

斜模超分辨率成像最佳角度

张爱武^{1,2}, 张希珍^{1,2}, 赵江华^{1,2}

- (1. 首都师范大学 三维信息获取与应用教育部重点实验室, 北京 100048;
2. 空间信息技术教育部工程研究中心, 北京 100048)

摘要: 斜模成像是一种从采样模式上提高影像空间分辨率的方法, 斜模成像角度的大小与成像质量密切相关。着重分析了斜模超分辨率成像角度与斜模影像的有效分辨率、混叠、模糊以及噪声的关系, 并确定斜模超分辨率最佳成像角度。首先, 模拟分析了成像角度为 1° ~ 90° 的混叠指数、视场幅宽以及有效分辨率, 并提出了用交叉复原方法对影像的分辨率、混叠、模糊以及噪声进行定量评估; 然后, 利用调制传递函数(MTF)结合倒易晶胞的方法对斜模影像复原, 最终确定了最佳成像角度为 72° ; 最后, 用实际实验验证分析结果表明, 当斜模成像角度为 72° 时影像的分辨率提升约 1.41 倍。

关键词: 斜模式采样; 最佳成像角度; 倒易晶胞; 调制传递函数; 混叠指数

中图分类号: TP751.1 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201948.0826001

Optimal angle in tilting mode super resolution imaging

Zhang Aiwu^{1,2}, Zhang Xizhen^{1,2}, Zhao Jianghua^{1,2}

- (1. Key Laboratory of 3D Information Acquisition and Application, Ministry of Education, Capital Normal University, Beijing 100048, China;
2. Engineering Research Center of Spatial Information Technology, Ministry of Education, Beijing 100048, China)

Abstract: Tilting mode imaging is a method to improve the spatial resolution of images from the sampling mode, and the imaging angle of tilting mode is closely related to the image quality. This paper was focused on the analysis of the relationship between the angle of the tilting mode and the effective resolution, aliasing, blur, and noise of the tilting mode image, and determined the best imaging angle of the tilting mode superresolution imaging. Firstly, the aliasing index, field width and effective resolution of imaging angle 1° – 90° were simulated and analyzed, and the resolution, aliasing, blur, and noise of the image were evaluated quantitatively by the cross-restoration method. Then, the modulation transfer function (MTF) was used to restore the tilting mode image by combining the method of the reciprocal cell, and the optimum imaging angle was finally determined to be 72° . Finally, the results of the analysis were verified by practical experiments, which show that the resolution of the image is increased by about 1.41 times when the angle of tilting mode imaging is 72° .

Key words: tilting sampling; optimal imaging angle; reciprocal cell; modulation transfer function(MTF); aliasing index

收稿日期: 2019-03-05; 修订日期: 2019-04-03

基金项目: 国家重点研发计划(2016YFB0502500); 国家自然科学基金(41571369); 北京市自然科学基金(4162034); 青海省科技计划(2016-NK-138)

作者简介: 张爱武(1972-), 女, 教授, 博士, 主要从事空间信息获取与处理、计算机视觉与模式识别、图像处理等方面的研究。

Email: zhangaw98@163.com

0 引言

近年来,国内外对高分辨率遥感影像的需求越来越大,如何获取高质量的高分辨率影像是当前的研究热点之一。参考文献[1]中将获取高分辨率影像的方法分为:硬件、软件以及软硬件结合等三种方法;硬件的方法主要为:增大焦距、减小探元等,工艺复杂,成本大;软件的方法对影像分辨率的提升是有限的;软硬件相结合则通过改变采样模式以及后期图像处理提升影像分辨率^[2]。参考文献[3]介绍了软硬件相结合的方法中的超模式采样和高模式采样,这两种方法对成像装备加工工艺要求高。参考文献[4]中提出了只用单线阵的斜模式采样,在采样过程中使线阵成一定的角度,通过控制角度、推扫速度以及采样帧率,提高采样密度,并结合图像复原方法来提升影像分辨率,装备结构简单、成本低^[5]。

