

双波长共相检测方法研究

李 斌, 吴 建, 谢锋云

(华东交通大学 机电与车辆工程学院, 江西 南昌 330013)

摘 要: 拼接镜共相检测技术是拼接过程和维持镜面质量关键技术之一, 定量测量平移误差(piston)是指导拼接确定性调整的依据, 也是拼接镜面成像质量、望远镜角分辨率的根本保证。为了实现拼接镜平移误差的大量程、高精度检测, 提出了新型双波长共相检测算法, 并基于圆孔衍射与双波长检测理论, 推导得到了双波检测理论量程与波长之间的关系式以及选取模板间隔的最大值与波长之间关系式。在双波长检测中, 针对两半圆间远场图案存在偏心、间隙误差和相机噪声等拼接误差, 理论和仿真分析了间隙误差、偏心误差和相机噪声对双波长检测精度的影响。得到了间隙误差需小于 $0.2r$, 偏心误差需小于 $0.2r$, 信噪比需大于 30 时, 双波长检测才不会出现误检测。该分析为以后双波长检测实验中误差的选取提供了借鉴。

关键词: 天文光学; 望远镜; 圆孔衍射; 相位测量

中图分类号: TH751 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201948.0813004

Research on the method of co-phasing detection of two wavelengths

Li Bin, Wu Jian, Xie Fengyun

(School of Mechatronics & Vehicle Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: The co-phasing detection technology of segmented mirror is one of the key of the segmented process and maintaining the quality of mirror. The quantitative measurement piston error is not only the chief gauge of the adjustment of segmented mirror, but also the guarantee of the segmented telescope's imaging performance and the segmented telescope's angular resolution. In order to realize the detection of lager range and high-precision of piston errors of segmented mirror, the new two-wavelengths co-phasing detection algorithm was raised in this paper. The relation between the theoretical detection range and the values of two wavelengths was got and the relation between the max value of template interval and the values of two wavelengths was got based on circular diffraction and the two wavelengths detection theory. In two wavelengths algorithm, the gap error, eccentric error and camera noise between two half circular diffraction patterns could influence the detection range and accuracy of two wavelengths algorithm, how the errors of gap, eccentric and camera noise influence the detection range and accuracy by theory and simulation were analyzed and got. And the gap error less than $0.2r$, the eccentric error less than $0.2r$ and

收稿日期: 2019-03-10; 修订日期: 2019-04-20

基金项目: 国家自然科学基金(51565015); 江西省教育厅科技项目(GJJ170402)

作者简介: 李斌(1989-), 男, 讲师, 博士, 主要从事拼接镜共相检测技术、太赫兹光谱技术方面的研究。Email: libingioe@126.com

the Signal to Noise Ratio (SNR) of camera noise more than 30 were got, the two wavelengths detection will not cause false detection. The study on error sprovided reference for the co-phasing experiment of segmented mirror in two wavelengths algorithm.

Key words: astronomical optics; telescope; circular diffraction; phase measurement

0 引言

为了得到更加清晰的天体照片、探测更远、更暗的天体,设计制作更大口径望远镜一直是科学家追求的目标。而目前制作大口径望远镜主要有三种:蜂窝型望远镜、薄主镜和拼接望远镜。但单块口径的望远镜的发展受到了运输成本、风险系数、加工难度等因素的限制。目前,整体大口径望远镜主镜极限为 8.4 m。若要设计更大口径的望远镜,需利用拼接镜的技术实现。但是拼接望远镜也会带来新的挑战,而拼接误差检测与调节为其中关键难题之一,其中拼接误差中倾斜误差(tilt/tip)误差和离焦(decender)等误差检测与调节已相对成熟,而拼接镜平移误差(piston)的检测与调节还有待发展,当拼接镜的 piston 误差在 $\lambda/20$ 以内时,拼接式望远镜才能得到其口径相当的整体镜面望远镜的角分辨率^[1]。目前测量拼接镜之间平移误差的检测方法有多种,如:四棱锥探测器法^[2]、曲率传感器法^[3]、相位差法(PD)^[4]、宽窄带夏克哈特曼法^[5]、色散条纹法^[6]等。两个正在运行的拼接望远镜都采用了宽窄带夏克-哈特曼法结合的方法检测拼接镜的 piston 误差。这是因为上述的其他检测方法各自存在的缺陷,如:PD 法存在检测耗时过长问题,四棱锥检测法存在加工难度大、顶点对准难的问题,色散瑞利和色散条纹存在色散条纹面积过大、相邻条纹信息干涉和条纹抖动等问题;这些方法只适用在特定场合应用或者作为其他方法的补充。宽带夏克哈特曼法共相检测所需时间过长、检测精度低,窄带夏克哈特曼法虽耗时少,但是检测量程只有半个波长。为此,在 2000 年,Mats G.Löfdahl 等人提出利用双波长甚至多波长来解决宽带夏克-哈特曼法检测 piston 误差耗时过长和窄带夏克-哈特曼法检测量程过小的问题^[7],但是其所用及其算法复杂,所耗时间过长,且波长的选择过于苛刻,且未

