光纤激光相控阵阵元分布优化方法

慈明儒[1],刘京郊[1,2],韩 龙[1],刘金生[2],娄 岩[3]

(1. 长春理工大学 光电工程学院, 吉林 长春 130022; 2. 军事科学院系统工程研究院, 北京 100191;
3. 长春理工大学 空间光电技术国家与地方联工程研究中心,吉林 长春 130022)

摘 要:提高主瓣的能量集中度和抑制栅瓣问题是当前光纤激光相控阵技术面向应用的关键。文中从说明激光相控阵在技术上难以满足 λ/2 的阵元间隔,由此导致诸多栅瓣产生的原因入手,并考虑到目前常用不等间隔栅瓣抑制方法将导致相控阵口径增大的难题, 提出了一种将遗传算法引入到光纤激光相控阵阵元分布优化的设想。主要方法是从最大限度抑制栅瓣的角度提出一个与主瓣能量集中度和主瓣/旁瓣对比度相关的适应度函数;将遗传算法中的特征参数与光纤激光相控阵的主要参数相对应;然后以 20 路阵元/阵元间隔为 3 倍波长、50 路阵元/阵元间隔为 20 倍波长两种线阵情况为例,分别仿真计算了传统的等间距阵元和不等间距阵元分布,及遗传算法优化阵元分布三种情况,得到的光纤激光相控阵远场能量分布、主瓣能量集中度和主瓣与最大栅瓣对比度,并对其进行了比较。结果表明,遗传算法较等间距、不等间距方法的主瓣能量集中度分别提高了 9.69%、3.33%,主瓣与第一栅瓣能量对比度分别提高了 13.12%、9%。由此可预期基于遗传算法优化的相控阵有望在同等激光发射总功率下获得更远的作用距离。

关键词:激光相控阵; 遗传算法; 栅瓣抑制

中图分类号:O436.1 **文献标志码**:A **DOI**:10.3788/IRLA201948.0706007

Optimization method for array element distribution of fiber laser phased array

Ci Mingru[1], Liu Jingjiao[2], Han Long[1], Liu Jinsheng[2], Lou Yan[3]

(1. School of Electro-optical Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China;
2. Institute of Systems Engineering Academy of Military Sciences, Beijing 100191, China;
3. National and Local Joint Engineering Research Center of Space Optoelectronics Technology, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China)

Abstract: Improving the energy concentration of the main lobe and suppressing the grating lobe are the key to the application of optical fiber laser phased array technology. In this paper, the cutting point was the reason why laser phased array was difficult to satisfy the element spacing of λ/2 and then many grating lobes were produced. Considering the problem that the aperture of the phased array was enlarged by the method of suppressing the unequal-spacing grating lobe, a new idea of introducing genetic algorithm into the optimization of element distribution of optical fiber laser phased array was proposed.

收稿日期:2019-02-11; **修订日期**:2019-03-21

基金项目:国防预研项目

作者简介:慈明儒(1986-),男,博士生,主要从事激光相控阵方面的研究。Email: 328227082@qq.com

导师简介:刘京郊(1950-),女,高级工程师,博士生导师,主要从事光电子技术方面的研究。Email: jingjiaolcn@huaxiaguanggu.com

The main method was to propose a fitness function related to the main lobe energy concentration and the main lobe/side lobe contrast from the perspective of the maximum suppression of the lobe. The characteristic parameters of genetic algorithm were corresponded to the main parameters of fiber laser phased array. Then, taking two kinds of linear arrays as an example 20 line array element/array element interval as 3 times wavelength and 50 line array element/array element interval as 20 times wavelength, the traditional equally spaced array elements and unequal spacing, the array element distribution and the genetic algorithm optimized the array element distribution were simulated respectively. The distribution of the far-field energy, the main lobe energy concentration and the contrast between the main lobe and the maximum lobe of the fiber laser phased array were calculated and compared. The results show that the energy concentration of the main lobe is increased by 9.69% and 3.33% respectively, and the energy contrast between the main lobe and the first grating lobe is increased by 13.12% and 9% respectively. It can be seen that the phased array optimized based on genetic algorithm is expected to obtain a longer working distance under the same total power of laser emission.

