

红外成像制导导弹分布式协同制导律研究

高 晔^{1,2}, 周 军¹, 郭建国¹, 冀 华²

(1. 西北工业大学 精确制导控制研究所, 陕西 西安 710072;

2. 复杂系统控制与智能协同技术重点实验室, 北京 100074)

摘 要: 针对红外成像制导导弹协同攻击问题, 基于网络同步原理, 考虑导引头视场角、攻击时间协同及攻击角度协同约束条件, 提出了一种面向协同探测的分布式协同制导律。建立了包含弹目距离、视线角等在内的弹目相对运动方程, 并通过坐标转换将攻击时间及攻击角度协同问题转化为弹目距离及弹目视线角的一致性收敛问题。在一致性问题求解过程中, 应用分布式一致性策略计算满足导引头视场角约束的纯比例导引的修正量及切向加速度, 从而实现了红外成像制导导弹满足导引头视场角约束的攻击时间协同和攻击角度协同, 并给出了制导律成立的充分条件与参数的规范化设计方法。设计的分布式制导律具有满足视场角约束、无中心节点、适应非定常导弹速度、通讯代价小的优点, 可以有效适用于红外成像制导导弹进行分布式协同制导。

关键词: 红外成像制导导弹; 网络同步原理; 分布式协同制导律

中图分类号: O484.4; TJ765.3; TB553 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201948.0904007

Study on distributed cooperative guidance law for infrared imaging guided missiles

Gao Ye^{1,2,*}, Zhou Jun¹, Guo Jianguo¹, Ji Hua²

(1. Institute of Precision Guidance and Control, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China; 2. Science and Technology on Complex System Control and Intelligent Agent Cooperation Laboratory, Beijing 100074, China)

Abstract: Aiming at the problem of infrared guided imaging missiles cooperative attack, a novel collaborative detection oriented distributed cooperative guidance law considering the restrict of FOV, consensus of impact time and impact angle was proposed based on the network synchronization principle. Firstly, motion equations including relative distance and FOV were established. With the help of coordinate transformation, the consensus problem of impact time and impact angle was converted into the consensus problem of relative distance and FOV. Secondly, the modified component of pure proportional guidance and tangential acceleration based on the distributed synchronization strategy were derived considering restrict of FOV. Finally, sufficient condition to achieve simultaneous attack was proposed, and the parameter design method was given. The proposed guidance law does not rely on the central node and adapts the non-constant velocity. Besides, it has the advantage of considering restrict of FOV

收稿日期: 2019-05-08; 修订日期: 2019-06-15

基金项目: 国防基础科研项目(A0420132102); 航天创新基金(N14XW0001)

作者简介: 高晔(1983-), 男, 高级工程师, 博士生, 主要从事协同制导、协同控制、非线性控制方面的研究。Email: leafhit@sina.com

导师简介: 周军(1966-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事航天控制与仿真、现代控制理论及应用、导弹精确制导与控制等方面的研究。

Email: zhoujun@nwpu.edu.cn

and low communication cost. The proposed guidance law is suited for distributed cooperative guidance for infrared imaging guided missiles.

Key words: infrared imaging guided missile; network synchronization principle; distributed cooperative guidance law

0 引言

红外成像制导导弹采用被动探测,具有隐蔽性强、制导精度高、效费比高的优点,但随着针对红外制导导弹的防御体系的不断完善和发展,单枚红外制导导弹的突防能力和打击能力受到严峻挑战,采用多枚红外制导导弹协同成为未来复杂战场环境下作战的主要作战模式,可以有效提升抗干扰能力及饱和攻击能力。多枚红外制导导弹对目标协同打击的过程中涉及到协同探测、协同导引等多个环节,各环节相互间紧密耦合,如协同探测为协同导引提供目标指示,协同导引为协同探测提供弹群间及弹群与目标的期望相对位置关系,而协同探测定位精度受平台与目标的相对几何分布直接影响^[1]。

目前,国内外在多弹协同制导方面的研究大部分集中在多弹仅具备时间协同能力上,针对红外制导导弹协同制导的研究非常有限。红外制导导弹在协同制导过程中主要存在以下两方面问题:(1) 导弹的攻击角度协同能力影响协同探测精度;(2) 红外导引头的视场角存在约束,协同制导过程中应避免目标出视场。参考文献[2-3]研究了基于非线性制导模型的攻击时间控制制导律 (Impact-Time-Control-Guidance, ITCG),可以通过预先指定时间,实现对静止目标的协同攻击。参考文献[4]基于最优控制理论,结合攻击阵位给出了攻击时间与攻击角度可行域的分析方法,并且分析了导弹可用过载对可行域的影响。参考文献[2-4]中的导引方法尽管可以实现对攻击时间的控制,但需要事前人为指定攻击时间,本质上属于开环控制,无法实现多弹系统的自主协同攻击。参考文献[5-6]基于反馈线性化的设计方法,分别研究了多弹系统打击单一目标以及多个目标的协同制导问题。参考文献[7]基于双向通信假设,研究了多导弹协同打击固定目标的问题。参考文献[8-9]给出了三维空间下的多弹协同制导律设计方法。参考文献[10]分析了有限时间一致下的协同

