

基于大气湍流传输激光散斑的真随机数提取研究

刘中辉^{1,2}, 陈纯毅^{1,2*}, 姚海峰¹, 潘石³, 向磊^{1,2}, 娄岩¹, 倪小龙¹

- (1. 长春理工大学 空地激光通信技术国防重点学科实验室, 吉林 长春 130022;
2. 长春理工大学 计算机科学技术学院, 吉林 长春 130022;
3. 长春理工大学 电子信息工程学院, 吉林 长春 130022)

摘要: 为生成真随机数序列, 提出了先将大气湍流传输中激光散斑图像作为随机数发生器的熵源, 再采用变帧频采样方法进行提取随机数的算法。首先, 为降低相邻激光散斑图像间高相关性对随机性的影响, 提出了变帧频采样方法。其次, 对实验数据进行处理, 根据大气湍流造成激光光斑质心的随机抖动特征, 对散斑图像划分灰度等级, 编码和后处理等操作, 从而提取随机数。最后, 利用 NIST 测试工具对提取的随机序列进行实验分析, 结果表明: 该序列不仅达到真随机数的标准, 而且序列的数量和随机性均高于等帧频采样方法生成的随机序列。此外, 对激光散斑视频归一化方差与最优采样区间之间的关系进行分析, 为进一步的研究提供重要依据。

关键词: 激光通信; 真随机数; 可变帧频; 大气湍流

中图分类号: TN929.12 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201948.1205005

Study on extraction of true random numbers based on propagated laser speckle in atmospheric turbulence

Liu Zhonghui^{1,2}, Chen Chunyi^{1,2*}, Yao Haifeng¹, Pan Shi³, Xiang Lei^{1,2}, Lou Yan¹, Ni Xiaolong¹

- (1. Key Laboratory for Defense Discipline of Space-to-Ground Laser Communication Technology, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China;
2. School of Computer Science and Technology, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China;
3. School of Electrical and Information Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China)

Abstract: In order to generate true random sequences, a random number extraction algorithm with variable frame rate was proposed by using laser speckle video of atmospheric turbulence as entropy source of random number generator. Firstly, an image sampling method with variable frame rate was proposed to reduce the effect on randomness of high correlation between adjacent laser speckle images. Secondly, random numbers were extracted by processing the experimental data according to the random jitter characteristics of the centroid of laser spot caused by atmospheric turbulence, dividing the speckle images into different gray levels, and executing encoding and post-processing operations. Finally, experimental analysis for the extracted random sequence was carried out by the NIST test tools. Result

收稿日期: 2019-05-11; 修订日期: 2019-06-21

基金项目: 国家自然科学基金(61475025, 61775022); 吉林省科技发展计划(20180519012JH)

作者简介: 刘中辉(1992-), 男, 硕士生, 主要从事无线激光通信方面的研究。Email: liuzhuhui@outlook.com

通讯作者: 陈纯毅(1981-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事光信息传输方面的研究。Email: chenchunyi@hotmail.com

shows that this sequence not only reaches the standard of true random numbers, its amount and randomness are also higher than those of the random sequence generated by the equal frame rate sampling method. In addition, the relationship between the normalized variance of laser speckle video and the optimal sampling interval was analyzed, which provided an important basis for further research.

Key words: laser communication; true random number; variable frame rate; atmosphere turbulence

0 引言

对通信系统而言,信息传输的安全性一直是人们关注的热点问题。随机数具有不可预测性,因此,被广泛应用于密码学、建模仿真、网络信息安全、通信系统等领域。随机数发生器(Random number generator, RNG)分为伪随机数发生器(Pseudo random number generator, PRNG)和真随机数发生器(True random number generator, TRNG)。其中,伪随机数发生器按照特定算法产生近似的随机序列,而真随机数发生器基于物理噪声生成随机序列。虽然伪随机数发生器的产生速率较高且产生方法简单,但它的算法与种子易被破解,并且存在周期性等缺点,不适合用于无线激光通信等领域^[1-2]。为保证通信信道安全,防止信息被非法窃取,可使用真随机数作为密钥对信息进行加密保护。

真随机数发生器以自然界的随机过程作为熵源(电子元器件的热噪声、振荡器的抖动、放射性衰变等)提取随机数^[3-4]。例如,在参考文献[5]中,鄢秋荣等人提出基于等时间间隔光子数奇偶随机性的光量子随机源,利用雪崩光电二极管单光子在等时间内探测到的光子数的奇偶性来提取随机位数。在参考文献[6]中,Hao Jiang等利用记忆电阻器中高低电阻状态的不可预测性,开发了基于内存的真随机数发生器。然而,类似参考文献[5]这种利用单光子提取随机序列的实现过程较为复杂;类似参考文献[6]这种采用电子器件作为熵源的方法受环境因素影响较大,并且操作不方便。因此,随机数发生器的熵源具备易于提取性和高随机性对生成真随机数至关重要。