Key words: laser phased array; genetic algorithm; lobe suppression

0 引 言

光纤激光相控阵技术是一种与微波雷达相控阵技术体制相近的光探测新技术,在大功率激光相干合成与激光探测雷达等领域有着重要的应用前景[1]。该技术具有快速扫描、高指向精度、高空间分辨率、大功率激光合成及多目标探测跟踪等突出应用优点,特别是利用相控阵电控扫描技术能力,实现探测、跟踪、搜索、通信等多功能一体化系统[2]。但因激光波长(微米量级)较微波波长(毫米~米量级)至少短四个量级以上,由此带来一些与微波相控阵应用不太相同的技术难点问题,如控制合成光束锁相精度、扩展子阵角度扫描范围、抑制栅瓣影响及大气湍流补偿等[3-4]。文中主要研究上述难点之一的栅瓣抑制优化算法,选择以探测型一维光纤激光相控阵为例进行讨论。

在光纤激光相控阵系统中,影响栅瓣抑制效果的关键是多阵元光纤激光并行输出的阵列排布方式,其中的核心问题是阵元间隔。目前国内通常采用的多路光纤并束输出装置主要有三种,即 V 型槽、空间光调制器和光波导。其中,虽然空间光调制更适合多路激光同时输出,光波导也能实现多路光束小间隔并行输出,但它们所能承受的透射或反射激光功率受到很大限制;相比之下,V 型槽则更适合各种不同激光功率等级的光纤并束输出。但实际上,无论采用上述哪种并束装置,按照目前的技术、工艺水平或使用条件,都还做不到满足相邻阵元间隔小于 1/2波长(激光波长 1 μm,阵元间隔 0.5 μm)的条件,即在相控阵远场可见空间只出现主瓣的必要条件[5-6]。

考虑到光纤激光相控阵的规模扩展与实用性要求,文中选择基于 V 型槽并束装置开展引入遗传算法的阵元分布方法研究,目的旨在通过抑制栅瓣来提高主瓣能量的集中度[7]。

遗传算法是一种借鉴生物遗传进化规律的全局优化算法,在 19 世纪 80 年代由 J.Holland 教授提出。该方法将多个个体组成多个种群,按照设定的环境选取具有更好适应环境的种群,采用交叉和变异的方式来繁衍优化下一代种群,使得多代进化后的种群将更适应设定的环境,新种群中的个体为最适应环境的新个体,目的旨在解决寻优问题的近似最优解。遗传算法已在智能机器人、大数据、神经网络等技术中有所应用[8-9]。在激光相控阵技术中也被用于与相位控制的算法进行优化。文中采用遗传算法对阵元位置进行优化,其中,将光纤激光相控阵合束阵列的阵元位置设为个体,由多个阵元组成种群,主瓣能量与最大栅瓣能量的对比度设为优化环境。如果对比度越大,则意味着栅瓣越少,所以该方法就是通过寻找最大对比度的阵元间距组合来优化满足栅瓣抑制的阵元分布。

1 栅瓣产生原因

1.1 远场光斑能量分布

光纤激光相控阵的原理是将同一光纤种子源分束成多路，并对每一路进行单独的相位控制后合成单光束输出。相位控制用来补偿系统内部或外部环境中的扰动产生的相位变化，保证各路输出光束的相位相同，以便在远场得到稳定的、完整的光斑分布；或附加一定相位值使合成光束在一定范围内进行快速扫描。

如图 1 所示，二维输出阵列形式，设 x 方向阵元数为 N_x，y 方向阵元数为 N_y，设每个阵元直径为 2ω。D 为远场到阵元的间距，第 n 个阵元的坐标为(x_n, y_n)，每个阵元的初始相位为 φ_n，阵元的轴向振幅 A_n，远场平面的坐标用光束传播方向角(θ_x, θ_y)来表示，波矢量 $k=2\pi/\lambda$。

