示。其中(a)~(d)表示 VCA-FCLS 算法估计的端元丰度, (e)~(h)表示 $L_{1/2}$ -NMF 算法估计的端元丰度, (i)~(l)表示 AL_0 -NMF 算法估计的端元丰度, (m)~(p)表示 AL_0 -MLNMF 算法估计的端元丰度, (q)~(t)表示真实端元丰度。(a)、(e)、(i)、(m)、(q)为



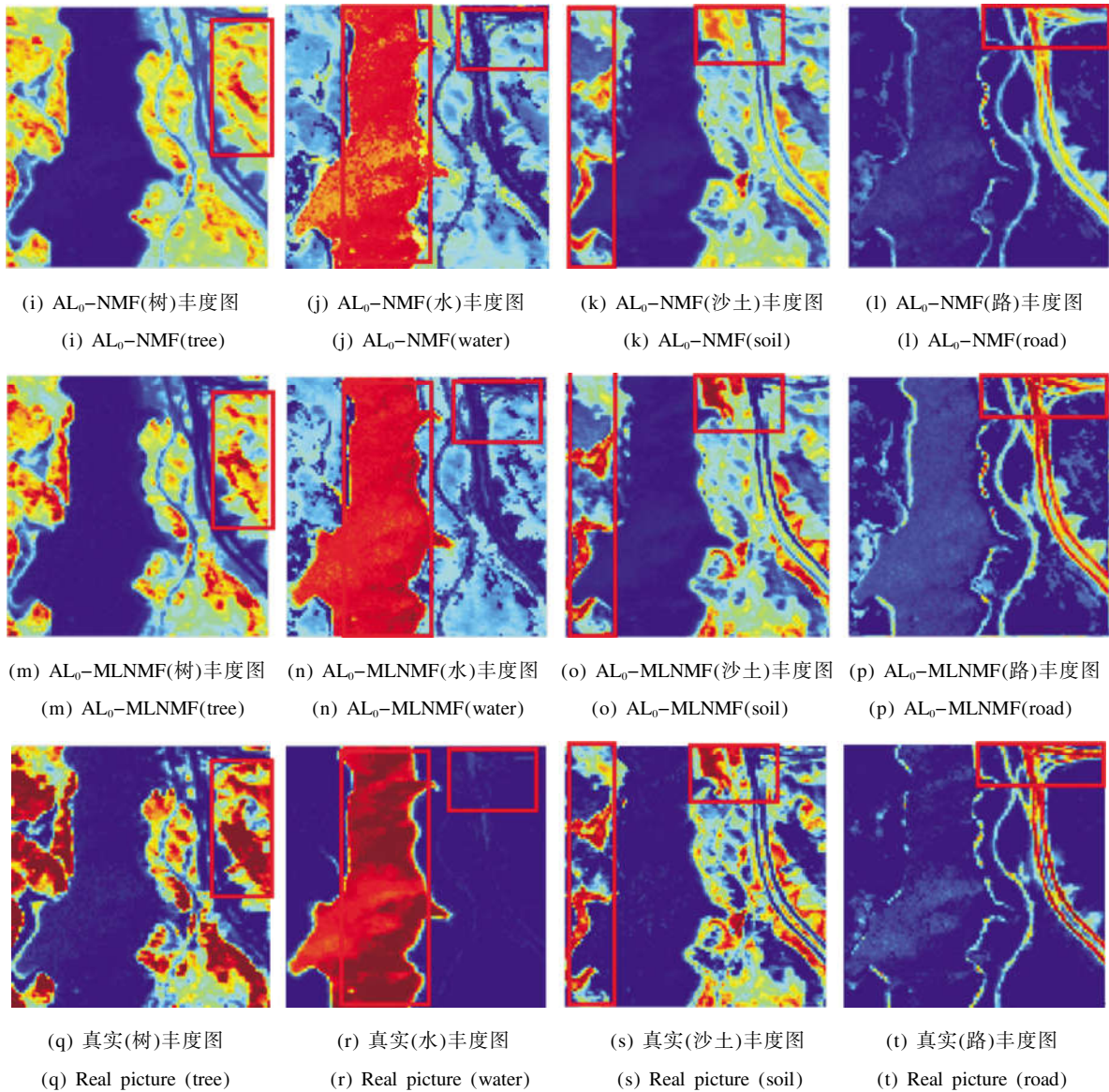


图 6 4 算法对 Jasper Ridge 高光谱数据进行混合像元分解的端元丰度图像

Fig.6 Abundance maps obtained by four unmixing algorithms for Jasper Ridge hyperspectrum

树, (b)、(f)、(j)、(n)、(r)为水, (c)、(g)、(k)、(o)、(s)为沙土, (d)、(h)、(l)、(p)、(t) 为路。从图中仍然可以得到, 4种算法分解出的端元丰度图在树和水端元部分都和真实端元丰度分布图比较吻合。而在沙土和路部分, 丰度图 AL_0 -MLNMF 算法明显优于其他 3 种算法。特别是在图 6(m)中红色方框中树的成分比图 6(a)、(e)、(i)中树的成分更为接近于真实值图 6(q)。图 6(b)、(f)水的端元分布中右上角红色方框图明显有误差, 而图 6(j)、(n)与真实值图 6(r)较为相似。图 6(o)中红色方框绘出的沙土细节部分明显比图 6(c)、(g)、(k)清晰许多, 更接近于图 6(s)。图 6(p)中红色方框绘出的水流分支比图 6(d)、(h)、(l)红色方框效果好得