大气湍流可看作由于大气温度和大气压强的微小变化引起的大气折射率在时间和空间上随机变化的运动形式。假设激光光束的直径大于涡旋直径

时,则涡旋对各自部分的光束产生独立吸收、衍射和散射的影响;假设其直径小于涡旋直径时,光束产生随机偏折和漂移;假设其直径约等于涡旋直径时,光束随机偏转,形成到达角起伏,光斑发生抖动现象。总得来说,湍流的随机性使激光光束在传输过程中的强度、频率和相位在空间与时间维度上均随机起伏^[7-9]。另外,通过接收端可以直接获取由激光强度起伏形成的散斑图像,操作简便。因此,可以利用反映激光在大气湍流中随机起伏特征的散斑图像作为随机数发生器的熵源产生随机数^[10]。

在参考文献[10]中,Marangon等通过对大气湍流中激光传输的研究,提出从激光散斑图像提取随机数且无需后处理的算法。然而,参考文献[10]中研究长距离传输,激光收发端校准比较困难,实现成本大;该算法仅从散斑图像中提取随机数,未考虑激光散斑视频中连续帧图像间的相关性,从而降低了生成序列的随机性。为解决上述问题,文中提出可变帧频的采样方法。首先,课题组进行野外实验,获取实验数据;然后,采用文中算法对数据进行处理,包括将散斑图像划分灰度等级并分别设置阈值上、下界限提取质心,对序列进行编码和后处理以提高序列随机性等操作。最后,使用NIST测试工具评估序列的随机性,表明生成的序列为真随机数序列。此外,文中还比较不同采样区间提取序列的随机性指标,确定最优采样区间;分析激光散斑视频归一化方差与最优采样区间的关系,为进一步的研究指明方向。

1 大气湍流下变帧频随机数提取原理

1.1 大气湍流下变帧频的散斑图像采样

通过对课题组以前所做的大气湍流传输实验数据分析可知,大气湍流效应使接收端收到的激光光强随机波动起伏并且相邻激光散斑图像间具有较高的相关性,如图1所示。因此,选择合适的采样间隔

以保证相邻图像间无关性非常重要。

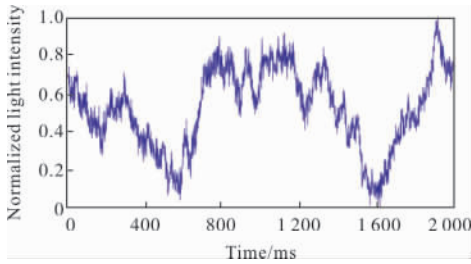


图 1 激光光束光强整体变化趋势图

Fig.1 Overall variation trend of laser beam optical intensity

假如散斑图像共有 F_{sum} 帧, 为保证产生随机数的数量, 将采样间隔最大值限定为 F_f 。为便于调整采样间隔, 将 F_f 等分为 \tilde{N} 份, 在第 $n(n=1, \dots, \tilde{N})$ 个区间上的采样间隔为:

$$f_{\text{ran}}^n = [\text{rand}(f_{\text{min}}^n, f_{\text{max}}^n)] \quad (1)$$

式中: $[\cdot]$ 为取整运算; f_{max}^n 和 f_{min}^n 分别为第 n 个区间的上、下界限; $\text{rand}(f_{\text{min}}^n, f_{\text{max}}^n)$ 为在第 n 个采样区间中产生的随机数。每次采样以不同的 f_{ran}^n 作为采样间隔, 进而实现了第 n 个采样区间内可变帧频的图像采样。采样间隔的随机性, 降低了图像间的相关性, 进而增加了提取随机数的不确定性。

1.2 散斑图像中随机数提取算法

假设某时刻采样得到散斑图像为 G_1 , 其包含 $N_1 = m_1 \times n_1$ 个像素, 将第 x 行第 y 列像素点的灰度值记为 $I(x, y) \in \{0, 1, \dots, 2^8 - 1\}$ 。为从 G_1 中尽可能多地提取随机数, 将其灰度值分为 8 个灰度等级^[10], 其中, 第 l 灰度等级设置阈值上界限为 $T_u^l = 2^l$, 下界限为 $T_d^l = 2^{l-1}$, $l \in \{0, 1, \dots, 8\}$ 。再根据不同灰度等级提取对应的散斑图像。提取第 l 灰度等级散斑图像 \bar{G}_l 时, 为避免其他灰度等级的影响, 将区间 $[T_d^l, T_u^l]$ 之外的灰度值均设为 0。