制导问题。参考文献[11]结合多弹系统避障问题给出了协同制导律的设计与分析。参考文献[12-13]提出了“两步式”制导方法,分别研究了二维和三维空间下的多导弹协同制导问题。参考文献[14]研究了非持续连通拓扑下的多导弹协同攻击问题。参考文献[15]研究了多导弹协同拦截高速大机动目标的问题。参考文献[5-15]尽管可以实现多弹系统的自主协同攻击,但是在理论推导的过程中假设导弹运动速度为恒定不变。实际工程中,导弹飞行过程中速度一般不会是一个固定的值,速度变化会引起剩余导引时间的估计误差,导致协同制导律失效或者时间控制精度大幅降低。对于变速导弹群组的协同制导问题,参考文献[16-17]在局部通信和传统比例导引基础上,基于分布式网络同步原理设计了分布式协同制导律。参考文献[18]研究了视场角约束下的多导弹有限时间协同制导问题。参考文献[16-18]只能实现攻击时间的协同,但均未考虑攻击角度的协同。根据现有文献分析,对考虑速度非定常,并兼顾视场角、攻击时间及攻击角度约束的分布式协同制导律的研究较少。

文中针对红外制导导弹协同制导面临的视场角约束下的攻击时间和攻角角度协同问题,基于反馈线性化和网络同步原理,设计了一种新的分布式协同制导律,实现了多枚红外制导导弹同时按指定入射角度差攻击目标,且保证协同制导过程中目标一直处于视场角范围内,并具有无中心节点、通信量小、鲁棒性高和可扩展性好等特点,具有较强的工程使用价值。该制导律由两部分组成:一部分是单枚导弹攻击目标的比例导引指令;另一部分是基于网络同步原理设计的分布式协同指令。

与现有文献相比,文中的创新点主要体现在以下两方面:(1) 设计的制导律同时考虑了视场角约束以及攻击角度与攻击时间的协同问题;(2) 设计的制导律充分利用了分布式网络信息交互的优点,从通信拓扑的角度讲是一种“闭环式”的方法,可以实现多导弹的自主协调一致。

1 运动学模型

导弹与目标的相对位置关系如图 1 所示。

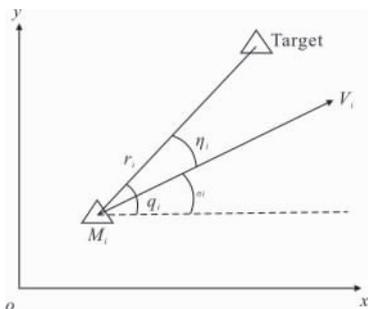


图 1 导弹与目标的相对位置关系

Fig.1 Relative position relationship between the missile and the target

文中考虑多导弹系统打击静止目标的协同制导问题,第 i 枚导弹 M_i 与目标的相对运动方程可以表示为:

$$\begin{aligned} \dot{r}_i &= -V_i \cos \eta_i \\ r_i \dot{q}_i &= V_i \sin \eta_i \\ \dot{q}_i &= \sigma_i + \eta_i \\ \dot{\sigma}_i &= a_i / V_i \\ \dot{V}_i &= a_{ip} \end{aligned} \tag{1}$$

式中: i 为第 i 枚导弹; V_i 为 M_i 的飞行速度; r_i 为目标与 M_i 的相对距离; q_i 为 M_i 与目标的视线角; η_i 为 M_i 的速度矢量与目标视线的夹角(简称前置角); σ_i 为速度角; a_i 为 M_i 的法向加速度; a_{ip} 为 M_i 的切向加速度。

M_i 采用“经典比例导引”与“分布式协同制导”相结合的协同制导策略,则

$$a_i = N_i V_i \dot{q}_i + a_{i2} \tag{2}$$

式中: N_i 为比例导引系数; a_{i2} 为在比例导引基础上叠加的分布式协同控制指令,用于实现协同攻击。

将公式(2)代入公式(1)中可得:

$$\begin{cases} \dot{r}_i = -V_i \cos \eta_i \\ \dot{\eta}_i = (1-N_i) \frac{V_i \sin \eta_i}{r_i} - \frac{a_{i2}}{V_i} \\ \dot{q}_i = \frac{V_i \sin \eta_i}{r_i} \\ \dot{V}_i = a_{ip} \end{cases} \tag{3}$$