然而,斜模成像角度与影像的有效分辨率、混叠、模糊和噪声密切相关,角度成为斜模超分辨率成像的关键。参考文献[5]中将 CCD 线阵倾斜 45° 采样,使采样间距减半,获取影像通过复原处理后,空间分辨率提高 1.64 倍左右。参考文献[6]提出了成像角度为 27° 的斜模式采样,并综合考虑纠正处理后的锯齿、混叠等问题,将有效分辨率提升了约 2.26 倍。目前大多学者对于斜模式成像角度的研究停留在一些特定角上,没有综合考虑混叠、噪声以及模糊等因素在复原过程中的影响,在实际影像中的混叠、噪声以及模糊等因素不仅影响影像质量,而且给后期的复原工作带来了困难。参考文献[7]中将倒易晶胞理论应用到了斜模影像复原中,有效抑制影像中的混叠噪声。参考文献[8]在此基础上,对斜模成像系统中采样网格的对偶网格分析,建立了成像系统与混叠之间的关系,确定了最佳倒易晶胞,但没有考虑成像系统调制传递函数(MTF)、模糊和噪声等因素。参考文献[9]考虑了斜模成像系统中 MTF 的各向异性对混叠的影响,综合考虑了噪声和模糊等因素,提出一种基于自适应倒易晶胞和小波域隐马尔科夫模型对影像复原,有效地提升了影像质量,但并没有分析不同成像角度对混叠、模糊以及噪声等的影响。参考文献[10]设计了一个混叠指数,有效地表达了成像角度与斜模影像中混叠的关系,模拟计算了成像角

度与有效分辨率的关系,以及混叠与有效分辨率的关系,但是文章中没有综合这些因素确定选取一个最佳成像角度。因此,文中将综合考虑混叠、模糊、噪声、分辨率以及幅宽等因素,确定斜模超分成像最佳角度。

1 斜模成像角度理论分析基础

1.1 斜模超分成像原理

斜模超分成像系统是应用单个 CCD 成像线阵,并与平台的飞行方向成一定的倾斜角进行采样^[11],如图 1 所示。在采集地物视场一致的情况下,较之常规采样,像元尺寸减小,采样密度增大^[4],从而获得高分辨率的遥感影像。斜模超分成像系统用单个 CCD 成像线阵提高影像空间分辨率^[5]。

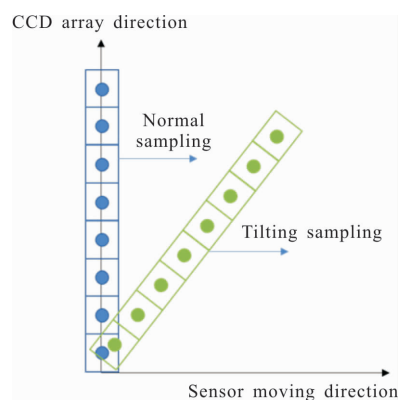


图 1 常规采样与斜模式采样图

Fig.1 Normal sampling and tilting mode sampling

若斜模超分成像系统中采集的图像为 g , 则获取的图像表示为:

$$g = \nabla \Gamma \cdot (\overline{F(H)} * f) + n \quad (1)$$

式中: $\nabla \Gamma$ 为传感器的采样网格; \overline{F} 为傅里叶逆变换; f 为理想状态下获取的原始图像; n 为传感器产生的噪声; H 为斜采样系统的调制传递函数(MTF)。此时,成像平台的视场幅宽 W 可以表示为:

$$W = l * \sin \theta \quad (2)$$

式中: l 表示 CCD 线阵的长度; θ 表示斜模成像角度。综合公式(1)和(2)说明:在斜模采样的过程中,噪声不可忽略;视场幅宽与成像角度成反比;同时 MTF 函数是描述成像系统分辨细节能力的重要函数,不容忽视。