在提取图像质心过程中, 采用最大类间方差法将散斑图像 \bar{G}_l 离散化为二值图像^[11]。假设第 l 灰度等级散斑图像中有 H 个像素为 1 的连通区域 S^l ^[12]。其中, 第 i 个连通区域 $S_i^l (T_d^l = 1, 2, \dots, H)$ 的质心坐标

表示为:

$$\begin{aligned} \hat{x}_i^l &= \frac{M_{10}(S_i^l)}{M_{00}(S_i^l)} \\ \hat{y}_i^l &= \frac{M_{01}(S_i^l)}{M_{00}(S_i^l)} \end{aligned} \quad (2)$$

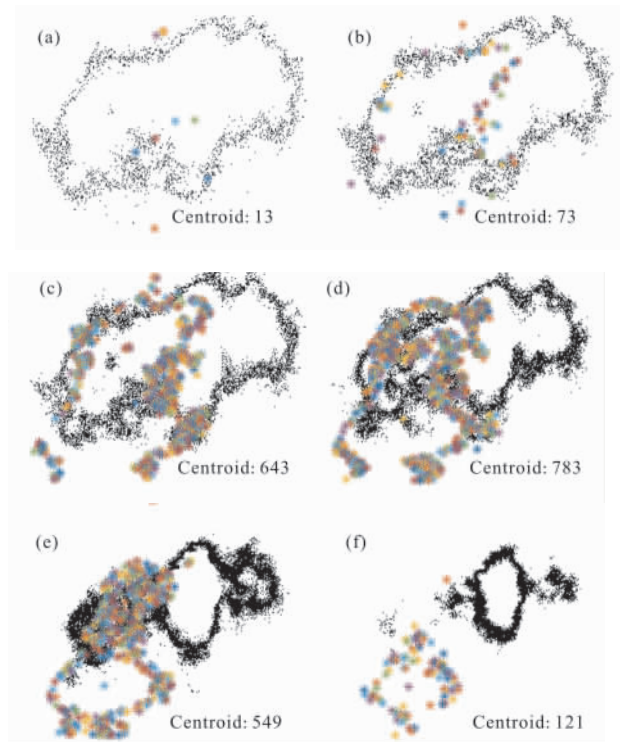
式中: $M_{ab}(S_i^l)$ 为连通区域 S_i^l 的 $a+b$ 阶图像矩, 满足关系式:

$$M_{ab}(S_i^l) = \sum_{(x,y) \in S_i^l} I(x,y) x^a y^b \quad (3)$$

式中: x, y 分为连通区域 S_i^l 中的横坐标和纵坐标。将公式(3)代入公式(2)中, 可得:

$$\begin{aligned} \hat{x}_i^l &= \frac{1}{A_i} \sum_{x \in S_i^l} x \\ \hat{y}_i^l &= \frac{1}{A_i} \sum_{y \in S_i^l} y \end{aligned} \quad (4)$$

式中: A_i^l 为连通区域 S_i^l 的面积。根据公式(2)~(4)可以从散斑图像各个灰度等级内进行质心的提取。图 2 是一帧像素大小为 480×480 的散斑图像的 8 个灰度等级图像的质心分布情况图, 其中, 彩色星号表示质心。



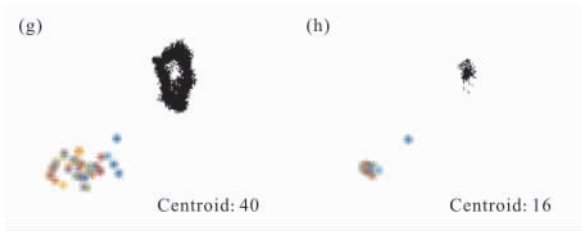


图 2 8 个灰度等级散斑图像的质心分布及数目

Fig.2 Distributions and total numbers of mass centers for 8 speckle images with different gray scales

