

基于重叠网格技术和 VOF 模型的潜艇热尾流浮升扩散规律的数值与实验研究

王 平¹, 杜永成¹, 杨 立¹, 金方圆²

- (1. 海军工程大学 动力工程学院, 湖北 武汉 430033;
2. 水下测控技术重点实验室, 辽宁 大连 116013)

摘要: 研究潜艇热尾流的浮升扩散规律和水面红外特征对红外探潜具有重要意义。以潜艇缩比模型为研究对象, 建立了潜艇热尾流三维计算模型。分别使用重叠网格、VOF (Volume of Fluid) 模型方法和来流法, 对潜艇热尾流的浮升扩散过程进行了数值模拟。分析了潜艇热尾流的浮升扩散规律和温度场特征。使用实验测得的水面红外热像图和热尾流浮升扩散图像对两种仿真方法的精度进行了对比验证。结果表明: 基于重叠网格和 VOF 模型的数值模拟方法精度较高, 模拟得到的热尾流最大温度出现时间相差 0.2 s, 温度偏差为 0.003 K, 能够很好地模拟潜艇热尾流的浮升扩散和温度分布特性。

关键词: 热尾流; 浮升扩散; 温度场; 重叠网格; VOF 模型

中图分类号: TN215 文献标志码: A DOI: 10.3788/IRLA201948.0404002

Numerical and experimental study on the buoyancy and diffusion laws of submarine thermal wake based on overset grid technology and VOF model

Wang Ping¹, Du Yongcheng¹, Yang Li¹, Jin Fangyuan²

- (1. Academy of Power Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China;
2. Science and Technology on Underwater Test and Control Laboratory, Dalian 116013, China)

Abstract: Studying the buoyancy diffusion laws and infrared characteristics on the water surface of submarine thermal wake is of great significance for submarine infrared detection. The submarine scale-down model was taken as the research object, and the three-dimensional calculation model of submarine thermal wake was established. The numerical simulation of the buoyancy and diffusion process of submarine thermal wake was performed by using the overset grid, Volume of Fluid (VOF) model method and the flow-through method separately. The buoyancy and diffusion law and temperature field characteristics of submarine thermal wake were analyzed. Through experimentally measuring infrared thermal image on water surface and the buoyancy and diffusion images of thermal wake, the accuracy of the two simulation methods was verified. The results show that the methods based on overset grids and VOF models are more accurate, the time deviation of maximum thermal

收稿日期: 2018-11-17; 修订日期: 2018-12-18

基金项目: “十三·五”预研项目(9950204090301); 水下测控技术重点实验室延伸性发展基金项目(YS0C261502)

作者简介: 王平(1994-), 男, 硕士生, 主要从事传热传质热流体学及其应用方面的研究。Email: wangpinghjgcdx@163.com

导师简介: 杨立(1962-), 男, 教授, 主要从事传热传质热流体学应用及量测方面的研究。Email: lyang39@hotmail.com

wake temperature is 0.2 s and the temperature deviation is 0.003 K. It can well simulate the buoyancy diffusion and temperature distribution characteristics of submarine thermal wake.

Key words: thermal wake; buoyancy diffusion; temperature field; overset grid; VOF model

0 引言

潜艇航行时,将大量的冷却水排放到周围海水中。由于不同水体间温差和密度差的存在,高温冷却水将向低温海水扩散,同时浮升至海面,形成具有明显热特征的尾迹,通过高灵敏度红外热像仪对海面热尾流进行探测,能够实现对潜艇的识别和跟踪。因此,研究潜艇热尾流的浮升、扩散规律,获取热尾流的温度场分布和水面红外特征,对潜艇红外探测和红外隐身具有重大意义。

1989年起,杨立、张健、顾建农等开展了水下热尾流浮升规律的理论 and 实验研究,搭建了潜艇尾流排放模拟实验平台,在温度均匀/温度分层的水槽中进行了尾流排放模拟试验。通过实验得到了不同航速、潜深、热排放参数等条件对尾流温度场的影响,分析了影响尾流水面红外特征的因素^[1-3]。Bonnie^[4]等开展了盐度线性分层环境中球体尾流在浮力作用下坍塌现象的实验研究,并指出尾流的发展分为四个阶段,即近区尾流、坍塌段、过渡段和远区尾流。Cervenka^[5]对运动的水面单体舰船、双体舰船与存在垂直温度梯度的水体之间的相互作用进行了数值计算,模拟得到了不同条件下舰船扰动产生的速度场和温度场,将水面温度场转化为红外对比度信号,并初步对比了实际测得的水面单体舰船和双体舰船的尾迹红外增强图像。Voropayev^[6]通过粒子图像测速系统测得了水下运动球体产生的湍流尾迹的速度场,分析了尾迹的涡结构特征,通过红外热像仪测得了湍流尾迹渗透到水面形成的红外特征。此后,他们将潜艇热尾流考虑成横流环境下的水平热射流,研究了潜艇尾流的速度场和水面红外特征^[7]。此外,Voropayev^[8]通过理论和实验研究了舰船在具有垂直温度分层的水体中航行时,由于螺旋桨和船体的扰动而形成的水面冷尾流的红外特征。张旭升等^[9]基于来流法建立了潜艇和流场的三维模型,对潜艇尾流传热传质特性进行了仿真计算。张昊春等^[10]对比分析了温度分层和均匀环境介质中热尾流的形