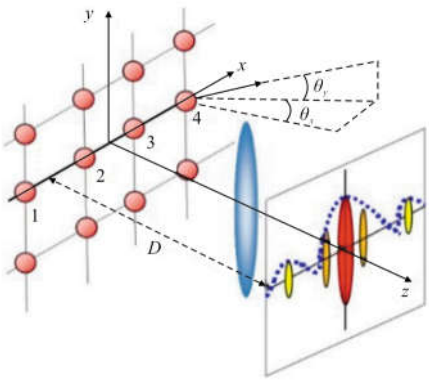

图 1 光纤激光相控阵列合成远场光斑示意图

Fig.1 Schematic of fiber laser phased array combining far field spots

相干合成所得的近场光束振幅为：

$$U(x, y)=\sum_{n=1}^{N} A_n \exp[-f(x, y)+i\varphi_n] \tag{1}$$

$$f(x, y)=\frac{(x-x_n)^2+(y-y_n)^2}{\omega^2} \tag{2}$$

由激光相控阵理论，远场光强分布可看作近场光束的夫琅禾费衍射。出射光在远场形成的光强分布可表示：

$$I(\theta_x, \theta_y)\propto \left|\int_{x=0}^{\infty}\int_{y=0}^{\infty} U(x, y)\exp[-ik(x\cos\theta_x+y\cos\theta_y)]\,\mathrm{d}_y\mathrm{d}_x\right|^2 \tag{3}$$

把公式(1)代入公式(3)后，假设角度很小的情况下，可以解得：

$$I(\theta_x, \theta_y)\propto \left|\sum_{n=1}^{N} A_n \exp\{i[k(x_n\theta_x+y_n\theta_y)+\varphi_n]\}\right|^2\times I_0 \tag{4}$$

$$I_0=\exp\left[-\frac{k^2\omega^2}{2}\left(\theta_x^2+\theta_y^2\right)\right] \tag{5}$$

式中：$\varphi_n=\varphi_{xn}+\varphi_{yn}$，且 $\varphi_{xn}=kx_n\Delta\theta_x$，$\varphi_{yn}=ky_n\Delta\theta_y$，则远场强度分布变为：

$$I(\theta_x, \theta_y)\propto \left|\sum_{n=1}^{N} A_n \exp\{ik[x_n(\theta_x+\Delta\theta_x)+y_n(\theta_y+\Delta\theta_y)]\}\right|^2\times I_0 \tag{6}$$

因此，根据公式(6)描述的相位变化带来了光斑移动，其中$(\Delta\theta_x, \Delta\theta_y)$表示为可实现快速扫描的最大角度。设各列阵的振幅 $A_n=1$，所有阵元的相位均为零时，则上式展开整理得到：

$$I(\theta_x, \theta_y)\propto I_0\left|\frac{\sin\left[\frac{1}{2}N_x kd_x(\theta_x+\Delta\theta_x)\right]}{\sin\left[\frac{1}{2}kd_x(\theta_x+\Delta\theta_x)\right]}\right|^2\times \left|\frac{\sin\left[\frac{1}{2}N_y kd_y(\theta_y+\Delta\theta_y)\right]}{\sin\left[\frac{1}{2}kd_y(\theta_y+\Delta\theta_y)\right]}\right|^2 \tag{7}$$

公式(7)为单阵元孔径阵列因子的远场衍射图样，称为阵元因子，其中每阵元之间遮挡部分的宽度为 b，相邻两阵元之间的距离为 $d=2\omega+b$，如，阵元 x 轴方向的阵元间隔为 d_x，y 轴方向阵元间隔为 d_y，I_0 为多列阵远场衍射图样[9]。