对拼接误差对双波长检测的影响进行分析;2017,李斌等利用双波长检测实现了拼接误差的检测,但并没有分析各类拼接误差对双波长检测的精度影响,目前尚未见拼接误差对双波长检测影响分析文章^[8-10]。

文中基于圆孔衍射与宽窄带检测理论,推导双波检测理论量程与波长之间的关系式以及选取模板间隔的最大值与波长之间关系式,文章所用双波长算法相对目前算法简单,使用方便,检测时间少且检测精度相当;在利用双波长检测子镜间 piston 误差时,针对两半圆孔间存在间隙、偏心和相机噪声等拼接误差,理论和仿真分析了圆孔间拼接误差对双波长检测精度的影响。为以后的双波长检测在工程实践中的应用提供一定参考。

1 拼接镜共相误差检测原理

1.1 圆孔衍射原理

圆孔检测原理如图 1 所示,图中圆孔的半径为 r ,圆孔通过 X 轴被等分成上下两部分半圆孔,当 $Z>0$ 时,这一部分半圆孔的 piston 误差值为 $\delta/2$,当 $Z<0$ 时,这一部分半圆孔的 piston 误差值为 $-\delta/2$ 。从图 1 可知:两半圆孔间的距离为 δ ,而通过该圆孔对应反射镜的波前的光程差值为 2δ 。

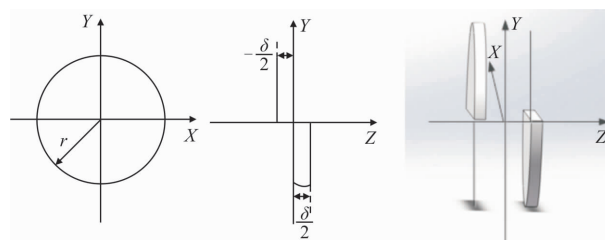


图 1 圆孔示意图

Fig.1 Schematic diagram of circular

假设:光源为理想的单色光源,其波长为 λ ,孔径平面的直角坐标为 (x,y) ,孔径平面的极坐标为 (ρ,θ) ,

像平面的直角坐标 (ζ, η) , 像平面极坐标为 (ω, ψ) , 孔径平面的复振幅函数为 $f(\rho, k\delta)$, 像平面的复振幅函数为 $f(\rho, k\delta)$ 。

现:

$$f(\rho, k\delta) = \begin{cases} \exp(ik\delta)\eta \geq 0; |\rho| \leq r \\ \exp(ik\delta)\eta \leq 0; |\rho| \leq r \\ 0 & |\rho| > r \end{cases} \quad (1)$$

则像平面的强度为^[8]:

$$I(w, k\delta) = f^2(w, k\delta) = [f(\rho, 0)\cos(k\delta) + f(\rho, \pi/2)\sin(k\delta)]^2 \quad (2)$$

式中: $|\rho| = \sqrt{x^2 + y^2}$, $x = |\rho|\cos\theta$, $y = |\rho|\sin\theta$, $|\rho| = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$, $k = 2\pi/\lambda$, $f_x = |\rho|\cos\phi$, $f_y = |\rho|\sin\phi$; f_x, f_y 为空间频谱; λ 为光源波长。

2 双波长检测原理

2.1 双波长检测量程理论分析

假设相邻两拼接子镜间 piston 误差为 δ 。由于 2π 模糊效应, 利用波长为 λ 的单色光检测拼接镜的 piston 误差时, 检测量程为 $(0, \lambda/2)$ 。如果光程差大于一个波长时, 圆孔衍射图案就会重复出现, 即无法检测拼接镜的 piston 误差, 此时, 可以利用宽带光或者多波长的检测方法来达到提高检测量程的目的。而宽带夏克哈特曼共相检测方法, 存在耗时多、检测精度低的缺点, 为此提出利用双波长检测来提高检测量程。

当检测波长为 λ_1 时, 子镜间的 piston 误差为^[7]:

$$\delta = \delta_1 + n_1 \cdot \lambda_1/2, n_1 = 0, \pm 1, \dots, m \quad (3)$$

当检测波长为 λ_2 时, 子镜间的 piston 误差为^[7]:

$$\delta = \delta_2 + n_2 \cdot \lambda_2/2, n_2 = 0, \pm 1, \dots, m \quad (4)$$