成、浮升和衰减过程的特性。吴猛猛等^[11]使用VOF模型,对温度均匀和温度分层环境中水下航行体尾流排放二维模型进行了仿真计算,分析了螺旋桨转动、温度梯度、水面波浪等因素对尾流水面特征的影响。陈雄等^[12]采用VOF模型,对温度分层海水中的潜艇尾流进行了数值模拟,结果表明:螺旋桨的转动加剧了海面冷尾迹的形成。来庆志等^[13]基于来流法和三维计算模型,比较了使用VOF法和壁面法对潜艇尾流浮升过程进行仿真的结果,分析了海-气界面对尾流浮升和海面温度场的影响。戴天奇等^[14]分别采用动网格法和排水法对二维计算模型进行仿真,结果表明:动网格下尾流的最大浮升高度高于排水法,且动网格尾流浮升带有明显的震荡,更能反映尾流浮升和扩散的瞬态特征。

可以发现,当前对潜艇热尾流三维模型的仿真计算主要采用来流法和单相流,即保持潜艇静止,用水流相向运动的方法来模拟潜艇在水中航行,水域顶部选用壁面边界条件。此法虽然计算较为简单,但与实际情况存在一定差距,仿真得到的热尾流水面温度场和红外特征与实验测得结果存在较大差异,并且很难反映热尾流浮升过程中的瞬态特征。此外,当前虽然已有部分仿真研究使用动网格方法,即保持水域不动,使潜艇向前运动,但主要集中在二维计算模型和单相流模型中,还未有在三维计算模型中使用动网格方法的数值模拟研究,且未考虑空气域和气液交界面对潜艇热尾流水面特征的影响。

文中基于重叠网格和VOF模型,对实验室条件下潜艇模型排放冷却水形成的热尾流的浮升扩散过程进行数值模拟,研究潜艇热尾流的浮升扩散规律、温度场和水面红外特征,并与基于来流法的仿真结果进行对比。通过实验中红外热像仪测得的水面红外热像图,对比验证两种仿真方法的温度精度。

1 数理模型及数值模拟方法

1.1 数学模型

文中以潜艇缩比模型为研究对象,对其在实验

室分层流水槽中热尾流浮升扩散过程进行模拟仿真。满足以下控制方程：

连续方程：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

动量方程：考虑由冷却水与周围水体之间的温差而引起的浮力对热尾流浮升的影响，在动量方程中添加浮力项，可得：

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\mu \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right] + (\rho_0 - \rho) g_i \quad (2)$$

根据水的温度与密度对照表，使用 MATLAB 对水的温度密度曲线进行多项式拟合：

$$\rho = 746.1 + 1.944T - 0.003697T^2 \quad (3)$$

密度 ρ 仅在动量方程中为变量，在其余控制方程中为常量。 ρ_0 为环境流体密度。

能量方程：

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c_p u_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = u_j \frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \quad (4)$$

VOF 模型通过计算每个单元内各流体组分所占有的体积率，确定不同流体区域及界面。采用 VOF 模型能够模拟空气域和气-液交界面对热尾流浮升的影响，更加符合潜艇热尾流排放真实模型。 q 相流体体积分数满足方程：

$$\frac{\partial \alpha_q}{\partial t} + u_i \frac{\partial \alpha_q}{\partial x_i} = 0$$

$$\sum_{q=1}^n \alpha_q = 1 \quad (5)$$

公式(1)~(5)中， T 为温度，K； ρ 为流体密度， kg/m^3 ； $u_i, u_j (i, j=1, 2, 3)$ 为 X、Y、Z 方向的速度分量， m/s ； g_i

为重力加速度分量， m/s^2 ； μ 为粘性系数， $\text{Pa} \cdot \text{s}$ ； k 为导热系数， $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ； c_p 为定压比热容， $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ； α_q 为第 q 相流体的体积分数。