1.2 正方形采样网格

参考文献[7]中提到,在大部分倾斜角度下,斜模成像系统的采样网格为不规则的采样网格,仅在少数特定角下为规则的采样网格,导致在影像几何校正的过程中需进行重采样步骤,造成影像的二次噪声和混叠,而这部分噪声和混叠在复原中是难以处理的。但有一些特定角度在控制推扫速度的前提下,可以使采样网格为矩阵乃至正四边形。

假设成像系统中探元尺寸是 c ,若要取得正方形采样网格,则需垂直方向和水平方向的采样间距相等,即为:

$$c \sin \theta = c \cos \theta \quad (3)$$

求解得 45° 时,为正方形采样网格。但实际采样的过程中可以通过控制推扫速度达到控制水平方向采样间距的目的。参考文献[12]中提出,线阵的推扫速度需满足:

$$v = M \cdot FR \cdot \cos \theta \quad (4)$$

式中: M 为像元所对应地物的尺寸; FR 为相机的采样频率。此时,水平采样间距为 $\frac{c}{N} \cos \theta$ 或 $N \cos \theta$,其中 N 表示为正整数,角度的求解可变为:

$$\begin{cases} c \sin \theta = \frac{c}{N} \cos \theta & 0 < \theta \leq \frac{\pi}{4} \\ c \sin \theta = N \cos \theta & \frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (5)$$

公式(5)可以转换为:

$$\begin{cases} \tan \theta = \frac{1}{N} & 0 < \theta \leq \frac{\pi}{4} \\ \tan \theta = N & \frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (6)$$

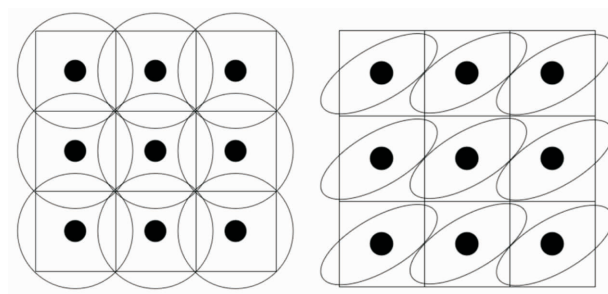
将 N 代入到公式(6)中,解得: $\theta \approx 18^\circ, 27^\circ, 45^\circ, 63^\circ, 72^\circ$ 。即当成像角度为以上角度时,通过控制推扫速度可得到正方形采样网格,避免了几何校正时的重采样步骤。

1.3 斜模成像中的混叠

影像混叠的产生是由于在采样过程中未满足奈奎斯特定理,使得图像相邻频谱间的高频部分和低频部分出现重叠的现象。混叠也如噪声一样,是成像过程中不可避免的。

斜模成像系统中的混叠较之常规采样而言有着本质的区别,如图 2 所示。常规采样中的混叠是相邻频谱间存在的交叠现象,交叠部分的信息难以解译,

无法在图像复原中加以利用^[13];而在斜模式采样中,由于受到成像系统调制传递函数各向异性的影响,混叠仅表现为相邻频谱之间的错位,且频谱交叠的现象较少,错位部分的频谱为采样网格外的高频部分,这部分频谱包含了大量的地物信息,如果在图像处理过程中加以利用,可以使复原后的影像在细节、质量等方面有很大的提升。



(a) 传统采样的混叠分布图 (b) 斜模式采样的混叠分布图
(a) Aliasing distribution map of traditional sampling (b) Aliasing distribution pattern in tilting mode sampling

图 2 传统采样和斜模式采样图像的混叠分布

Fig.2 Aliasing distribution of images in traditional sampling and tilting mode sampling

1.4 斜模成像中混叠的定量评估

文中引入参考文献 [7] 中提出的倒易晶胞理论和参考文献[10]中的混叠指数(AI),通过倒易晶胞可以有效地抑制混叠,而混叠指数能够直观地反应角度与混叠之间的关系。