在利用双波长进行 piston 误差检测时, 怎样判断双波长的检测量程以及怎样选择两波长值是理论分析的难点。双波长检测方法与单波长检测方法类似, 即两半圆孔衍射图案都会随着 piston 误差变化表现一定的特征, 且当 piston 误差超过检测量程时, 圆孔衍射图案的特征会呈现周期性。现假设 $\lambda_1 < \lambda_2$, $M = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$ 。检测范围与波长之间应该满足: $L = (N+1) \cdot \lambda_1/2 = N \cdot \lambda_2/2$, 且 $N = M$, 该方法检测量程为 $(0, L)$ 或者 $(-L/2, L/2)$ 。

然而往往 M 的值不为整数, 如图 2 所示, $l_1 = \frac{\lambda_2}{2} - \frac{\lambda_1}{2}$, $l_N = \frac{N \cdot \lambda_1}{2} - \frac{(N-1) \cdot \lambda_2}{2}$ 。当 $l_N = 0$, 双波长检测范围为 $L = N \cdot \lambda_1/2$, 当 $l_N = l_1$ 时, $L = (N+1) \cdot \lambda_1/2 = N \cdot \lambda_2/2$ 。所以当 $0 < l_N \leq l_1$ 时, 双波长检测已达到一个周期, 把 l_N ,

l_1 式代入可得 N 需满足下式:

$$\frac{N+1}{N} \leq \frac{\lambda_2}{\lambda_1} < \frac{N}{N-1} \quad (5)$$

且取 N 为整数, 可求得 N 值。而理论检测周期为:

$$L = (N+1) \cdot \lambda_1/2 \leq N \cdot \lambda_2/2 \quad (6)$$



图 2 当 M 不为整数时, 双波长检测示意图

Fig.2 When M isn't integer, the two wavelengths detection schematic diagram

2.2 类互相关算法

宽窄带哈特曼共相检测法中, 利用两半圆孔间存在不同 piston 误差下, 圆孔衍射图案存在不同特点这一性质求解 piston 误差。求解中, 利用存在标准 piston 误差下的圆孔衍射图案为模板, 并利用图像匹配方法计算实际衍射图案与标准模板之间互相关系数, 互相关系数最大值对应的标准 piston 误差为实际 piston 误差值, 该算法称为互相关匹配算法。而在双波长检测方法中, 其效果与一长波长效果类似, 因此, 提出利用图像匹配方法计算两子镜间 piston 误差值, 并定义该算法为类互相关匹配算法。

互相关系数关系式如下^[9]:

$$\text{corr2} = \frac{\sum_{i \in N_i} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i \in N_i} (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i \in N_i} (y_i - \bar{y})^2}} \quad (7)$$

式中: 互相关系数值为 corr2 ; N_i 为像素总数; x_i 为所探测图案中某像素灰度值; \bar{x} 为所探测图案灰度平均值; y_i 为模板图案某像素灰度值; \bar{y} 为模板图案灰度平均值。

由于 $\sum_{i \in N_i} x_i = N_i \bar{x}$, $\sum_{i \in N_i} y_i = N_i \bar{y}$; 则 corr2 可简化:

$$\text{corr2} = \frac{N_i \sum_{i \in N_i} x_i y_i - \sum_{i \in N_i} x_i \sum_{i \in N_i} y_i}{\sqrt{(N_i^2 \sum_{i \in N_i} x_i^2 - N_i \sum_{i \in N_i} x_i^2)(N_i^2 \sum_{i \in N_i} y_i^2 - N_i \sum_{i \in N_i} y_i^2)}} \quad (8)$$

现假定双波长中选取的波长分别为 λ_1, λ_2 。则类互相关系数 ρ 为:

$$\rho = \text{corr2}_{\lambda_1} \cdot \text{corr2}_{\lambda_2} \quad (9)$$

式中: $\text{corr}2_{\lambda_1}$ 为波长 λ_1 时互相关系数; $\text{corr}2_{\lambda_2}$ 为波长 λ_2 时互相关系数。