1.2 物理模型

基于潜艇热尾流排放模拟实验平台，建立潜艇热尾流三维计算模型。图 1 为潜艇尾流排放模拟实验平台实体图。表 1 为潜艇模型和分层流水槽尺寸参数，艇长 0.643 m，艇径 0.061 m，冷却水排放口直径 0.006 m，方向斜向下 65° 。



图 1 潜艇尾流排放模拟实验平台实体图

Fig.1 Submarine wake emission simulation experiment platform

表 1 潜艇模型和分层流水槽尺寸参数

Tab.1 Size parameters of submarine model and stratified flow sink

Submarine	Size	Sink	Size
L/m	0.643	Length/m	7.5
D/m	0.061	Width/m	1
Exhaustion hole diameter/m	0.006	Depth/m	0.8
Exhaustion hole angle(α)/($^\circ$)	65		

图 2 为基于重叠网格和 VOF 模型的潜艇热尾流三维计算模型示意图，模型长宽深为 $5 \text{ m} \times 1 \text{ m} \times$

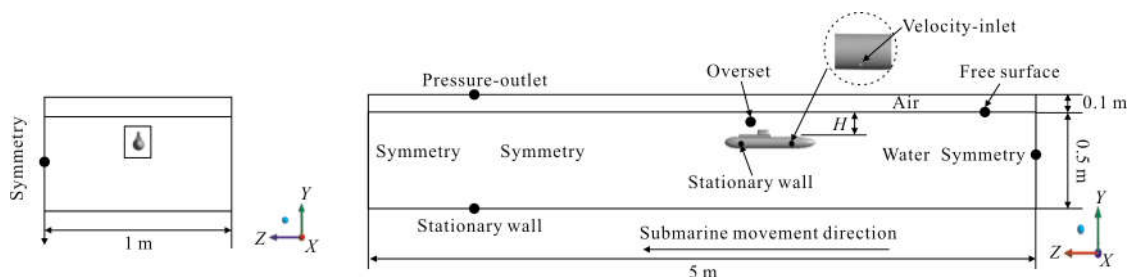


图 2 基于重叠网格和 VOF 模型的潜艇热尾流三维计算模型示意图

Fig.2 Schematic diagram of the submarine 3-D calculation model based on overset grid and VOF model

水所形成的热尾流的浮升扩散规律和水面红外特征。在实验中使用 FLIR 650Tsc 高精度红外热像仪测量潜艇热尾流的水面红外图像, 利用示踪迹直观地显示热尾流的浮升扩散过程。

基于潜艇热尾流排放模拟实验, 设定仿真参数如下: 环境温度、水域温度分别为 295.15、294.75 K。冷却水温度为 342.45 K, 排放流量为 1.55 L/min。潜深为 1.5 倍艇径。使用来流法时, 设定速度入口来流速度为沿 -X 方向 0.2 m/s, 潜艇固定不动。使用基于重叠网格和 VOF 模型的仿真方法时, 设定潜艇模型运动速度为沿 +X 方向 0.2 m/s。限于计算域长度, 使用 UDF 文件控制潜艇向前运动和冷却水排放的时间为 15 s, 之后潜艇停止运动、冷却水停止排放, 只对水域中存在的热尾流的浮升扩散过程进行仿真。

2.1 基于重叠网格和 VOF 模型的仿真结果及实验对照

2.1.1 热尾流水面温度场及红外特征

在潜艇初始位置附近的水面上沿 Z 方向任取一条直线 AB, 以直线 AB 为起点, 潜艇模型排放口经过这条线的时刻记为 $t=0$ s。当 $t=26.0$ s 时, 数值模拟得到的直线 AB 上的热尾流温度达到最大值, 水面温度云图如图 6 所示。当 $t=25.8$ s 时, 使用红外热像仪测得的直线 AB 上的热尾流温度达到最大值, 水面红外特征如图 7 所示。由于实验背景温度和红外热像仪测量角度等因素的影响, 使用红外热像仪测得的直线 AB 上的初始温度沿 +Z 轴呈微升趋势。为尽量减小初始温度分布不均匀带来的误差, 将实验中测得的直线 AB 上的温度减去初始温度。图 8 为数值模拟和实验测得的直线 AB 上的温差分布。可以看出, 数值模拟和实验测得的直线 AB 上的温差分布大体相同。数值模拟得到的水面热尾流最大

温差达 0.509 K, 宽度达 0.25 m。实验测得的水面热尾流最大温差达 0.506 K, 宽度达 0.28 m。数值模拟得到的水面热尾流温度偏差为 0.003 K, 宽度偏差为 0.03 m, 尾流中心区 Z 坐标偏差为 0.09 m。此外, 数值模拟和实验中热尾流最大温度出现时间相差 0.2 s。可见基于重叠网格和 VOF 模型的仿真方法具有很高精度。