1.4.1 倒易晶胞

参考文献[7]提出了倒易晶胞的理论,将影像转换至傅里叶域后,其频谱 \hat{g} 可表示为:

$$\hat{g} = G + G_{\text{alias}} + \hat{n} \quad (7)$$

式中: G 为原始影像的频谱; G_{alias} 为混叠的频谱; \hat{n} 为噪声的频谱。

在频域中,由于高频、低频都有其特定的分布区域,所以在影像不同位置的混叠程度是不一致的,参考文献[7]用权重函数来表示噪声与混叠,其权重函数为:

$$\omega(G, G_{\text{alias}}, \hat{n}) = \omega\left(1, \frac{G_{\text{alias}}}{G}, \frac{\hat{n}}{G}\right) = W\left(\frac{G_{\text{alias}}}{G}, \frac{\hat{n}}{G}\right) = W(a, b) \quad \text{且 } W(a, b) \in [0, 1] \quad (8)$$

式中: a, b 为相对混叠和相对噪声,可表示为^[10]:

$$a^2(\xi) = \frac{|HF|_{\text{alias}}^2(\xi)}{|HF|^2(\xi)} \quad (9)$$

$$b^2(\xi) = \frac{|N|^2(\xi)}{|HF|^2(\xi)} \quad (10)$$

式中： ξ 为倒易晶胞的频谱； F 为理想状态下获取影像的频谱，通常， F 用 $|\xi|^{-1}$ 代替。

当 $W(a, b) = 1$ 时，说明混叠和噪声趋近于无，对影像产生的影响较小；当 $W(a, b) = 0$ 时，此时的混叠和噪声很大，已经对影像的质量产生了巨大的影响。通过设定相对混叠项和相对噪声的阈值 θ_{alias} 和 θ_{noise} ，可得到倒易晶胞的形状：

$$S_{R\text{-ORC}} = \{ \xi : a(\xi) < \theta_{\text{alias}} \text{ and } b(\xi) < \theta_{\text{noise}} \} \quad (11)$$

式中： $S_{R\text{-ORC}}$ 为倒易晶胞的区域。从理论上而言，在不考虑傅里叶系统的情况下， θ_{alias} 和 θ_{noise} 的值应设为 1，但根据先验知识，通常设置 $\theta_{\text{alias}} = 0.2$ ， $\theta_{\text{noise}} = 5$ ^[7]，此时得到倒易晶胞算子：

$$H_{\text{ORC}} = \{ \xi : a(\xi) < 0.2 \text{ and } b(\xi) < 5 \} \quad (12)$$

所以，在频率域中的去混叠过程可以表示为：

$$\hat{g}_{\text{de-aliasing}} = \hat{g} * H_{\text{ORC}} \quad (13)$$

式中： $\hat{g}_{\text{de-aliasing}}$ 是去混叠后的图像频谱。

参考文献[12]中对采样网格 Γ 的有效分辨率 r_{eff} 为：

$$r_{\text{eff}}(\Gamma, D^*, H, n, f) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{D^*} \omega(G(\xi), G_{\text{alias}}(\xi), \hat{n}(\xi)) d\xi \quad (14)$$

式中： D^* 是频谱支撑域。参考文献[12]中对空间有效分辨率 R_{eff} 定义为：

$$R_{\text{eff}} = r_{\text{eff}}^{\frac{1}{2}} \quad (15)$$

从公式(15)中可知， R_{eff} 的值越大，分辨率越低。从公式(14)看出，混叠和噪声均影响影像的空间有效分辨率。

1.4.2 混叠指数

混叠指数是指影像中混叠区域的面积与影像的整体面积所得的比值^[10]。影像中的非混叠区域即为满足相对混叠阈值的部分，表示为：

$$A_{\text{unalias}} = \{ \xi : a(\xi) < \theta_{\text{alias}} \} \quad (16)$$

所以，混叠指数可以定义为：

$$AI = 1 - \frac{A_{\text{unalias}}}{A_{\text{HF}}} \quad (17)$$

式中： A_{HF} 为理想状态下获取影像的频域面积。由上

式可知， AI 的值仅仅与相对混叠有关，且与混叠程度成正比关系。

1.5 斜模成像系统调制传递函数

调制传递函数(MTF)是遥感光学成像系统的重要综合评价指标^[14]。MTF 越低，所获得的影像边缘细节等越模糊。文中用 MTF 定量评价不同成像角度下斜模成像质量，并用 MTF 对影像中的模糊复原。