2.3 双波长检测量程与模板选取关系

在利用双波长检测 piston 误差中, 使用的检测算法为类互相关算法, 假设双波长分别 λ_1, λ_2 。即把量程 L 分为 $n+1$ 等分, 并分别保存以 0 为起点, 以 L/n 为间隔, L 为量程的标准 piston 误差下的两半圆孔衍射图案为模板。同时使用波长为 λ_1 和 λ_2 检测 piston 误差, 并分别获取 piston 误差的远场光斑图案并分别保存图案, 然后分别与各自的标准模板图案匹配, 求出各自的互相关系数 $\text{corr}2_{\lambda_1}, \text{corr}2_{\lambda_2}$, 在——相乘即 $\rho = \text{corr}2_{\lambda_1} \cdot \text{corr}2_{\lambda_2}$, 求解出最大 ρ 值, 而 ρ 最大值所对应的标准图案 piston 误差值为拼接镜的 piston 误差; 检测精度为模板间隔 $\Delta x = L/n$ 。然而划分模板个数时, 较小的 n 会使双波长为 λ_1 和 λ_2 未到一个周期就出现模板匹配值重复的现象, 即出现误匹配检测问题。如图 3 所示, 当 $\Delta x = l_1$ 时, 即将出现误匹配, 所以 $\Delta x < l_1$ 。把 $\Delta x, L$ 表达式代入可得:

$$n > \frac{2 \cdot L}{\lambda_2 - \lambda_1} \quad (n \text{ 取整数}) \quad (10)$$

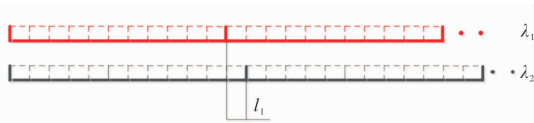


图 3 检测即将出现误匹配时, 双波检测模板间隔划分示意图
Fig.3 Schematic diagram of the template interval of two wavelengths detection in the un-matching of detection will appearing

如图 4 所示, 在 $\Delta x = l_N$ 时, 即将会发生检测周期提早出现的问题, 而要使该种问题不出现, 需满足 $\Delta x < l_N$, 即 $\Delta x < \frac{N \cdot \lambda_1}{2} - \frac{(N-1) \cdot \lambda_2}{2}$ 。

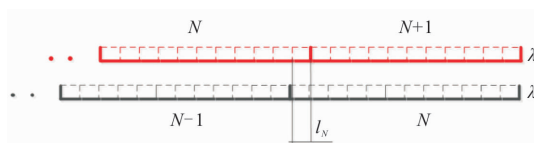


图 4 当检测周期提早出现时, 双波长检测模板间隔划分示意图
Fig.4 Schematic diagram of the template interval of two wavelengths detection in the detection period appearing in advance

而当 $\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2} > \Delta x > \frac{N \cdot \lambda_1}{2} - \frac{(N-1) \cdot \lambda_2}{2} = \frac{(N-1) \cdot \lambda_1}{2} - \frac{(N-2) \cdot \lambda_2}{2} - \left(\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2}\right) > 0$ 时: 此时 $\frac{(N-1) \cdot \lambda_1}{2} - \frac{(N-2) \cdot \lambda_2}{2} > \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2} > \Delta x$ 。因此, 实际检测周期的周期为:

$$L = \frac{N-1}{2} \lambda_2 \quad (11)$$

所以实际检测量程与选取模板间隔值之间关系式为:

$$L = \begin{cases} \frac{N-1}{2} \lambda_2, & \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2} > \Delta x > \frac{N \cdot \lambda_1}{2} - \frac{(N-1) \cdot \lambda_2}{2} \\ \frac{N+1}{2} \lambda_1, & \Delta x < \frac{N \cdot \lambda_1}{2} - \frac{(N-1) \cdot \lambda_2}{2} \end{cases} \quad (12)$$

3 双波长检测仿真分析

现取 $\lambda_1 = 0.60 \mu\text{m}, \lambda_2 = 0.632 \mu\text{m}$, 根据公式(5)、(6), 可得 $N=19$, 理论 $L=6 \mu\text{m}$ 。在划分模板时, 模板间隔要求必须满足公式(10), 根据公式(10)可知: 需 $n > 375$, 即 $\Delta x < 16 \text{ nm}$ 时, 拼接镜误差才不出现误检测。根据公式(12)可知: 当模板间隔 $16 \text{ nm} > \Delta x > 12 \text{ nm}$ 时, 实际检测量程 $L=5.68 \mu\text{m}$; 在 $\Delta x < 12 \text{ nm}$, 检测量程为 $L=6 \mu\text{m}$ 。

仿真中所选取双波长为 $\lambda_1 = 0.60 \mu\text{m}, \lambda_2 = 0.632 \mu\text{m}$, 仿真结果如图 5 所示。图 5(a)和图 5(b)中 piston 误