当 $t=40.0$ s 时, 数值模拟得到的水面温度云图和实验测得的水面红外热像图分别如图 9、10 所示。数值模拟和实验测得的直线 AB 上的温差分布如图 11 所示。可以看出, 数值模拟和实验测得的直线 AB 上的温差分布大体相同, 最大温差分别为 0.242、0.314 K, 宽度分别为 0.47、0.40 m。数值模拟得到的水面热尾流温度偏差为 0.074 K, 宽度偏差为 0.07 m, 尾流中心区 Z 坐标偏差为 0.08 m。可以发现, 数值模拟和实验测得的水面热尾流的温度精度很高, 但是水面热尾流的宽度和中心位置仍存在一定的偏差, 这是由于实验过程中连接艇体的竖直杆扰动上层水体且水面背景温度的干扰难以完全消除造成的。

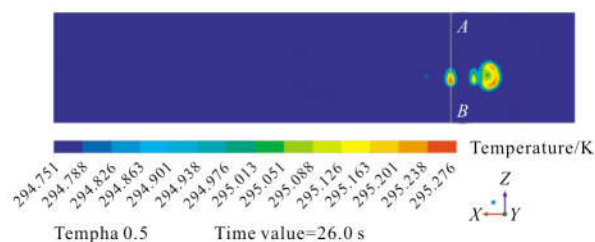


图 6 $t=26.0$ s 时, 数值模拟得到的水面温度云图

Fig.6 Temperature cloud chart on water surface obtained by numerical simulation at $t=26.0$ s

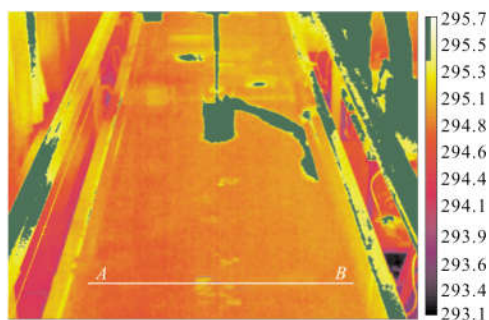


图 7 $t=25.8$ s 时, 实验测得的水面红外热像图

Fig.7 Measured infrared thermography on water surface at $t=25.8$ s

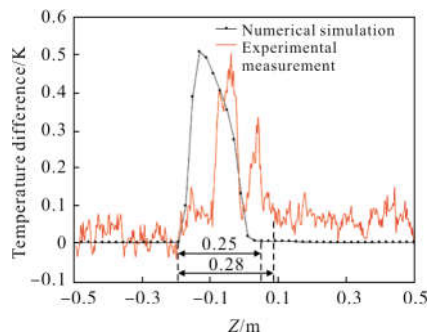


图 8 热尾流温度最高时刻, 直线 AB 上的温差分布

Fig.8 Temperature difference distribution on line AB when the temperature difference of thermal wake is highest

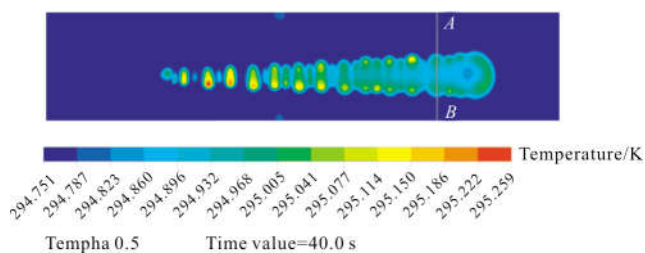


图 9 $t=40.0$ s 时,数值模拟得到的水面温度云图

Fig.9 Temperature cloud chart on water surface obtained by numerical simulation at $t=40.0$ s