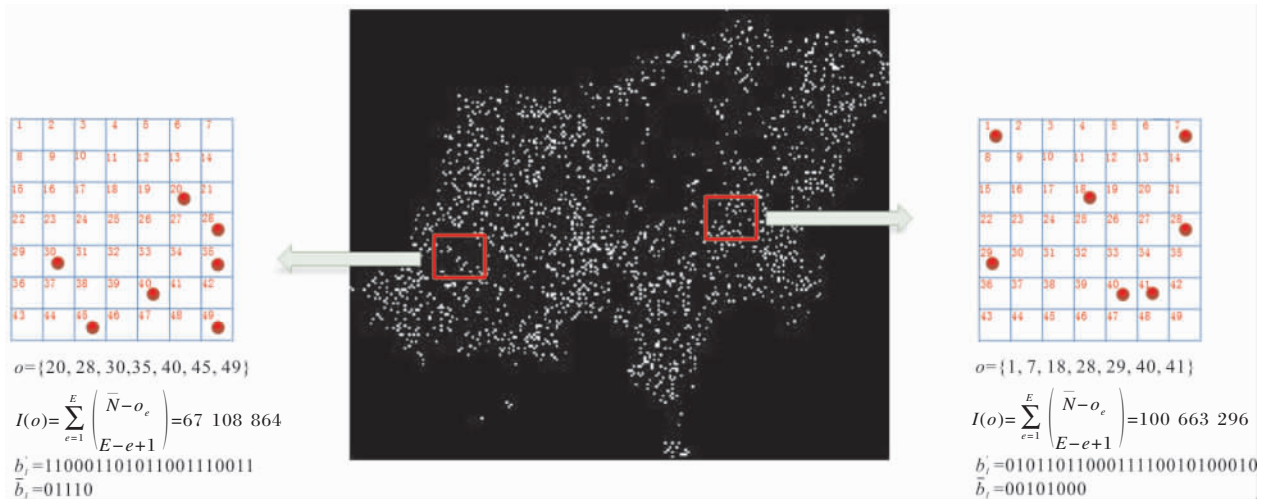
最后，将 8 个不同等级散斑图像的所有质心坐标都标记(像素为 1)在一个仅包含 0 元素,像素为 N_1 的二值图像 G_2 对应的位置上,生成如图 3(b)所示。

为量化质心的位置,将激光散斑图像“网格化”^[10],

即将 G_2 划分成若干个包含 $\bar{N}=\bar{m} \times \bar{n}$ 方格的“盒子” C , C 中每个方格表示一个像素,每个散斑质心看作一个结点,如图 3(a)、(c)所示。假设第 i 个“盒子” C_i 中有 \bar{N} 个方格和 E 个质心,根据质心在方格中所在位置,设质心数组为 $\Omega=\{o_1, \dots, o_e, \dots, o_E\}, o_1 < \dots < o_e < \dots < o_E$, o_e 表示第 e 个质心在 C_i 中的序号。为将质心位置转换为随机数序列,对 C_i 中质心进行“词典索引式排列组合数”^[10,13]处理如下:

$$I(\Omega)=\sum_{e=1}^E\binom{\bar{N}-o_e}{E-e+1} \quad (5)$$

式中: (\cdot) 为排列组合运算。再将 $I(\Omega)$ 数值转换为对



(a) 网格化随机数提取算法示意图

(b) 散斑图像质心分布图

(c) 存在“偏差”情况的网格化随机数提取算法示意图

(a) Schematic diagram of gridded random number extraction algorithm

(b) Centroid distribution of speckle image

(c) Schematic diagram of gridded random number extraction algorithm with 'bias'

图 3 基于散斑图像质心分布情况的随机数提取算法示意图

Fig.3 Schematic diagram of random number extraction algorithm based on centroid distribution of speckle image

应二进制形式 b_i 。但是,采用上述排列组合算法提取的随机数 b_i 可能产生“偏差”的现象(即 $\log_2 I(\Omega) \geq \lfloor \log_2 T_C \rfloor, T_C$ 为 E 个散斑质心在 \bar{N} 个网格中的排列组合数),降低了序列的随机性和均匀性。

为消除此偏差,采用 Elias^[13]提出的编码函数对 b_i 进行变换。首先,将 T_C 用二进制形式展开为:

$$T_b=2^L+\alpha_{L-1} \cdot 2^{L-1}+\dots+\alpha_k \cdot 2^k+\dots+\alpha_0 \cdot 2^0 \quad (6)$$