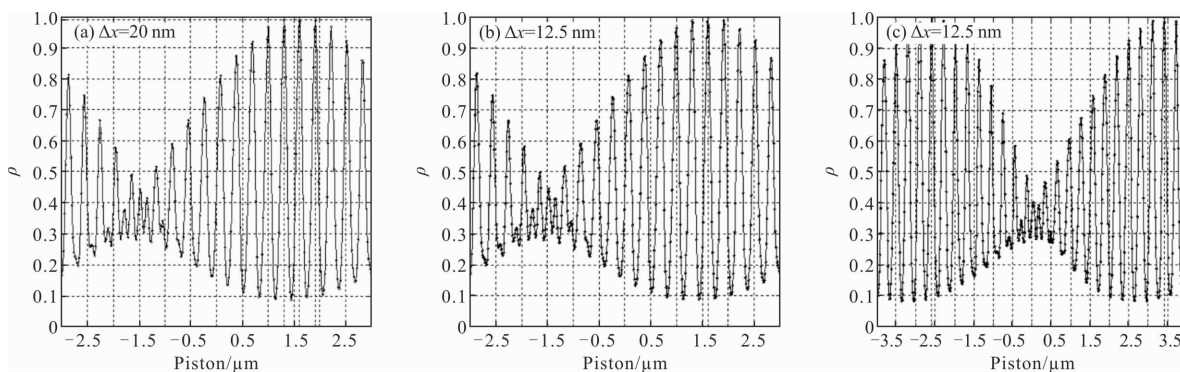


图 5 双波长 $\lambda_1 = 0.60 \mu\text{m}, \lambda_2 = 0.632 \mu\text{m}$ 时, 双波检测的类互相关系数 ρ 仿真曲线图

Fig.5 Simulation diagram of the resemble cross-correlation ρ of two wavelengths detection and the wavelengths are $\lambda_1 = 0.60 \mu\text{m}, \lambda_2 = 0.632 \mu\text{m}$

差值为 1.61 μm, Δx 为分别为 20 nm 和 12.5 nm, 而利用双波长检测方法检测所求得的 piston 误差为 1.28 μm 和 1.612 μm, 双波长共相检测方法精度为 Δx, 因此可判断 Δx 为 20 nm 时出现误检测; 图 5(c) 的 piston 误差为 3.415 μm, 间隔误差 Δx 为 12.5 nm, 而利用双波长检测所求得 piston 误差值为 -2.587 μm 和 3.412 μm, 即已出现周期变化。

通过仿真分析可知: 在 Δx > 16 nm 时, 拼接镜误差才出现了误检测, 而当 Δx < 16 nm 时, 拼接镜误差检测没有出现误检测; 当 piston 误差在超出检测范围 (-L/2, L/2) 之外时, 双波长检测方法出现误检测。

根据双波长检测方法理论和仿真分析可知, 在利用双波长检测子镜间 piston 时, 需根据所要求检测的 piston 误差量程与精度要求, 选择特定的波长组合, 根据精度要求与所需时间考虑选取合理的模板间隔。以达到检测量程与所需时间的平衡。

4 误差分析

4.1 圆孔拼接误差与相机噪声对共相检测精度影响理论分析

在实际检测拼接镜 piston 误差时, 由于圆孔掩模与两拼接子镜中心在对准时会存在一定偏差、两拼接子镜间需预留一定的间隙为刚体位移调整预留空间, 而且探测器噪声会导致探测光强起伏, 从而使计算结果产生偏差。因此, 需分析偏心误差、间隙误差和相机噪声对拼接镜共相检测精度的影响。图 6 为误差示意图, 图 6(a) 为间隙误差示意图, 图 6(b) 为偏心误差示意图。

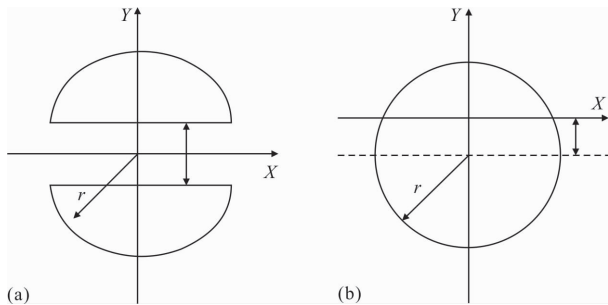


图 6 误差示意图

Fig.6 Error schematic diagram

从图 6 可知, 圆孔半径为 r , 当圆孔衍射存在 Y 方向 $0.2r$ 偏心误差时, 此时孔径平面复振幅函数为:

$$f(x, y) = \begin{cases} 1, x^2 + y^2 \leq r^2, y \geq 0.2r \\ e^{2k\delta}, x^2 + y^2 \leq r^2, y \leq 0.2r \\ 0, x^2 + y^2 > r^2 \end{cases} \quad (13)$$