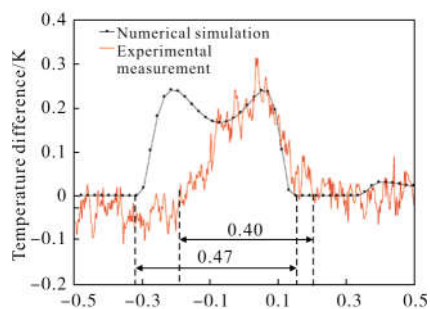


图 11 $t=40.0$ s 时,直线 AB 上的温差分布

Fig.11 Temperature difference distribution on line AB at $t=40.0$ s

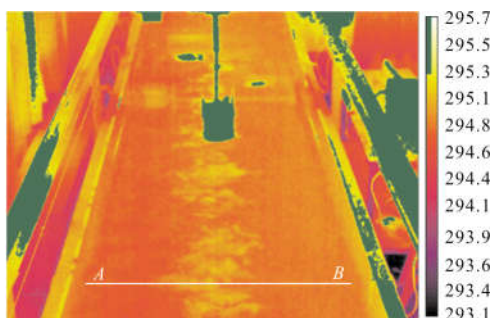


图 10 $t=40.0$ s 时,实验测得的水面红外热像图

Fig.10 Measured infrared thermography on water surface at $t=40.0$ s

对比图 6 与图 8、图 7 与图 9,可以发现由仿真得到的热尾流水面温度云图和实验测得的热尾流水面红外特征比较吻合。水面热尾流最初以热斑形式出现,而后逐渐扩散成 V 型,宽度逐渐增大,温度逐渐降低。这是由于湍流的不确定性,热尾流在浮升扩散过程中以涡的形式上升,具有不均匀性,因此水面会出现热斑特征。

2.1.2 热尾流浮升扩散和温度衰减规律

图 12、13、14 分别为 $t=10.0$ 、 26.0 、 40.0 s 时,数

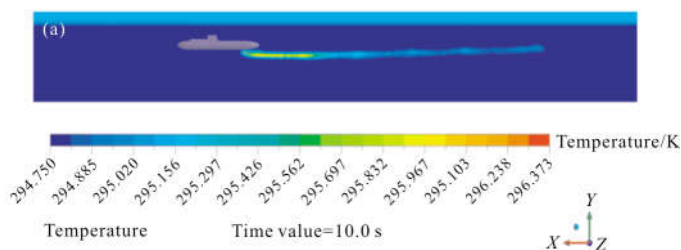


图 12 $t=10.0$ s 时,热尾流数值模拟温度云图和实验拍摄图像

Fig.12 Numerical simulation temperature cloud and experiment image of thermal wake at $t=10.0$ s

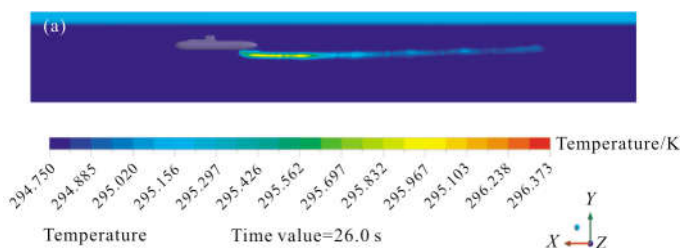


图 13 $t=26.0$ s 时,热尾流数值模拟温度云图和实验拍摄图像

Fig.13 Numerical simulation temperature cloud and experiment image of thermal wake at $t=26.0$ s

值模拟得到的垂直于 Z 轴的热尾流温度云图和实验中利用彩液示踪剂拍下的热尾流浮升图像。采用彩液示踪法对热尾流进行可视化分析试验获得的尾迹

动态图像是温度场、示踪剂组分浓度场综合作用结果,与热尾流单一组分热质输运机理略有不同,但可以定性表征热尾流的动态演变规律和涡特性。通

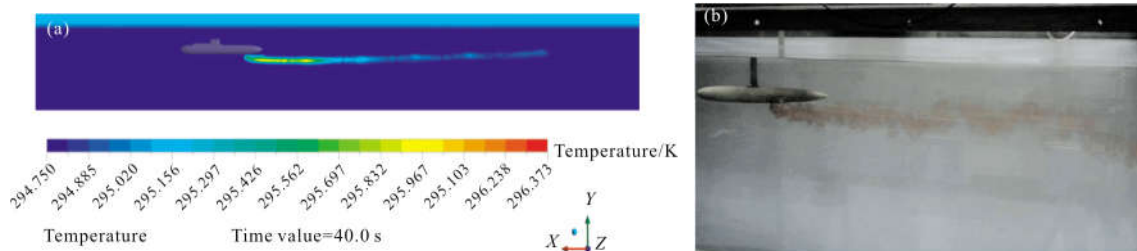


图 14 $t=40.0$ s 时,热尾流数值模拟温度云图和实验拍摄图像

Fig.14 Numerical simulation temperature cloud and experiment image of thermal wake at $t=40.0$ s

过对比可以发现,数值模拟得到的热尾流温度云图和实验拍摄得到的热尾流浮升图像符合较好。在数值模拟得到的温度云图中可以明显地观察到潜艇热尾流浮升过程中形成的涡,由于涡的非均匀性和随机性使得热尾流浮升到水面的时间稍有不同,这可以解释图 6、7 中热尾流在水面最初以热斑形式出现的现象。使用重叠网格和 VOF 模型能够很好地模拟潜艇热尾流的浮升扩散过程和瞬态湍流特征。