根据奈奎斯特定理，探元能够分辨的最高空间分辨率等于空间采样频率的一半，即奈奎斯特频率。图像处理中通常采用奈奎斯特频率处的 MTF 值来评价光学成像系统的成像质量，但通过 MTF 函数计算所得是一条曲线，仅用奈奎斯特频率处的 MTF 值来衡量成像质量不全面不完整，所以用调制传递函数面积(MTFA)更能全面衡量成像质量^[15]。

$$\text{MTFA} = \int_{f_1}^{f_2} [\text{MTF}(f) - \text{CTF}_{\text{eye}}(f)] df \quad (18)$$

式中： (f_1, f_2) 为选取的空间频率范围； CTF_{eye} 为人眼能分辨的最低对比度函数，通常可以取常数 0.05^[16]。所以公式(18)可以写为：

$$\text{MTFA} = \int_{f_1}^{f_2} [\text{MTF}(f) - 0.5] df \quad (19)$$

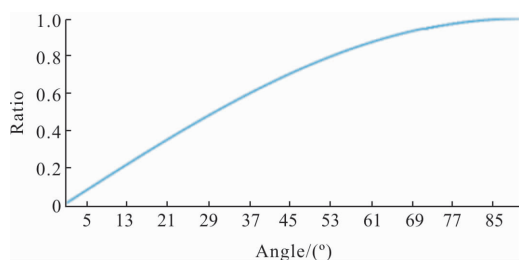
2 斜模成像最佳角度分析

文中在确定最佳角度时考虑：确保成像系统的采样网格是正四边形的前提下，综合混叠指数、有效分辨率以及幅宽等因素。即在 $\theta \approx 18^\circ, 27^\circ, 45^\circ, 63^\circ, 72^\circ$ 等角度中选择出最佳角度。

2.1 模拟分析

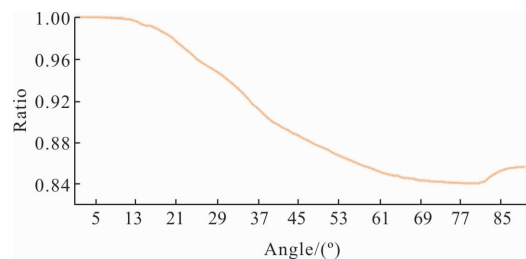
根据上述理论和相关公式，从 $1^\circ \sim 90^\circ$ 每隔 1° 计算相应的视场幅宽、混叠指数和空间有效分辨率，得到的变化曲线如图 3 所示。从理论上讲，在常规采样时，即成像角度为 90° 时，其幅宽最大，其视场幅宽比率为 1；当成像角度为 0° 时，其混叠为无限大，即混叠指数为 1。

从图 3(a)中可以看出视场幅宽随着角度的增大而增大，而由图 3(b)可知混叠指数随着角度的增大而减少，在 $70^\circ \sim 83^\circ$ 之间达到了最小，并随后保持缓慢的上升，由图 3(c)可知空间有效分辨率随着角度的增大而减小；综合图 3 说明角度越小，其空间有效分辨率越大，混叠越大，但幅宽却越来越小，即从理论而言，提升空间有效分辨率的同时，幅宽越小。