式中: $L=\lfloor \log_2 T_C \rfloor; \alpha_k \in \{0, 1\}, k \in \{0, \dots, L\}$ 。其次,选择适当的 z 值,使下述不等式成立:

$$I(\Omega)<\sum_{k=m}^L \alpha_k \cdot 2^k \quad (7)$$

最后,从右向左读取 b_i 序列的前 z 位为新的随机序列 b'_i 。为了增强序列 b'_i 随机性,采用 John von Neumann 算法^[14]对 b'_i 进行后处理操作,进而产生具有 0~1 独立同分布的序列 \bar{b}_i ^[15]。

2 真随机数提取野外实验搭建

根据课题组以前所做的大气湍流实验^[16],将激光发射系统和接收系统分别放在距地面高度为 50 m、链路距离为 850 m 的实验地点,搭建提取随机数的实验系统(如图 4 所示);选择波长为 808 nm、功率为 100 mW 的半导体激光器作为发射端的信标光源;选用焦距为 2 500 mm、口径为 200 mm 的卡塞格林

望远镜作为接收端的光学系统,并使激光照射在一个边长为 1.5 m 的白色观测屏上形成激光散斑图像;利用焦距为 75 mm×300 mm,分辨率为 640 dpi × 480 dpi,采样频率为 1 000 Hz 的可见光电荷耦合器件(Charge Coupled Device, CCD)相机对激光散斑图像进行采集和存储;最后,利用电脑对存储的散斑图像进行处理和随机数的提取,实验数据处理流程如图 5 所示。

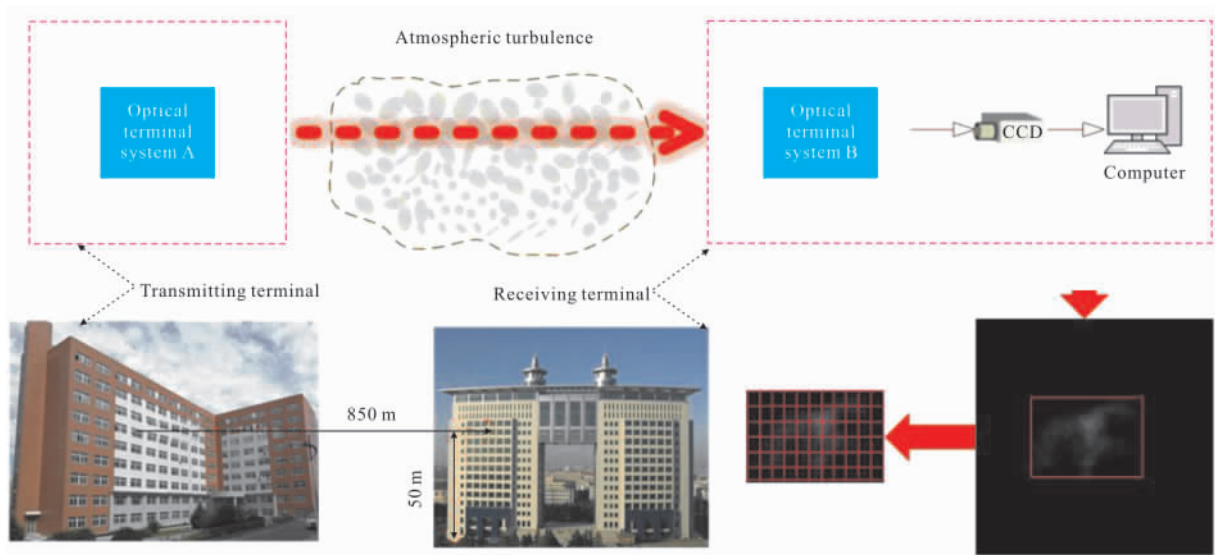


图 4 实验环境搭建示意图

Fig.4 Schematic diagram of experimental environment construction

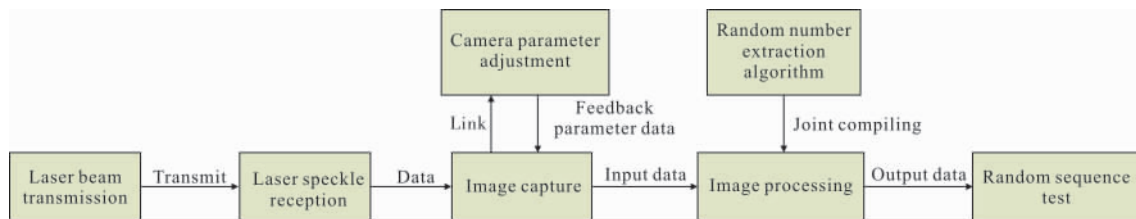


图 5 实验数据处理流程图

Fig.5 Flow chart of experimental data processing

3 实验结果与分析

实验选取 15 000 帧的激光散斑视频作为数据来源,采样区间设置为[365, 375]。散斑图像 G_2 中 C 的取值对随机序列的容量与随机性有影响,经分析比较后,选择相对较优值 \bar{N} 进行实验。