图 15(a)~(c)分别为 $t=10.0$ 、 26.0 、 40.0 s 时,数值模拟得到的垂直于 X 轴且过直线 AB 的截面上的热尾流温度云图。结合图 12、13、14 分析可得,潜艇热尾流在排放之初温度最高,浮升力最大,与周围水体之间发生剧烈的能量、动量传递,热尾流温度迅速下降,在惯性力和浮升力的作用下,热尾流先下降后浮升。此后热尾流温度下降速度逐渐减小,热尾流宽度逐渐增加。

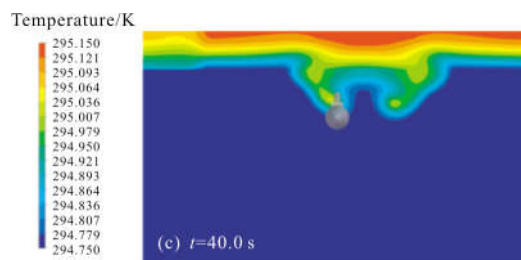


图 15 数值模拟得到的不同时刻热尾流温度云图

Fig.15 Thermal wake temperature cloud at different times obtained by numerical simulation

图 16 为 $t=40$ s 时水域中 $-Z$ 、 $-Y$ 方向的三维涡量图,可以发现,潜艇排放热尾流后形成一对反向旋涡,这对旋涡不断扩大并浮升到水面,与水面发生能量、动量传递。这能够解释图 15 热尾流浮升过程中热尾流中心区逐渐扩散分离成两个区域。此外,由于自由液面的存在,涡对与水面相互作用产生更加复杂的二次涡。

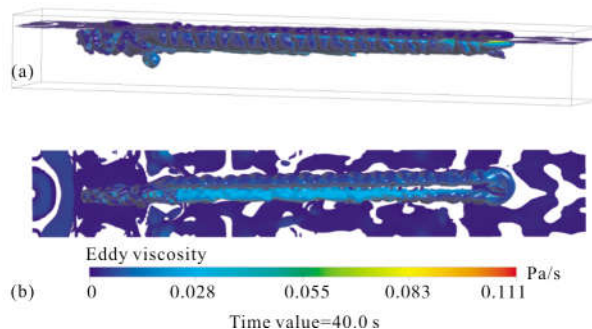
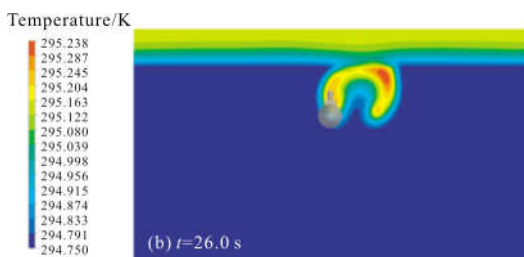
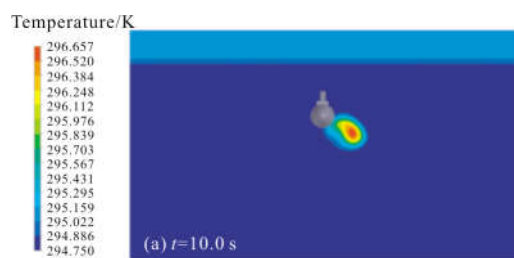