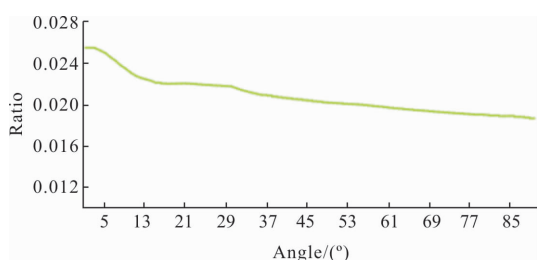
(a) 视场幅宽曲线图

(a) Curve of field width



(b) 混叠指数曲线图

(b) Curve of aliasing index



(c) 空间有效分辨率曲线图

(c) Curve of spatial effective resolution

图 3 变化曲线图

Fig.3 Variation diagram

2.2 实验验证

为了对上述模拟数据进行验证,并考虑实际影像中混叠、模糊以及噪声的影响,项目组设计了一组实验,在相同的采样距离和采样的推扫速度下,采集了成像角度从 30°~90°,以 10°为间隔的一组分辨率板的斜模影像数据。

首先应用这组数据对模拟的曲线图进行验证,其中幅宽与硬件相关,不受实验影响;计算所得混叠指数如表 1 所示,与图 3(a)对比发现,实际计算混叠指数的变化规律与模拟计算的趋势基本一致。

为评估不同角度下的成像质量,采用成像角度为 90°的影像所求解的 MTF 曲线复原各个角度下的影像,并计算对应的 MTF 的截止频率和 MTFA 值,

如表 2~3 所示。

表 1 混叠指数与角度变化关系表

Tab.1 Relationship between aliasing index and angle variation

Angle / (°)	30	40	50	60	70	80	90
AI	0.944 1	0.899 5	0.874 7	0.854	0.843 1	0.840 7	0.855 7

表 2 各角度原始图像的截止频率值和 MTFA 值

Tab.2 Cut-off frequency and MTFA value of the original image from different angles

Value / (°)	90	80	70	60	50	40	30
Cut-off frequency	0.162	0.179	0.173	0.156	0.131	0.104	0.099
MTFA	2.761	2.609 4	2.375 9	2.096	1.836 3	1.570 2	1.378 7

表 3 90° MTF 复原各角度图像后的截止频率值和

MTFA 值

Tab.3 Cut-off frequency and MTFA value of restored image using 90° MTF

Restoration value / (°)	90	80	70	60	50	40	30
Cut-off frequency	0.175 4	0.262 8	0.203 2	0.192 9	0.166 3	0.104 4	0.102 4
MTFA	3.776 4	4.526 6	3.768 4	2.521 3	2.242 9	1.923 1	1.891 5

从表 2 中发现,截止频率在 60°~90°的值明显大于其他角度,这与图 3(c)中理论上的空间有效分辨率相悖;从图 3(b)中可以看出在 60°以下,随着角度减小,混叠越来越大,对影像质量的影响越来越大,所以结合表 2 和图 3(b)说明,为了避免混叠给影像带来过大的影响,不选取过小的角度;综合说明,随着倾斜角度的减小,MTFA 值也在逐渐降低,即混叠、模糊和噪声对影像的质量影响越大。即说明在 60°~90°区间,混叠、模糊和噪声对影像质量相对较小。

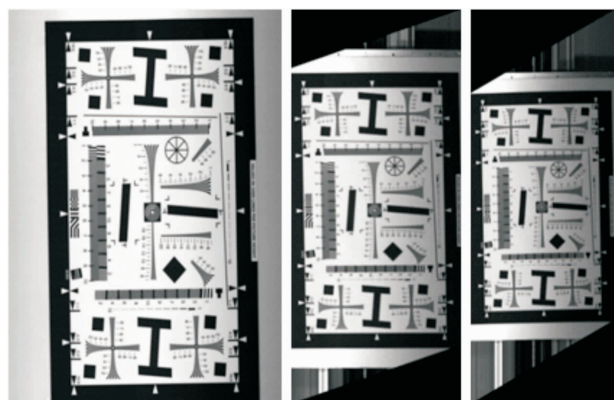
通过表 3,发现在 60°~80°间截止频率的值以及 MTFA 的值明显大于其他值,即说明此区间内影像稍微影像复原效果更好;对比表 2 中初始截止频率可知,60°~80°间获取的影像质量要比 90°的好。