1.2 产生栅瓣的条件

以 x 轴方向为例，由公式(7)可知，$k=2\pi/\lambda$ 产生最大光强的位置如公式(8)所示，其中 $m=0$ 时，为主瓣位置，其他为栅瓣位置；当相控阵不扫描时，栅瓣位置如公式(9)所示：

$$\frac{1}{2}N_y\left[\frac{2\pi}{\lambda}d_x\theta_x+\Delta\theta_x\right]=m\pi(m=0, \pm1, \pm2,\cdots) \tag{8}$$

$$\theta_x=\pm m\frac{\lambda}{d} \tag{9}$$

由于 $\theta_x\leqslant1$，即 $d\geqslant\lambda$，因此必然会产生栅瓣。当相位扫描到最大角度 $\theta_{\max}$时，角度值如公式(10)所示，出现栅瓣的条件如公式(11)所示[10]：

$$\theta_x=\pm m\frac{\lambda}{d}+\theta_{\max} \tag{10}$$

$$d<\frac{\lambda}{1+\theta_{\max}} \tag{11}$$

当 $\theta_{\max}=1$ 时为最大扫描度，所以扫描的相控阵需要 $d<\frac{\lambda}{2}$，才能满足不产生栅瓣的条件。由于目前探测型光纤激光相控阵的主要应用方向，一为激光探测相控阵雷达，二为空间激光通信，所以激光源大多采用 1 μm 或 1.5 μm 的光纤激光器，与多路 V 型槽并束间隔相比（目前阵元间隔通常为百微米以上），是激光工作波长的百倍，显然无法满足不产生栅瓣的相控阵阵元间隔条件。

1.3 传统不等间距栅瓣抑制技术

当无法满足最小阵元间距时，如何抑制栅瓣成为推进光纤激光相控阵应用的一个技术瓶颈。2005 年，宾夕法尼亚州立大学研究小组研究了不等间距阵列技术[11]。2009 年，德克萨斯大学和斯坦福大学研究小组研究了构建最佳性能相控阵列的方法[12]。研究思想为：把一些子阵列叠加起来形成大阵列，保证各个子阵列主瓣叠加的同时，栅瓣不相干叠加，从而抑制栅瓣。

通过上述思想使每两个阵元产生的多级衍射光束在空间上各处于不同位置，尽可能让相应衍射级数的光束在空间不发生相互交叉。尽管此时栅瓣依然存在，却没有空间叠加，对于激光相控阵的光场分布来说，呈现的效果为主瓣能量增强，而栅瓣能量保持不变。如果主瓣与栅瓣两者之间的峰值差加大，此时相当于抑制了栅瓣。当阵元数变增多，此方法变得复杂且难以设计。

当阵元数变多时，传统的方法是采用不等间隔排列抑制栅瓣技术，将阵元间距 d 附加一个 Δd，是每一个阵元间隔均递增分布：

$$d(n)=d(n-1)+d1+\Delta d(n-2) \tag{12}$$

随着阵元的增加，递增的阵元间距会增加阵列的总长度，降低中心能量密度的同时可能会给系统带来其他影响。

2 遗传算法

为说明将遗传算法引入光纤激光相控阵的阵元分布思路，首先将遗传算法中的主要构成要素与光纤激光相控阵的相关参数进行对应。遗传算法的构成要素包括：个体、父代种群、染色体长度、适应度函数值、交叉概率、变异概率、子代种群、进化代数。基本的优化逻辑如图 2 所示。