多, 更接近于图 6(t)。

从图 5 和图 6 的直观比较中, 文中算法效果确实优于其他几种算法。

3 结论

文中提出了一种基于近似稀疏正则化的多层 NMF(AL_0 -MLNMF)的算法, 并将其应用于高光谱混合像元分解中。在算法中, 通过在多层非负矩阵算法中加入 $L_{1/2}$ 范数来控制端元矩阵的稀疏性, 加入 AL_0 范数来控制丰度矩阵的稀疏性, 建立了一种基于近似稀疏正则化的多层 NMF 的高光谱解混模型。最后与 AL_0 -NMF、 $L_{1/2}$ -NMF、VCA-FCLS 等几种高光谱

解混算法进行了比较。实验结果表明: AL_0 -MLNMF 算法精度较高, 与其他几种算法相比在模拟实验中 RMSE 降低 0.001~0.204, SAD 降低 0.002~0.187, 在真实实验中 RMSE 降低 0.161 9~1.676 7, SAD 降低 0.086 7~0.244 3。

参考文献:

- [1] Lee D D, Seung H S. Algorithms for non-negative matrix factorization [J]. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2001, 13: 556-562.
- [2] Yang Jingxiang, Zhao Yongqiang, Chan Jonathan Cheungwai, et al. Coupled sparse denoising and unmixing with low-rank constraint for hyperspectral image[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2016, 54(3): 1818-1833.
- [3] Deng Chengzhi, Zhang Shaoquan, Wang Shengqian, et al. Hyperspectral unmixing algorithm based on L_1 regularization [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44 (3): 1092-1097. (in Chinese)
邓承志, 张绍泉, 汪胜前, 等. L_1 稀疏正则化的高光谱混合像元分解算法比较 [J]. 红外与激光工程, 2015, 44(3): 1092-1097.
- [4] Chen Yunjie, Ge Weidong, Sun Le. A novel linear hyperspectral unmixing method based on collaborative sparsity and total variation[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2017 (1): 1-13. (in Chinese)
陈允杰, 葛魏东, 孙乐. 一种基于协同稀疏和全变差的高光谱线性解混方法[J]. 自动化学报, 2017(1): 1-13.
- [5] Wei Daozhi, Huang Shucai, Zhao Yan, et al. Non-negative sparse representation for anomaly detection in hyperspectral imagery [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(S2): S223001. (in Chinese)
韦道知, 黄树彩, 赵岩, 等. 非负谱稀疏表示的高光谱成像中的异常检测[J]. 红外与激光工程, 2016, 45(S2): S223001.
- [6] Li Yan, Deng Chengzhi, Wang Shengqian, et al. Sparse unmixing based on simple $L_{1/2}$ regularization [J]. *Journal of Jiangxi Science & Technology Normal University*, 2016, 35 (6): 82-89, 95. (in Chinese)
李彦, 邓承志, 汪胜前, 等. 基于简单 $L_{1/2}$ 稀疏正则化的高光谱混合像元分解 [J]. 江西科技师范大学学报, 2016, 35 (6): 82-89, 95.
- [7] Wei Yiwei, Huang Shiqi, Wang Yiting, et al. Volume and sparseness constrained algorithm for hyperspectral unmixing [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, 43 (4): 1247-1254. (in Chinese)
魏一苇, 黄世奇, 王艺婷, 等. 基于体积和稀疏约束的高光谱混合像元分解算法 [J]. 红外与激光工程, 2014, 43(4): 1247-1254.
- [8] Candes E J, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(2): 489-509.
- [9] Gao Tai. Hyperspectral unmixing based on approximate sparsity constrained nonnegative matrix factorization [D]. Nanchang: Jiangxi Science & Technology Normal University, 2015. (in Chinese)
高钰. 基于近似稀疏约束非负矩阵分解的高光谱图像混合像元分解[D]. 南昌: 江西科技师范大学, 2015.
- [10] Rajabi R, Ghassemian H. Spectral unmixing of hyperspectral imagery using multilayer NMF [J]. *IEEE Geoscience & Remote Sensing Letters*, 2014, 12(1): 38-42.
- [11] Cichocki A, Zdunek R. Multilayer nonnegative matrix factorization[J]. *Electronics Letters*, 2006, 42(16): 947-948.
- [12] Cichocki A, Zdunek R, Choi S, et al. Novel multi-layer non-negative tensor factorization with sparsity constraints [J]. *Adaptive and Natural Computing Algorithms*, 2007, 4432: 271-280.
- [13] Xu Chenguang, Deng Chenzhi. Comparisons and analysis of sparsity based non-negative matrix factorization for hyperspectral unmixing[J]. *Journal of Nanchang Institute of Technology*, 2017, 36(6): 78-87. (in Chinese)
徐晨光, 邓承志. 稀疏正则化的非负矩阵分解高光谱解混算法比较与分析[J]. 南昌工程学院学报, 2017, 36(6): 78-87.
- [14] Xu Zongben, Zhang H, Wang Y, et al. $L_{1/2}$ regularization[J]. *Sci China*, 2010, 53(6): 1159-1169.
- [15] Lee D D, Seung H S. Learning the parts of objects by nonnegative matrix factorization [J]. *Nature*, 1999, 401(1): 788-791.
- [16] Bertsekas D P. *Constrained Optimization and Lagrange Multiplier Methods*[M]. New York: A Subsidiary of Harcourt Brace Jovanovich Publisher, 1982.