为精确评估序列的随机性,采用 NIST 提供的 Special Publication 800-22^[17]测试套件对序列进行

测试。表 1 为变帧频与等帧频两种采样方式产生的序列经 NIST 测试后的主要测试指标对比情况。

由表 1 可见,变帧频方法产生的序列测试结果全部高于真随机数判断标准 $\alpha=0.01$ 并且普遍大于等帧频测试结果。其中,通过 Frequency 测试指标是进行其他测试指标的前提^[17]。变帧频序列的 Frequency 测试指标远高于等帧频序列的测试结果,充分证明了文中算法是行之有效的随机数提取

算法。

为了分析采样间隔与对应序列随机性之间的关系和进一步描述变帧频采样提取随机数的优势,定义了表示不同采样区间序列的随机性指标 ζ :

$$\zeta = \varphi(p_{\text{fre}} - \alpha) \times \sum_{i=1}^{10} v_i p_i \quad \varphi(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases} \quad (8)$$

式中: p_{fre} 为 Frequency 测试项的值; α 为 NIST 测试工具中真随机数判断标准; v_i 为第 i 个测试项的权值(如表 2 所示); p_i 为第 i 个测试指标的值; $\varphi(x)$ 函数判断序列是否达到 Frequency 测试标准。

图 6 是不同采样区间与对应序列随机性指标 ζ 的关系图,横坐标对于变帧频而言表示每个采样间

表 1 NIST 测试结果表

Tab.1 Result table of NIST testing

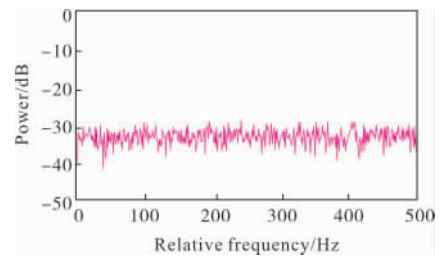
Test item	Frequency	Block frequency	Cumulative sums1	Cumulative sums2	Runs	LongetRun	Serial1	Serial2	Rank	FFT
Equal frequency	0.000 439	0.739 918	0.000 199	0.000 199	0.534 146	0.739 918	0.739 918	0.350 485	0.534 146	0.350 485
Variable frequency	0.534 146	0.534 146	0.350 485	0.350 485	0.534 146	0.122 325	0.350 485	0.066 882	0.122 325	0.739 918

表 2 NIST 测试指标的权值分配表

Tab.2 Indicator weight distribution table of NIST testing

Test item	Frequency	Block frequency	Cumulative sums1	Cumulative sums2	Runs	LongetRun	Serial1	Serial2	Rank	FFT
Weight	1.00	1.00	0.90	0.90	0.80	0.80	0.80	0.80	0.75	0.75

隔所在区间的中值。每个采样区间对应一个随机性指标 ζ ,将 ζ 数值最大对应的区间,记为最优采样区间(浅蓝色部分 A),如图 6(a)所示。采用变帧频方法可以在区间 [70, 120] 提取真随机数,而等帧频方法在同等区间内提取的随机数均不符合真随机数特性。变帧频采样间隔在 120 帧后的任意区间提取的随机数均通过 NIST 测试指标,而等帧频采样方法在包含 170 帧和 220 帧的区间提取的随机序列不能

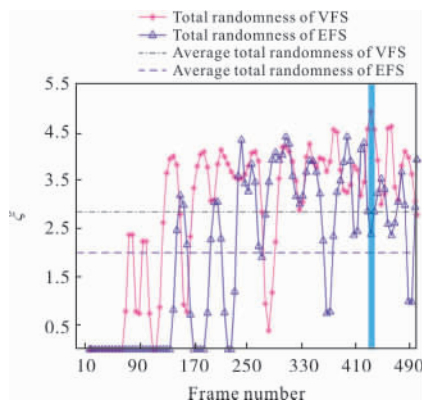


(b) 变帧频采样序列的功率谱图

(b) Power spectrum of variable frame rate sampling sequence

图 6 不同采样区间对应 ζ 的关系图

Fig.6 Relationship diagram of different sampling intervals corresponding to ζ



(a) 等频率采样与变频率采样 ζ 比较图

(a) Comparison ζ between equal frequency sampling (EFS) and variable frequency sampling (VFS)