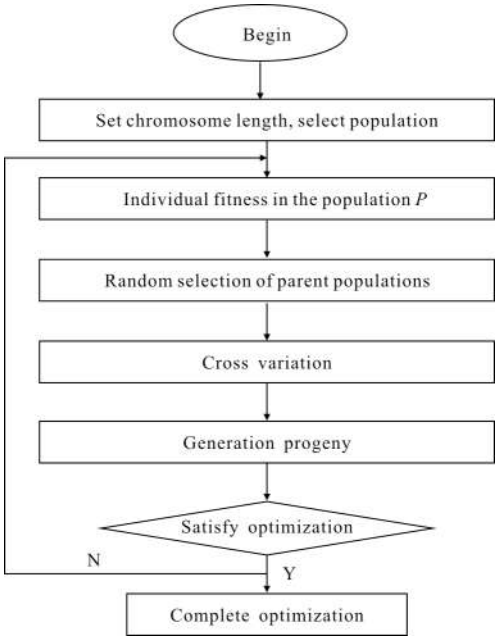

图 2 遗传算法优化的逻辑流程图

Fig.2 Logic flow chart for genetic algorithms optimization

图 2 中，个体为相控阵中每个阵元的位置坐标；父代种群为相控阵的总阵元数分成 n 个子阵，n 为父代的种群数量；染色体长度相当于相控阵出射口径即固定第一个阵元和最后一个阵元的位置，在剩下的阵元数内选择优化的总范围即 $N-2$；适应度值：优化函数值即主瓣能量与最大栅瓣能量的对比度 P；交叉概率：在每一个子阵内选取部分阵元在子阵间相互替换，选取的阵元数比例为交叉概率；变异概率：一个子阵内一定比例的阵元位置可以互换，种群内部可变阵元数的比例为变异概率；子代种群：子阵通过交叉、变异后产生的新子阵；进化代数：从父代种群进化到子代种群一个循环为进化一代。

遗传优化算法与不等间距抑制栅瓣技术相比是一种全局优化的方法，其主要考虑各阵元通过改变间距后能否使适应度评估函数值最大，满足的组合就保留，不满足的组合就重新变异后再次组合，使整体阵列输出光束满足适应函数最大即可，具有一般性。

选择遗传算法的优化方向十分重要，可通过设定一个合适的适应度函数明确优化的目的。对于光纤激光相控阵来说，优化的目的有两种，一种目的为

得到最大的主瓣能量集中度，一种目的为得到最大化的抑制栅瓣效果，设适应度评估函数 P 为：

$$P=k_1 I_{\max}+k_2 C_{\max} \tag{13}$$

主瓣能量集中度为：

$$I_{\max}=\frac{I_{主瓣}}{I_{总}}=\frac{\int_{-\pi}^{\pi} I(\theta)\mathrm{d}\theta}{\int_{-\infty}^{\infty} I(\theta)\mathrm{d}\theta} \tag{14}$$

栅瓣特性的对比度为：

$$C_{\max}=\frac{I_{主瓣}-I_{旁瓣}}{I_{主瓣}}=\frac{\int_{-\pi}^{\pi} I(\theta)\mathrm{d}\theta-\int_{-2\pi}^{-\pi} I(\theta)\mathrm{d}\theta}{\int_{-\infty}^{\infty} I(\theta)\mathrm{d}\theta} \tag{15}$$

P 值越大则表示优化的结果越好，其中 $I_{\max}$ 为阵列光束的主瓣能量集中度即远场主瓣的能量和总能量的比，k_1 为主瓣特性的加权值；$C_{\max}$ 为主瓣与最大栅瓣的对比度即远场主瓣的能量减去最大栅瓣的能量与主瓣的能量比，k_2 为栅瓣抑制的权价值。即 $k_1=0$ 时，以抑制栅瓣为适应函数优化阵元间距；$k_2=0$ 时，以主瓣能量最大为适应函数优化阵元间距。文中主旨为栅瓣的抑制，希望最大程度地抑制栅瓣，选取 $k_1=0$ 的情况进行优化。

在遗传算法优化的过程中，为防止优化后的最小阵元间距小于一个阵元的直径 2ω，需要设定一个优化的最小阵元间距 $\min(d_i-d_j)\geqslant 2\omega, 1\leqslant j\leqslant i\leqslant N$。

3 优化结果及仿真

利用 Matlab 仿真等间距阵元分布、不等间距阵元分布与遗传算法优化后的阵元分布，将远场光斑能量分布的公式(6)化简为一维情况，并设各路阵元相位相同($\Delta\theta_x=0$, $\Delta\theta_y=0$)，振幅 A_0 为 1。其光强分布公式化简为公式(16)：

$$I(\theta_x)\propto\left|\sum_{n=1}^{N}\exp[i(kx_n\theta_x)]\right|^2\times\exp\left[-\frac{k^2\omega^2}{2}\theta_x^2\right] \tag{16}$$

公式(16)展开整理得公式(17)：

$$I(\theta_x)\propto\left|\frac{\sin\left[\frac{1}{2}N_x kd_x(\theta_x)\right]}{\sin\left[\frac{1}{2}kd_x(\theta_x)\right]}\right|^2\times\exp\left[-\frac{k^2\omega^2}{2}\theta_x^2\right] \tag{17}$$