则像平面的复振幅函数 $U(x, y)$ 为孔径平面复振幅函数 $f(x, y)$ 的傅里叶变换:

$$U(x, y) = \frac{1}{j\lambda f} \exp(jkf) \cdot \exp\left[j\frac{k}{2f}(x^2 + y^2)\right] \cdot \mathcal{R}f(x, y) \quad (14)$$

其中:

$$\begin{aligned} \mathcal{R}f(x, y) = & \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp(-j2k[(f_x x + f_y y)]) dx dy = \\ & \iint_{\substack{x^2 + y^2 \leq r^2 \\ y \geq 0.2r}} \exp[-j2k[(f_x x + f_y y)]] dx dy + \\ & \iint_{\substack{x^2 + y^2 \leq r^2 \\ y < 0.2r}} \exp[-j2k[(f_x x + f_y y) + j2k\delta]] dx dy \end{aligned}$$

而:

$$\begin{aligned} & \iint_{\substack{x^2 + y^2 \leq r^2 \\ y \geq 0.2r}} \exp[-j2k[(f_x x + f_y y)]] dx dy = \\ & \frac{1}{j2kf_y} \int_{-\frac{\sqrt{96}}{10}r}^{\frac{\sqrt{96}}{10}r} [\exp(-j2kf_x x) \exp(-j2kf_y r/10) - \\ & \exp(-j2kf_y \sqrt{r^2 - x^2})] dx \end{aligned}$$

同理可得:

$$\begin{aligned} & \iint_{\substack{x^2 + y^2 \leq r^2 \\ y < 0.2r}} \exp[-j2k[(f_x x + f_y y) + j2k\delta]] dx dy = \frac{e^{2k\delta}}{j2kf_x} \cdot \\ & \int_{-r}^{0.2r} [\exp(-j2kf_x y) (\exp(j2kf_x \sqrt{r^2 - y^2}) - \\ & \exp(-j2kf_x \sqrt{r^2 - y^2}))] dy \end{aligned}$$

式中: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$; $f_x = \frac{x}{\lambda f}$; $f_y = \frac{y}{\lambda f}$; f 为焦距; (x, y) 为圆孔的平面坐标。

光强 $I(x, y)$ 为像平面的复振幅函数 $U(x, y)$ 的平方: $I(x, y) = U^2(x, y) = \frac{1}{\lambda^2 f^2} (\mathcal{R}f(x, y))^2$

当两半圆孔衍射存在 Y 方向 $0.2r$ 间隙误差时, 此时该圆孔下的孔径平面复振幅函数为:

$$f'(x, y) = \begin{cases} 1, x^2 + y^2 \leq r^2, y \geq 0.2r \\ e^{2k\delta}, x^2 + y^2 \leq r^2, y \leq -0.2r \\ 0, x^2 + y^2 > r^2 \end{cases} \quad (15)$$

与偏心误差求解光强函数类似, 根据间隙误差下的孔径平面复振幅函数进行傅里叶变换即可求得像平面的复振幅函数, 对像平面的复振幅函数振幅函数求平方可求得光强函数 $I'(x, y)$:

$$I'(x, y) = U'^2(x, y) = \frac{1}{\lambda^2 f^2} (\mathcal{R}f(x, y))^2 \quad (16)$$

因此, 可利用公式(13)~(16)求解不同偏心和间隙误差下的光强函数。

在拼接镜共相检测中, CCD 探测器不可避免存在噪声。而噪声会使所探测得到的圆孔衍射图案产生偏差, 从而导致计算的 piston 误差检测结果与无噪声时所计算的 piston 误差检测产生偏差。因此, 需要分析不同噪声情况下对检测精度的影响。

由于需模拟不同噪声大小, 因此需定义信噪比 (SNR)。假设信号光强峰值为 I , 噪声均值为 \bar{I} , 标准差为 σ , 则定义 SNR 为:

$$\text{SNR} = \frac{I - \bar{I}}{\sigma} \quad (17)$$

4.2 圆孔拼接误差与相机噪声对共相检测精度影响仿真分析

现定义 $M1$ 为 Y 方向间隙误差与圆孔半径的比值, 仿真中双波波长选取为 $\lambda_1=0.60 \mu\text{m}$, $\lambda_2=0.632 \mu\text{m}$, 存在的 piston 误差为 $1.610 \mu\text{m}$ 。如图 7 所示, $M1$ 值在不同值下, 双波长检测图与模板图的互相关系数