综上所述,最佳角度的选择应在 60°~80°区间

内,综合正四边形采样网格,选取 63°或 72°作为最佳成像角度。

2.3 实验数据处理

为了在 63°和 72°中验证最佳角度,项目组在控制线阵推扫速度保持正方形采样的前提下,采集了 63°、72°和 90°的靶标数据(以 90°作为参照的基准)并校正,如图 4 所示。文中通过刃边法测定 63°、72°和 90°的 MTF 曲线,得到各个图像的 MTFA 和截止频率。根据求得的 MTF 曲线,应用结合 MTF 和倒易晶胞的方法对图像去模糊去混叠,将三个角度的图像截取相同位置进行处理,得到的复原图像如图 5 所示。



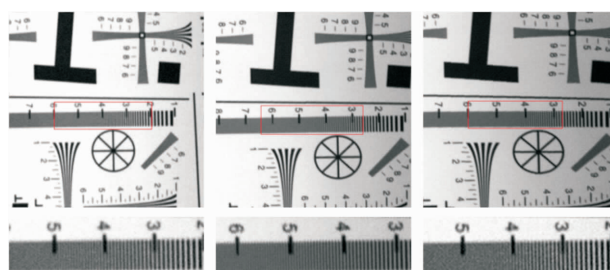
(a) 采集的 90°图像 (b) 采集的 72°图像 (c) 采集的 63°图像
(a) Captured 90° image (b) Captured 72° image (c) Captured 63° image

图 4 数据采集图

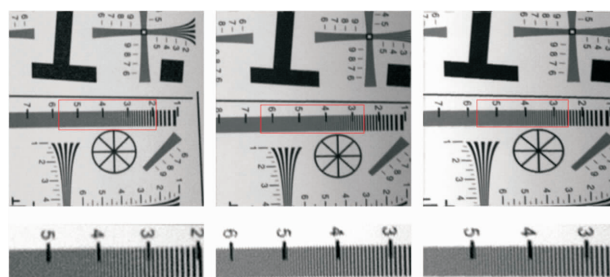
Fig.4 Data acquisition diagram

从图 5 中各影像测定的 MTF 曲线,可以得到表 4~5 数值。从图像的目视效果和复原后各个指标的结果中发现,随着倾斜角度的变小,图像变得暗淡,这是因为倾斜的影响,导致传感器的进光量减少,使图像的 MTFA 也随之变小;且通过文中的 MTF 和倒易晶胞结合的影像复原,发现 MTFA 的值以及图像的目视效果得到提高。通过对比表 5 与表 4 发现,依据三个角度的处理前后混叠指数的变化和 MTFA 值的变化,很好地验证了前述理论的正确性,而且可以看出虽然 72°和 63°的分辨率都有所提高,但是由于 63°进光量的减少以及混叠的增加,影响了图像的质量降低了细节的分辨力。所以综合各方面的因素,在正方形采样的前提下,72°为最佳倾斜角度,且与 90°结果图像的对比上,复原后 72°、90°影

像的截止频率分别为 0.266、0.189,表明分辨率提高了约 1.41 倍。



(a) 原始的 90°图像 (b) 原始的 72°图像 (c) 原始的 63°图像
(a) Original 90° image (b) Original 72° image (c) Original 63° image



(d) 90°复原后的图像 (e) 72°复原后的图像 (f) 63°复原后的图像
(d) 90° image after restoration (e) 72° image after recovery (f) 63° image after recovery

图 5 复原图

Fig.5 Recovery diagram

表 4 复原前各项指标

Tab.4 Evaluation index measured from the original image

Imaging angle/(°)	AI	MTFA/pixel	Cut-off frequency
90	0.873	1.259	0.172
72	0.864	1.291	0.207
63	0.887	1.223	0.166

表 5 复原后各项指标

Tab.5 Evaluation index measured from the restored image

Imaging angle/(°)	AI	MTFA/pixel	Cut-off frequency
90	0.803	1.301	0.189
72	0.795	1.400	0.266
63	0.808	1.260	0.214