式中：$k=\frac{2\pi}{\lambda}$，设阵元 N=20，$\lambda=1.064$ μm。等间距：阵元间隔 $d=3$ μm，阵元总长度 $L=(N-1)\times d$；不等间距：阵元间隔 $d=3$ μm，$\Delta d=0.3$ μm，阵元长度 $L=(N-1)\times d_n$，其中 d_n 见公式(12)；遗传算法：阵元间隔随机产生且满足最小间隔 $\min(d_i-d_j)\geqslant\omega, 1\leqslant j\leqslant i\leqslant N$、阵元总长度 $L=(N-1)\times d$、优化适应函数为 P(公式(13)且 $k_1=0$；$k_2=1$)、交叉概率为 0.7、变异概率为 0.4、进化代数为 100 代。仿真结果如表 1 所示。

表 1 三种情况的主瓣能量集中度和最大栅瓣对比度的比较($N=20$, $d=3$ μm)

Tab.1 Comparisons of the energy concentration of main lobe and the maximum contrast of grating lobe in three circumstances ($N=20$, $d=3$ μm)

	$I_{\max}$	$C_{\max}$
Equal spacing	20.84%	18.93%
Unequal spacing	12.92%	75.95%
Genetic algorithm	22.61%	89.07%

仿真光斑能量分布如图 3 所示，图 3 为 20 路阵元等间距阵元分布与遗传算法优化后的能量分布对比图，图 4 为 20 路阵元不等间距阵元分布与遗传算法优化的能量分布对比图。经过遗传算法优化阵元分布后的主瓣能量集中度相比等间隔提升 1.77%，主瓣与最大栅瓣能量对比度提升 70.14%；比不等间隔主瓣能量集中度提升 9.69%，主瓣与最大栅瓣能量对比度提升 13.12%。图 5 为迭代次数与主瓣与最大栅瓣的进化关系图，图中表示进化到第 43 代时，优化函数的 P 值为在 100 次进化内的最优解。

增加阵元数和阵元间距，使远场光斑分布的栅

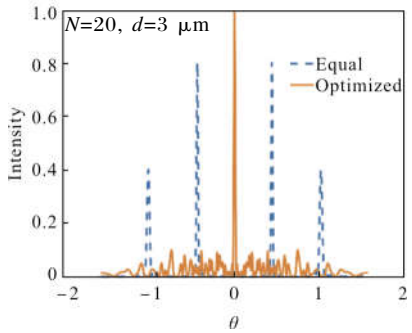

图 3 等间距阵元与遗传算法优化阵元的能量分布对比图

Fig.3 Energy distribution diagrams of equal spacing array elements and array elements optimized by genetic algorithms

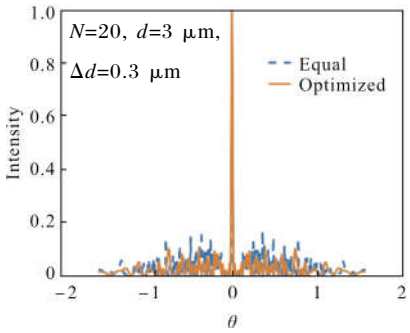

图 4 不等间距阵元与遗传算法优化阵元的能量分布对比图

Fig.4 Energy distribution diagrams of unequal spacing array elements and array elements optimized by genetic algorithms

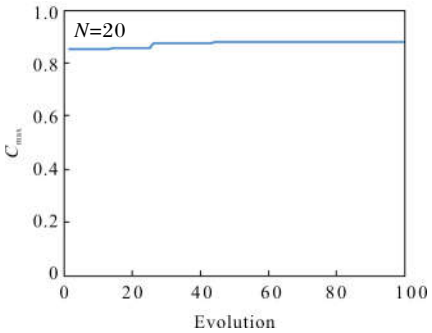

图 5 进化代数与适应度函数的比值图

Fig.5 Ratio graph of evolutionary algebra and fitness function

瓣更多,设阵元 N=50,λ=1.064 μm。等间距:阵元间隔 d=20 μm,阵元中长度 $L=(N-1)\times d$;不等间距:阵元间隔 d=20 μm,Δd=3 μm, 阵元长度 $L=(N-1)\times d_n$; 遗传算法: 阵元间隔随机产生且满足最小间隔 $\min(d_i-d_j)\geqslant\omega, 1\leqslant j\leqslant i\leqslant N$、阵元总长度 $L=(N-1)\times d$、优化适应函数 $P(k_1=0;k_2=1)$、交叉概率 0.7、变异概率 0.4、进化代数 100 代。仿真结果表 2 所示。