通过 NIST 测试指标。这说明变帧频采样与等帧频采样相比,可以增加随机数的数量,并且在最优采样区间下随机性指标 ζ 达到最大值。

为了进一步验证变帧频所提取序列的非周期性,绘制了以最优采样区间为间隔生成随机数序列的功率谱,如图 6(b)所示。从功率谱图中分析可知功率密度始终在 -33 dB 上下波动,趋于水平直线。根据周期图法求解功率谱原理^[18],可以知道其自相关性趋于 0,表明该随机数序列的周期趋向于“1”,即非周期性。因此,文中利用变帧频算法所提取的随机

数序列是非周期性的,符合真随机数要求。此外,该图中的两条虚线分别表示采用变帧频和等帧频方法在 50 个不同采样区间的随机性指标均值 ζ_{ave} :

$$\zeta_{ave} = \left(\sum_{i=1}^{\tilde{N}} \zeta_i \right) / \tilde{N} \quad (9)$$

式中: \tilde{N} 为采样区间的数目; ζ_i 为第 i 个采样区间的随机性指标 ζ 。经过分析可知,变帧频方法与等帧频方法相比,随机性指标均值 ζ_{ave} 提高 42.12%,可以进一步说明变帧频采样方式对提取真随机数的有效性。

为了分析散斑视频的归一化方差与最优采样区间之间的关系。首先,定义激光散斑视频图像中的归一化方差如下:

$$\bar{s} = \text{var}(\text{map}(\bar{d})) \quad (10)$$

式中: \bar{d} 为散斑图像灰度值组成的一维数组; $\text{map}(\cdot)$ 为数组的归一化运算; $\text{var}(\cdot)$ 为求数组方差运算。然后,选取 10 个不同时间段的散斑视频并对每个视频按照图 6 方法处理确定最优采样区间。最后,将每个视频中最优化采样区间与对应的归一化方差分析比较,生成图 7 所示的关系图。

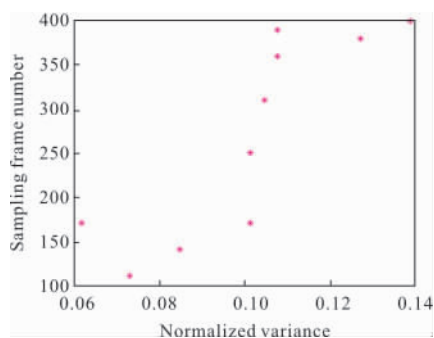


图 7 散斑视频的归一化方差与最优采样区间之间的关系图

Fig.7 Relationship between the normalized variance of the speckle video and the optimal sampling interval

从图 7 中可见,散斑视频归一化方差增大时,对应的最优采样区间也变大。例如归一化方差为 0.072 8 时对应最优采样区间为[105, 115],然而,归一化方差为 0.101 1 时对应最优采样区间则为[165, 175]。

4 结 论

文中提出了采用变帧频采样方法从激光散斑图像中提取真随机数的算法。首先,通过在给定采样区

间内随机取值对散斑视频进行变帧频采样,得到具有低相关性的散斑图像;然后,根据散斑图像中随机分布的质心位置提取随机序列;最后,对序列进行消除“偏差”和后处理等操作生成真随机数序列。文中提取质心的方法,可以有效增加随机数的提取数量;变帧频采样方法可以有效解决激光散斑视频相邻图像间的高相关性问题。特别地,文中提出的方法在采样区较小时仍可生成真随机数,因为在同一采样区间内采样间隔仍具有随机性,从而进一步增大了生成随机数的总量。最后,通过利用 NIST 测试对生成序列的随机性进行分析,表明序列符合真随机数特性。

参 考 文 献:

- [1] Wei Shihai, Fan Fan, Yang Jie, et al. Ultrafast compact optical quantum random number generator [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2018, 45(5): 0512001. (in Chinese)
魏世海, 樊帆, 杨杰, 等. 高速小型化光量子随机数发生器 [J]. 中国激光, 2018, 45(5): 0512001.
- [2] Sang Luxiao, Li Pu, Wang Anbang, et al. Generating high-speed random bits in real time based on chaotic laser sources [J]. *Optics & Optoelectronic Technology*, 2017, 15(3): 79-83. (in Chinese)
桑鲁晓, 李璞, 王安帮, 等. 基于混沌激光熵源产生实时高速随机码 [J]. 光学与光电技术, 2017, 15(3): 79-83.
- [3] Sreekumar L, Ramesh P. Selection of an optimum entropy source design for a true random number generator [J]. *Procedia Technology*, 2016, 25(1): 598-605.
- [4] Lü Yuxiang, Niu Libing, Zhang Jianzhong, et al. 500 Mb/s fast true random bit generator based on chaotic laser [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2011, 38 (5): 0502010. (in Chinese)
吕玉祥, 牛利兵, 张建忠, 等. 基于混沌激光的 500 Mb/s 高速真随机数发生器 [J]. 中国激光, 2011, 38(5): 0502010.
- [5] Yan Qirong, Zhao Baosheng, Zhang Hua, et al. Optical quantum random number generator based on parity of the number of photons detected in equal time intervals [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2015, 44(6): 0627003. (in Chinese)
鄢秋荣, 赵宝升, 张华, 等. 等时间间隔内光子数奇偶随机性的光量子随机源 [J]. 光子学报, 2015, 44(6): 0627003.

- [6] Jiang H, Belkin D, Ev S S, et al. A novel true random number generator based on a stochastic diffusive memristor [J]. *Nature Communications*, 2017, 8 (1): 882–890.
- [7] Xu Chunfeng, Ni Xiaolong, Liu Zhi, et al. Scintillation in turbulent atmosphere laser communication [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2016, 24(10): 183–189. (in Chinese)
徐春风, 倪小龙, 刘智, 等. 激光大气湍流传输中的光强闪烁特性[J]. *光学精密工程*, 2016, 24(10): 183–189.
- [8] Chen Mu, Ke Xizheng. Effect of atmospheric turbulence on the performance of laser communication system [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(8): 0822009. (in Chinese)
陈牧, 柯熙政. 大气湍流对激光通信系统性能的影响研究 [J]. *红外与激光工程*, 2016, 45(8): 0822009.
- [9] Ke Xizheng, Zhang Yu. Scintillation of Partially Coherent Beam in Atmospheric Turbulence [J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(1): 0106001. (in Chinese)
柯熙政, 张宇. 部分相干光在大气湍流中的光强闪烁效应 [J]. *光学学报*, 2015, 35(1): 0106001.
- [10] Marangon D G, Vallone G, Villoresi P. Random bits, true and unbiased, from atmospheric turbulence [J]. *Scientific Reports*, 2014, 4: 5490.
- [11] Zhao Qi, Hao Shiqi, Zhang Dai. Location method of spot center based on improved threshold segmentation [J]. *Laser & Infrared*, 2014, 48(5): 99–103. (in Chinese)
赵琦, 郝士琦, 张岱. 改进阈值分割的光斑中心定位方法 [J]. *激光与红外*, 2014, 48(5): 99–103.
- [12] Zhang Guohe, Xu kuai, Duan Guodong, et al. A fast labeling algorithm of connected components applicable for hardware implementation [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2018, 52(8): 95–101. (in Chinese)
张国和, 徐快, 段国栋, 等. 一种适于硬件实现的快速连通域标记算法 [J]. *西安交通大学学报*, 2018, 52(8): 95–101.
- [13] Elias P. The efficient construction of an unbiased random sequence [J]. *Annals of Mathematical Statistics*, 1972, 43(3): 865–870.
- [14] Von Neumann J. Various techniques used in connection with random digits [J]. *National Bureau of Standards Applied Mathematics Series*, 1951, 12(1): 36–38.
- [15] Shen Bing, Dong Xinfeng, Xu Bing, et al. Random Number Generators and Their Applications in Cryptography [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2016: 160–172. (in Chinese)
申兵, 董新锋, 徐兵, 等. 随机数发生器及其在密码学中的应用 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2016: 160–172.
- [16] Yao Haifeng, Ni Xiaolong, Chen Chunyi, et al. Channel compensation based on pulse laser propagating in atmosphere [J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38 (1): 0101003. (in Chinese)
姚海峰, 倪小龙, 陈纯毅, 等. 基于脉冲激光在大气中传输的信道补偿 [J]. *光学学报*, 2018, 38(1): 0101003.
- [17] Rukhin A L, Soto J, Nechvatal J R, et al. A statistical test suite for random and pseudorandom number generators for cryptographic applications [J]. *Applied Physics Letters*, 2001, 800(5): 163–179.
- [18] Ma Chao, Wang Rui. Simulation of power spectrum estimation for random noise signal [J]. *Information Technology*, 2012(8): 167–169. (in Chinese)
马超, 王锐. 随机噪声信号的功率谱估计的仿真 [J]. *信息技术*, 2012(8): 167–169.