3 结 论

文中通过现有的方法对斜模采样的成像角度进行分析,并利用 MTF 结合倒易晶胞的方法对斜模影像进行复原。在综合考虑影像中的混叠、模糊、噪声、分辨率以及幅宽等因素后,最终确定了最佳成像角度为 72° ,并通过实验表明,MTF 结合倒易晶胞的方法可以有效地抑制影像中的混叠、模糊以及噪声,复原后影像的分辨率得到很大的提升。在成像角度为 72° 时,幅宽为常规采样的 0.95,对该图像复原后,其分辨率为常规采样的 1.41 倍。

笔者希望在今后的工作中,以成像角度为 72° 采集影像,结合新的方法处理影像中的混叠,对影像中的模糊和噪声进行定量的评价,并试图考虑 MTF 去模糊、噪声以及倒易晶胞去混叠在复原工作中所占权重等问题,使得后期的复原达到更好的效果,能够获取更高分辨率的影像。

参考文献:

- [1] Gao Luyun. Research on remote sensing image restoration based on reciprocal cell [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2009. (in Chinese)
- [2] Zheng Yuhui. Spatial adaptive filtering method and the application in tilting remote sensing image restoration [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2009. (in Chinese)
- [3] Jiang Bin. Study on irregular sampling and image restoration [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2006. (in Chinese)
- [4] Zhou Feng, Wang Huaiyi, Ma Wenpo, et al. Study on supermode & tilting mode sampling technology for EO [J]. *Spacecraft Recovery and Remote Sensing*, 2005, 26(3): 43–46. (in Chinese)
- [5] Zhou Feng, Wang Huaiyi, Ma Wenpo, et al. A study on a new method for improving image spatial resolution of sampled optical imager with single array [J]. *Journal of Astronautics*, 2006, 27(3): 227–232. (in Chinese)
- [6] Wang J, Zhang A, Meng X, et al. Restoration of remote sensing image with tilting sampling within angle of 27° [J]. *Bulletin of Surveying and Mapping*, 2014(4): 44–47. (in Chinese)
- [7] Almansa A, Durand S, Rougé B. Measuring and improving image resolution by adaptation of the reciprocal cell [J]. *Journal of Mathematical Imaging & Vision*, 2004, 21(3): 235–279.
- [8] Wang J, Li-Yan X U, Xia D S. The aliasing analysis and resolution calculation of tilting sampling system [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2012, 40(5): 1067–1072. (in Chinese)
- [9] Zhang Aiwu, Zhao Jianghua, Zhao Ningning, et al. Hyperspectral image denoising and antialiasing based on tensor space and reciprocal cell [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2018, 47(10): 1026002. (in Chinese)
- [10] Wang J M, Zhang A W, Zhao N N, et al. Influence of tilting angle on tilting sampling aliasing and relationship between aliasing and resolution [J]. *Journal of Jilin University*, 2015, 45(3): 953–960. (in Chinese)
- [11] He Y, Zhang J, Wang S, et al. Sparse representation based satellite image restoration using adaptive reciprocal cell [J]. *International Journal of Multimedia & Ubiquitous Engineering*, 2014, 9(10): 341–348.
- [12] Wang Jingmeng. Aliasing analysis and image restoration of tilting mode sampling system [D]. Beijing: Capital Normal University, 2014. (in Chinese)
- [13] Ye Z, Ran W. Image aliasing-removing based on imaging-mechanism analysis [J]. *Systems Engineering & Electronics*, 2015, 37(3): 679–687. (in Chinese)
- [14] Zhou C. The summary of MTF restoration on remote sensing image [J]. *Spacecraft Recovery & Remote Sensing*, 2009, 30(1): 27–32. (in Chinese)
- [15] Shaked D, Ulichney R, Allebach J P. Measuring the modulation transfer function of image capture devices: what do the numbers really mean [C]//SPIE, 2012, 8293: 829307.
- [16] Li Yapeng, He Bin. Quantitative evaluation of image quality of CCD subpixel imaging using MTF [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(2): 443–448. (in Chinese)