图 6 为 50 路阵元等间距阵元分布与遗传算法优化后的能量分布对比图,图 7 为 50 路阵元不等间距阵元分布与遗传算法优化的能量分布对比图。经过遗传算法优化阵元分布后的主瓣能量集中度相比等间隔提高 0.52%, 主瓣与最大栅瓣能量对比度提升 91.08%;比不等间隔主瓣能量集中度提升 3.33%,主瓣与最大栅瓣能量对比度提升 9%。图 8 为迭代次数与主瓣与最大栅瓣的进化关系图,图中表示进化到第 28 代时找到在 100 次进化内的最优解。

表 2 三种情况的主瓣能量集中度和最大栅瓣对比度的比较(N=50,d=20 μm)

Tab.2 Comparisons of the energy concentration of main lobe and the maximum contrast of grating lobe in three circumstances(N=50,d=20 μm)

	I_{max}	C_{max}
Equal spacing	3.65%	0.69%
Unequal spacing	0.84%	82.77%
Genetic algorithm	4.17%	91.77%

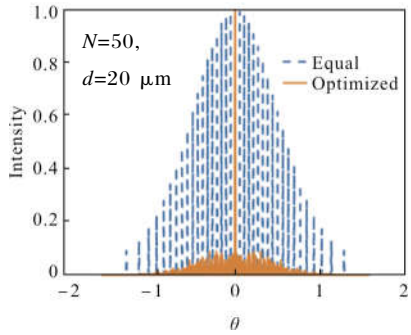

图 6 等间距阵元与遗传算法优化阵元的能量分布对比图

Fig.6 Energy distribution diagrams of equal spacing array elements and array elements optimized by genetic algorithm

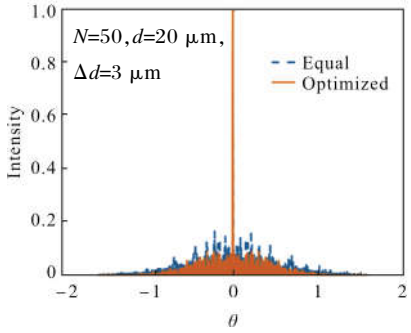

图 7 不等间距阵元与遗传算法优化阵元的能量分布对比图

Fig.7 Energy distribution diagrams of unequal spacing array elements and array elements optimized by genetic algorithms

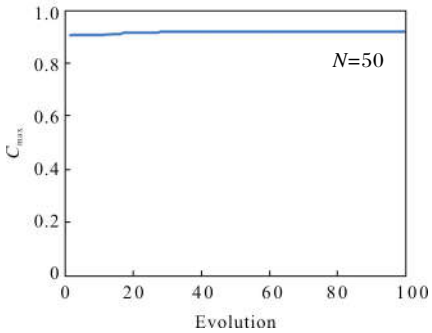

图 8 进化代数与适应度函数的比值图

Fig.8 Ratio graph of evolutionary algebra and fitness function

4 结 论

光纤激光相控阵技术具有快速、精准、高效的光束扫描控制和较高的中心功率密度,在激光加工、激光医疗以及军事领域都有重要的应用前景。但激光本身的波长(微米量级)和阵元间距无法满足不产生栅瓣的情况，带来了大量栅瓣的同时也影响了其主瓣的能量集中度。

文中采用遗传算法优化光纤激光相控阵阵元分布的设计思路，以优化光束的主瓣能量集中度和主瓣与最大栅瓣对比度角度，设计了适应度优化函数 P 用于优化阵元分布；通过与等间距与不等间距两种阵元分布进行对比,得到以下结论：