图 16 $t=40$ s 时,水域中的三维涡量图

Fig.16 Three-dimensional vorticity diagram in water at $t=40$ s

2.2 基于来流法的仿真结果及实验对照

使用来流法的数值模拟采用稳态计算,图 17(a)~(c)分别为垂直于 X 轴,距冷却水排放口 2.0、5.2、8.0 m

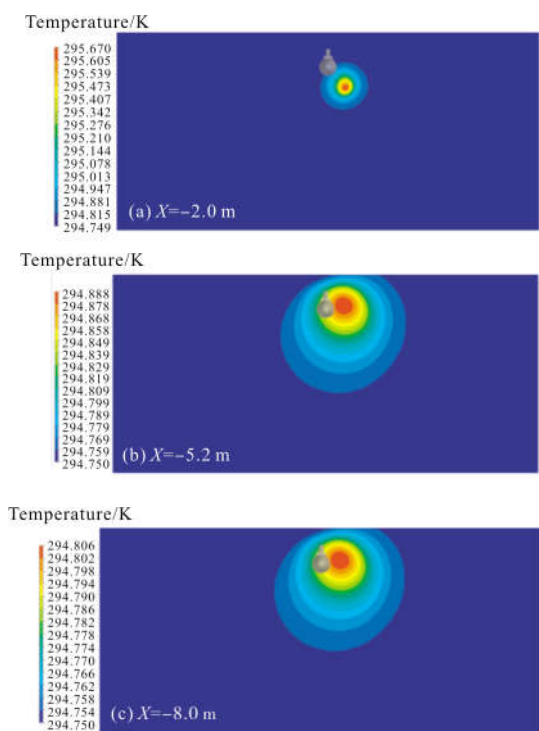


图 17 不同截面的热尾流温度云图

Fig.17 Thermal wake temperature cloud on different sections

截面上的温度云图,分别对应于图 15(a)~(c)中 $t=10.0、26.0、40.0$ s 时垂直于 X 轴且过直线 AB 的截面上的热尾流温度云图。通过对比可以发现:使用来流法仿真得到的热尾流中心区温度下降较快,尤其是在近尾流阶段,温降尤为剧烈,热尾流浮升速度较慢,导致图 18 中热尾流水面最大温差仅为 0.064 K,与实测结果相差甚远。这是由于在实际情况中潜艇热尾流速度逐渐衰减,热尾流在浮升力的作用下缓慢上升。而使用来流法时一直存在 0.2 m/s 的来流速度,这不仅加剧了热尾流和周围水体之间的热量交换,使得热尾流温度下降速度增大,而且使热尾流在 X 轴方向被拉伸。同时,由于来流法中壁面边界的存在,使得热尾流在水面附近的浮升受阻。

图 19 为数值模拟得到的垂直于 Z 轴的热尾流温度云图,通过与图 12~14 对比可以看出,使用稳态计算的来流法无法体现热尾流浮升过程中的涡特征。

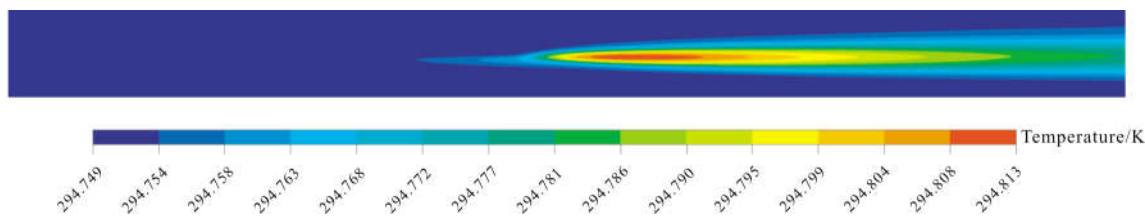


图 18 热尾流水面温度云图

Fig.18 Thermal wake temperature cloud on water surface

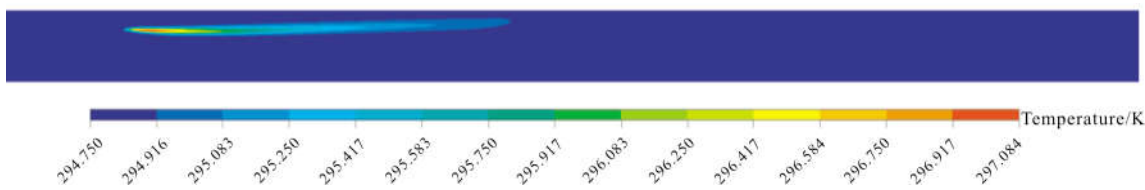


图 19 垂直于 Z 轴的热尾流温度云图

Fig.19 Thermal wake temperature cloud perpendicular to Z axis

3 结论

文中分别使用重叠网格、VOF 模型方法和来流法,对实验室条件下潜艇热尾流的浮升扩散过程进行了数值模拟,得到了潜艇热尾流的浮升扩散规律和温度场,并与实验测得的热尾流浮升扩散图像和水面红外热像图对两种仿真结果的精度进行了对比

验证。得到结论如下:

- (1) 基于重叠网格和 VOF 模型的数值模拟方法具有很高精度,模拟得到的水面热尾流的最大温差达 0.509 K,宽度达 0.20 m,出现时间为 26.0 s。与实验测得结果相比,数值模拟温度偏差为 0.003 K,宽度偏差为 0.03 m,热尾流最大温度出现时间相差为 0.2 s。
- (2) 潜艇热尾流在水面最先以热斑的形式出现,

具有非均匀性和非连续性,而后逐渐扩散成V型,宽度逐渐增大,温度逐渐降低。基于重叠网格和VOF模型的数值模拟能够体现热尾流浮升扩散过程中的涡特征,较好地模拟和解释了水面热斑出现的现象。

(3) 潜艇热尾流在排放之初温度最高,浮升力最大,与周围水体之间发生剧烈的能量、动量传递,热尾流温度迅速下降。此后热尾流温度下降速度逐渐减小,浮升速度逐渐减慢。

(4) 受来流速度持续存在和壁面边界的影响,使用来流法模拟潜艇热尾流时,远尾流区温降较快,水面附近热尾流浮升速度较慢,仿真得到的水面热尾流最大温差仅为0.064 K,与实测结果相差甚远。