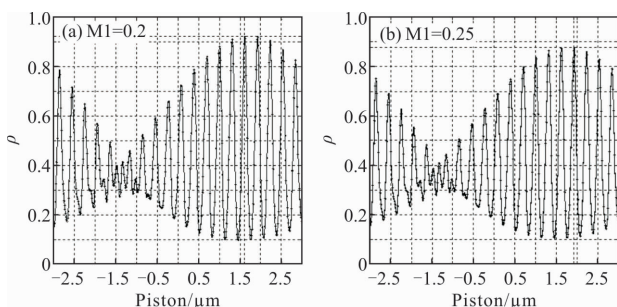


图 7 在不同 $M1$ 值下, 类互相关系数 ρ 随 piston 误差的变化曲线
Fig.7 Resemble cross-correlation ρ as a function of piston errors under the different values of $M1$

值, 图 7(a) $M1$ 为 0.2, 理论 piston 误差为 $1.610 \mu\text{m}$, 图 7(b) $M1$ 为 0.25, 理论 piston 误差为 $1.610 \mu\text{m}$ 。从图中可知, 在 $M1$ 为 0.2 时, 在 piston 误差为 $1.612 \mu\text{m}$ 时对应的互相关系数值最大; 当 $M1$ 为 0.25 时, 类互相关系数 ρ 在 piston 误差为 $1.912 \mu\text{m}$ 时对应的互相关系数值最大; 而实际 piston 误差为 $1.610 \mu\text{m}$, 理论检

测精度为 $0.012 \mu\text{m}$, 可知 $M1=0.25$ 时, 检测已出现偏差。因此, $M1$ 需小于 0.25, 保险起见 $M1$ 需小于 0.2。

现定义 $M2$ 为 Y 方向偏心误差与圆孔半径的比值, 仿真中双波波长选取为 $\lambda_1=0.60 \mu\text{m}$, $\lambda_2=0.632 \mu\text{m}$, 存在的 piston 误差为 $1.610 \mu\text{m}$, 如图 8 所示, 图 8(a) $M2$ 为 0.3 时, 理论 piston 误差为 $1.610 \mu\text{m}$, 图 8(b) $M2$ 为 0.4 时, 理论 piston 误差为 $1.610 \mu\text{m}$ 。从图中可知, 在 $M2$ 为 0.3 时, 在 piston 误差为 $1.60 \mu\text{m}$ 时对应的互相关系数值最大; 当 $M2$ 为 0.4 时, 类互相关系数 ρ 在 piston 误差为 $1.280 \mu\text{m}$ 时对应的互相关系数值最大; 而实际 piston 误差为 $1.610 \mu\text{m}$, 检测精度为 $0.012 \mu\text{m}$, 可知 $M2=0.4$ 时, 检测已出现偏差。因此, $M2$ 需小于 0.4, 保险起见 $M2$ 需小于 0.3。

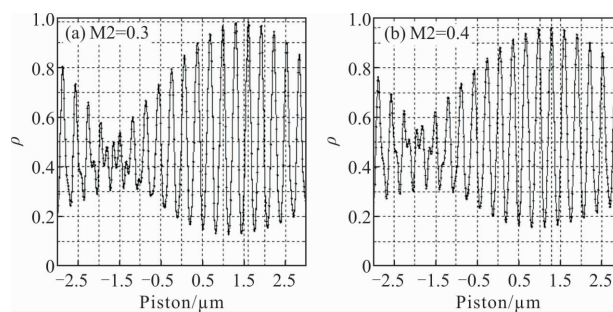


图 8 在不同 $M2$ 值下, 类互相关系数 ρ 随 piston 误差的变化曲线
Fig.8 Resemble cross-correlation ρ as a function of piston errors under the different values of $M2$

仿真中所选取的双波长为 $\lambda_1=0.60 \mu\text{m}$, $\lambda_2=0.632 \mu\text{m}$ 。如图 9 所示, 图 9(a) SNR 为 5 时, 类互相关系数 ρ 在 piston 误差为 $1.612 \mu\text{m}$ 处取最大值, 且为 0.480; 图 9(b) SNR 为 4 时, 互相关系数在 piston 误差为 $1.612 \mu\text{m}$ 和 $1.912 \mu\text{m}$ 处取最大值, 且为 0.205。因此, SNR 需大于 4, 保险起见 SNR 需大于 5。

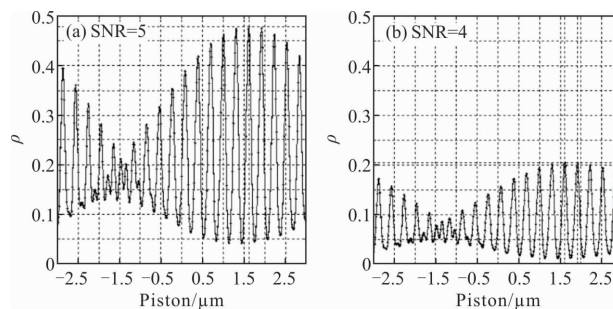


图 9 在不同 SNR 值下, 类互相关系数 ρ 随 piston 误差的变化曲线
Fig.9 Resemble cross-correlation ρ as a function of piston errors under the different values of SNR