(1) 相比等间距阵元分布,在 20 路阵元、阵元间隔为 3 倍波长和 50 路阵元、阵元间隔为 30 倍波长两种情况下，主瓣能量集中度分别提高了 1.77%、0.52%；主瓣与最大栅瓣的对比度提高了 70.14%、91.08%。栅瓣情况得到明显的抑制,同时主瓣能量集中度也得到了少量的提升。

(2) 相比不等间距阵元分布,在 20 路阵元、阵元间隔为 3 倍波长和 50 路阵元、阵元间隔为 30 倍波长两种情况下,主瓣能量集中度分别提高了 9.69%、3.33%；主瓣与最大栅瓣的对比度提高了 13.12%、9%。合成光斑的栅瓣情况得到了抑制,提高主瓣能量集中度，而且阵列的总长度并没有像常规不等间距一样随着阵元数的增加而增大。

由此认为，遗传算法的确可以指导光纤激光相控阵阵元分布优化，有效抑制栅瓣并提高主瓣的能量集中度。需要指出,影响远场光束分布的因素很多,文中仅在一维的理想状态下针对栅瓣抑制的情况利用遗传算法进行仿真分析。由于受到元器件的限制,目前还没有可以微调阵元间距的合束装置，该算法优化后的阵元间距用于工程难度较大，而其他因素产生的相位的变化仍需要相位控制加以处理。随着光学器件的快速发展和遗传优化算法的不断完善，相信日后能为光纤激光相控阵技术的应用提供一些参考。

参考文献：

[1] Wang Xiaolin, Zhou Pu, Li Rongtao, et al. Current situation, tendency and challenge of coherent combining of high power fiber lasers [J]. ***Chinses Journal of Lasers***, 2017, 44(2): 0201001. (in Chinese)

[2] Jez D R, Cearns K J, Jessop P E. Optical waveguide components for beam forming in phased-array antennas [J]. ***Microwave & Optical Technology Letters***, 2015, 15 (1): 46-49.

[3] Lou Ruiyao, Wang Hongyan, Ning Yu, et al. Numerical simulation of array laser guide star based adaptive optics wavefront sensing [J]. ***Infrared and Laser Engineering***, 2018, 47(11): 1111003. (in Chinses)

[4] Kwong D, Hosseini A, Covey J, et al. Corrugated waveguide-based optical phased array with crosstalk suppression [J]. ***IEEE Photonics Technology Letters***, 2014, 26(10): 991-994.

[5] Raval M, Poulton C V, Watts M R. Unidirectional waveguide grating antennas with uniform emission for optical phased arrays [J]. ***Optics Letters***, 2017, 42 (13): 2563-2566.

[6] Zhang Yong, Xue Jingjing, Wu Zhensen, et al. Phase-only beam optimization for GaAs optical waveguide phase array [J]. ***Advanced Materials Research***, 2012, 571: 316-319.

[7] Derose C T, Kekatpure R D, Trotter D C, et al. Electronically controlled optical beam-steering by an active phased array of metallic nanoantennas [J]. ***Optics Express***, 2013, 21(4): 5198.

[8] Hattori R, Sakai J I. Design of low-loss connection between two optical waveguides using a genetic algorithm [J]. ***Technical Report of Ieice Ope***, 2010, 109: 89-94.

[9] Holland J H. Genetic algorithms and the optimal allocation of trials [J]. ***SIAM Journal on Computing***, 1973(2): 88-105.

[10] Yang Z, Wang D. Laser-phased-array beam steering controlled by lithium niobate waveguides [J]. ***Optical Engineering***, 2014, 53(6): 061605.

[11] Stuart Yin, Jae Hun Kim, Fei Wu. Ultra-fast speed, low grating lobe optical beam steering using unequally spaced phased array technique [J]. ***Optics Communications***, 2007, 270(1): 41-46.

[12] Amir Hosseini, David Kwong, Yang Zhao. Unequally spaced waveguide arrays for silicon nanomembrane-based efficient large angle optical beam steering [J], ***IEEE Journal of Elected Topics in Quantum Electronics***, 2009, 15(5): 1439-1446.