参考文献:

- [1] Yang Li, Hua Shunfang, Du Xianzhi. The buoyant trajectory of thermal wake after underwater vehicle in stable fluid[J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 1991, 12(1): 74-77. (in Chinese)
杨立, 华顺芳, 杜先之. 水下航行器热尾流在稳定分层环境中的浮升规律[J]. 工程热物理学报, 1991, 12(1): 74-77.
- [2] Zhang Jian, Chen Xuan, Yang Li, et al. Study of temperature characteristic of cooling water discharged by underwater vehicle [J]. *Journal of Ship Mechanics*, 2009, 13(4): 533-539. (in Chinese)
张健, 陈翱, 杨立, 等. 水下航行器排放冷却水温度分布特性研究[J]. 船舶力学, 2009, 13(4): 533-539.
- [3] Gu Jiannong, Zheng Xuelling, Liu Jubin, et al. An experimental study on the spreading and temperature distribution of a ship model's wake in a thermal stratified flow [J]. *Journal of Hydrodynamics*, 2003, 18(4): 470-475. (in Chinese)
顾建农, 郑学龄, 刘巨斌, 等. 热分层环境下船模尾流温度分布与扩展规律的试验研究 [J]. 水动力学研究与进展, 2003, 18(4): 470-475.
- [4] Bonnier M, Eiff O L. Experimental investigation of the collapse of a turbulent wake in a stably stratified fluid [J]. *Physics of Fluids*, 2002, 14(2): 791-801.
- [5] Cervenka P O. Remote sensing the thermal macrowake [J]. *Photosynthesis Research*, 1989, 25(3): 161-171.
- [6] Voropayev S I, Fernando H J S, Nath C. Thermal and dynamic surface signatures of the wake of a submerged sphere[J]. *Journal of Visualization*, 2009, 12(4): 285-285.
- [7] Voropayev S I, Nath C, Fernando H J S. Surface signatures of submerged heated jet [J]. *Environ Fluid Mech*, 2014, 14(5): 1105-1121.
- [8] Voropayev S I, Nath C, Fernando H J S. Thermal surface signatures of ship propeller wakes in stratified waters[J]. *Physics of Fluids*, 2012, 24(11): 469-266.
- [9] Zhang Xusheng, Guo Liang, Hu Richa, et al. Heat and mass transfer characteristics of submarine cold-thermal wake in the infrared detection [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2017, 25(1): 107-114. (in Chinese)
张旭升, 郭亮, 胡日查, 等. 红外探测中潜艇冷热尾流的传热传质特性[J]. 光学 精密工程, 2017, 25(1): 107-114.
- [10] Zhang Haochun, Ji Yu, Ma Rui, et al. Buoyant characteristics of thermal wakes discharged by underwater vehicles [J]. *Ship Science and Technology*, 2015, 37(7): 24-28. (in Chinese)
张昊春, 吉宇, 马锐, 等. 水下航行体热尾流浮升特性研究 [J]. 舰船科学技术, 2015, 37(7): 24-28.
- [11] Wu Mengmeng. Study on the cold thermal surface features caused by wake behind a going body underwater [D]. Wuhan: Naval University of Engineering, 2010. (in Chinese)
吴猛猛. 水下航行体尾流引起的水面冷热特征的研究[D]. 武汉: 海军工程大学, 2010.
- [12] Chen Xiong, Yang Zhihui, Han Yuge, et al. Simulation of the submarine's wake in temperature gradient sea water[J]. *Technical Acoustics*, 2016, 35(3): 118-121. (in Chinese)
陈雄, 杨智惠, 韩玉阁, 等. 温度分层海水中潜艇尾流数值模拟[J]. 声学技术, 2016, 35(3): 118-121.
- [13] Lai Qingzhi, Wang Cheng'an, Tan Jianyu, et al. Study of buoyancy trajectory of thermal wake and temperature characteristics on sea surface based on 3-D dynamic meshing technique [J]. *Ship Science and Technology*, 2018, 40(3): 8-13. (in Chinese)
来庆志, 王成安, 谭建宇, 等. 基于三维动网格技术的潜艇热尾流浮升规律及水面温度特征研究 [J]. 舰船科学技术, 2018, 40(3): 8-13.
- [14] Dai Tianqi, Yao Shiwei, Wei Zhiguo. Numerical simulation of thermal wake buoyant law based on dynamic meshing technique [J]. *Ship Science and Technology*, 2015, 37(5): 86-89. (in Chinese)
戴天奇, 姚世卫, 魏志国. 基于动网格技术的潜艇热尾流浮升规律研究[J]. 舰船科学技术, 2015, 37(5): 86-89.