4.3 同时存在多种误差对共相检测精度影响仿真分析

仿真中所选取的双波长为 $\lambda_1=0.60\ \mu\text{m}$, $\lambda_2=0.632\ \mu\text{m}$ 。如图 10 所示,图 10(a)SNR=30, $M1=0.2$, $M2=0.1$ 时,类互相关系数 ρ 在 piston 误差为 $1.612\ \mu\text{m}$ 处取最大值,且为 0.844;图 10(b)SNR=30, $M1=0.2$, $M2=0.2$ 时,互相关系数在 piston 误差为 $1.612\ \mu\text{m}$ 和 $1.925\ \mu\text{m}$ 处取最大值,且为 0.844。因此,在 SNR=30, $M1=0.2$ 时, $M2$ 需小于 0.2。

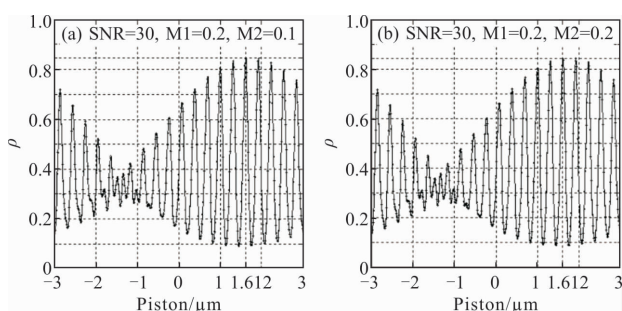


图 10 在不同 $M2$ 值且 SNR=30 下,类互相关系数 ρ 随 piston 误差的变化曲线

Fig.10 Resemble cross-correlation ρ as a function of piston errors under the different values of $M2$ and SNR=30

5 结论

文中基于圆孔衍射的原理,在双波长共相检测子镜间 piston 误差中,提出利用一种新型算法即类互相关算法来计算子镜间 piston 误差,并理论分析了波长值的选取与模板间隔之间的数学关系,并利用仿真验证该关系的正确性。针对两半圆孔间存在偏心误差、间隙误差和相机噪声等误差,理论和仿真分析了偏心误差、间隙误差和相机噪声对双波长检测的影响,得到了要使双波长检测方法不出错,间隙误差系数 $M1$ 需小于 0.2、偏心误差系数 $M2$ 需小于 0.2、相机噪声 SNR 需大于 30。文中分析为以后双波长共相检测方法在工程实验中的应用提供了参考。

参考文献:

- [1] Chanan G, Troy M. Strehl ratio and modulation transfer function for segmented mirror telescope as function of segment phase error[J]. *Applied Optics*, 1999, 38(31): 6642-6647.
- [2] Esposito S, Pinna E, Puglisi A, et al. Pyramid sensor for segmented mirror alignment[J]. *Optics Letters*, 2003, 30(19): 2572-2574.
- [3] Orlov V G, Cuevas S, Garfias F, et al. Co-phasing of segmented mirror telescopes with curvature sensing [C]// Proceedings of SPIE, 2000, 4004: 540-550.
- [4] Luo Qun, Huang Linhai, Gu Naiting, et al. A modified phase diversity wavefront sensor with a diffraction grating [J]. *Acta Phys Sin*, 2012, 61(6): 529-536.
- [5] Li Bin, Wu Jian, Liu Yande, et al. Co-phasing experiment of active optics for segmented mirror [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2018, 47(2): 0212003. (in Chinese)
- [6] Li Yang, Wang Shengqian, Rao Changhui. Dispersed fringe accumulation based left subtract right method for fine co-phasing of a dispersed fringe sensor [J]. *Applied Optics*, 2017, 56(15): 4267-4273.
- [7] Löfdahl M G, Eriksson H. Resolving piston ambiguities when phasing a segmented mirror [C]//SPIE, 2000, 4013: 774-782.
- [8] Li Bin, Yu Wenhao, Chen Mo, et al. Co-phasing experiment of segmented mirror using a combined broadband and two-wavelength algorithm [J]. *Applied Optics*, 2017, 56 (32): 8871-8879.
- [9] Li Bin, Yu Wenhao, Tang Jinglong, et al. Theory and experiment of phasing detection by use of two wavelengths [J]. *Applied Optics*, 2017, 56(1): 1-7.
- [10] Li Bin, Yu Wenhao, Chen Mo, et al. Co-focus experiment of segmented mirror [J]. *Chinese Physics B*, 2017, 18(6): 124-130.