将公式(3)写成状态方程形式如下:

$$\begin{bmatrix} \dot{r}_i \\ \dot{\eta}_i \\ \dot{q}_i \\ \dot{V}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -V_i \cos \eta_i \\ (1-N_i) \frac{V_i \sin \eta_i}{r_i} \\ \frac{V_i \sin \eta_i}{r_i} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{V_i} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{i2} \\ a_{ip} \end{bmatrix} \tag{4}$$

令 $x_i = [r_i \ \eta_i \ q_i \ V_i]^T$, $u_i = [a_{i2} \ a_{ip}]^T$, 那么相对运动方程可写成:

$$\dot{x}_i = f(x_i) + g_i u_i \tag{5}$$

式中: f 和 g_i 由公式(4)确定。

对于多弹协同攻击而言,若在攻击目标后期能保证 $r_i = r_j$, $\eta_i = \eta_j$ 或 $r_i = r_j$, $\eta_i = -\eta_j$, 则多枚导弹可以同时命中目标^[17]。

为进一步实现红外制导弹协同制导所需的攻击角度协同,并满足视场角约束,需在原有时间协同基础上,保证 $q_i = q_j + \Delta q_{ij}$ 且 $|\eta_i| \leq \eta_{i \max}$, 其中 Δq_{ij} 为期望的第 i 枚导弹与第 j 枚导弹的攻击角度偏差, $\eta_{i \max}$ 为导引头视场角约束(如 40°)。因此,多弹的分布式协同制导律的设计问题即可转变为设计分布式一致性算法,以使参与协同攻击的导弹满足此要求。

2 网络化分布式制导律

2.1 网络化分布式制导律设计

定义 $\zeta_{1i} = r_i$, $\zeta_{2i} = \dot{r}_i$, $\zeta_{3i} = q_i$, $\zeta_{4i} = \dot{q}_i$, 对 ζ_{2i} 和 ζ_{4i} 分别求导,联立公式(3)可得:

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_{2i} = \ddot{r}_i = -a_{ip} \cos \eta_i + V_i \sin \eta_i \cdot \dot{\eta}_i = \\ \frac{V_i^2 \sin^2 \eta_i (1-N_i)}{r_i} - a_{ip} \cos \eta_i - a_{i2} \sin \eta_i \\ \dot{\zeta}_{4i} = \ddot{q}_i = \frac{\sin \eta_i}{r_i} \dot{V}_i + \frac{V_i \cos \eta_i}{r_i} \dot{\eta}_i - \frac{V_i \sin \eta_i}{r_i^2} \dot{r}_i = \\ \frac{V_i^2 \sin \eta_i \cos \eta_i (2-N_i)}{r_i^2} + \frac{\sin \eta_i}{r_i} a_{ip} - \frac{\cos \eta_i}{r_i} a_{i2} \end{cases} \tag{6}$$

将公式(6)写成如下状态空间的形式:

$$\begin{bmatrix} \dot{\zeta}_{2i} \\ \dot{\zeta}_{4i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{V_i^2 \sin \eta_i (1-N_i)}{r_i} \\ \frac{V_i^2 \sin \eta_i \cos \eta_i (2-N_i)}{r_i^2} \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} -\cos\eta_i & -\sin\eta_i \\ \sin\eta_i & -\cos\eta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{ip} \\ a_{i2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_i \\ r_i \end{bmatrix} \quad (7)$$

采用如下控制律,可消除非线性部分:

$$\begin{bmatrix} a_{ip} \\ a_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos\eta_i & -\sin\eta_i \\ \sin\eta_i & -\cos\eta_i \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{V_i^2 \sin^2 \eta_i (1-N_i)}{r_i} \\ \frac{V_i^2 \sin\eta_i \cos\eta_i (2-N_i)}{r_i^2} \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中: v_{i1} 和 v_{i2} 为等价输入。

注意到 $\zeta_{1i}=r_i, \zeta_{2i}=q_i$, 可得到如下正则形式的关系式:

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_{1i} = \zeta_{2i} \\ \dot{\zeta}_{2i} = v_{i1} \\ \dot{\zeta}_{3i} = \zeta_{4i} \\ \dot{\zeta}_{4i} = v_{i2} \end{cases} \quad (9)$$

综上所述,通过输入变换公式(8),利用原控制输入 a_{ip} 和 a_{i2} 来镇定非线性系统(7)的问题,已经转化为利用新控制输入 v_{i1} 和 v_{i2} 来镇定线性系统(9)的问题。

令 $x_i = [\zeta_{1i} \ \zeta_{2i} \ \zeta_{3i} \ \zeta_{4i}]^T, u_i = [v_{i1} \ v_{i2}]^T$, 则公式(9)可以写成状态空间的形式:

$$\dot{x}_i = Ax_i + Bu_i \quad (10)$$

$$\text{式中: } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

针对公式(10),设计如下分布式协同制导策略:

$$u_i = -K_2 \sum_{j \in \Omega_i} \alpha_{ij} (x_i - x_j) \quad (11)$$

式中: α_{ij} 为邻接矩阵 $A \in R^{n \times n}$ 的第 (i, j) 项; K_2 为增益矩阵,其设计方法将在文中第 2.2 节中详细讨论; Ω_i 为第 i 枚导弹的邻居集。

则多弹系统在分布式协同制导策略(11)的作用

下,可写成如下矩阵形式:

$$\dot{x} = (I_N \otimes A - L \otimes BK_2)x \quad (12)$$

式中: $x = [x_1^T, x_2^T, x_3^T, \dots, x_N^T]^T$; I_N 为 $N \times N$ 的单位矩阵; L 为有向作用拓扑的拉普拉斯矩阵。

在多导弹协同制导过程中,各导弹以比例导引为基础,叠加分布式协同策略。文中为了协调多导弹系统的攻击时间以及攻击角度,各枚导弹需要同时调整轴向飞行速度及飞行方向。换言之,协同制导指令同时包括了切向加速度 a_{ip} 和法向加速度 a_i 。

将公式(11)代入公式(8)可得:

$$\begin{bmatrix} a_{ip} \\ a_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos\eta_i & -\sin\eta_i \\ \sin\eta_i & -\cos\eta_i \end{bmatrix}^{-1} \left\{ -K_2 \sum_{j \in \Omega} \alpha_{ij} \begin{bmatrix} r_i \\ \dot{r}_i \\ q_i \\ \dot{q}_i \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r_j \\ \dot{r}_j \\ q_j \\ \dot{q}_j \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{V_i^2 \sin^2 \eta_i (1-N_i)}{r_i} \\ \frac{V_i^2 \sin\eta_i \cos\eta_i (2-N_i)}{r_i^2} \end{bmatrix} \right\} \quad (13)$$

在公式(13)的基础上,根据公式(2)可求得法向加速度 a_i 。公式(13)可以实现第 i 枚弹和第 j 枚弹的弹目距离和攻击角度一致,实际应用中,当第 i 枚弹和第 j 枚弹需要有一定的攻击角度偏差时,应引入攻击角度偏差项 Δq_{ij} ,即公式(13)应进一步改写为:

$$\begin{bmatrix} a_{ip} \\ a_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos\eta_i & -\sin\eta_i \\ \sin\eta_i & -\cos\eta_i \end{bmatrix}^{-1} \left\{ -K_2 \sum_{j \in \Omega} \alpha_{ij} \begin{bmatrix} r_i \\ \dot{r}_i \\ q_i \\ \dot{q}_i \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r_j \\ \dot{r}_j \\ q_j + \Delta q_{ij} \\ \dot{q}_j \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{V_i^2 \sin^2 \eta_i (1-N_i)}{r_i} \\ \frac{V_i^2 \sin\eta_i \cos\eta_i (2-N_i)}{r_i^2} \end{bmatrix} \right\} \quad (14)$$

式中: Δq_{ij} 为期望的第 i 枚导弹与第 j 枚导弹的攻击角度偏差。

为确保目标与导弹的相对位置满足视场角约束,即 $|\eta_i| \leq \eta_{i \max}$, 需要满足对 η_i 的变化率进行如下限制:

- (1) 当 $\eta_i > \eta_{i \max}$ 时, $\dot{\eta}_i \leq 0$
- (2) 当 $\eta_i < -\eta_{i \max}$ 时, $\dot{\eta}_i \geq 0$

将公式(3)第二分式代入上式, a_{i2} 需要进行如下

限制:

(1) 当 $\eta_i > \eta_{i \max}$ 时, $a_{i2} \geq V_i^2(1-N)\sin\eta_i/r_i$

(2) 当 $\eta_i < -\eta_{i \max}$ 时, $a_{i2} \leq V_i^2(1-N)\sin\eta_i/r_i$ (16)

再根据公式(2)求得导弹的法向加速度,需要说明的是,计算得到的切向加速度和纯比例导引修正量可以实现弹目距离和攻击角度的一致,而纯比例导引可保证稳定后的前置角在 0° 。为避免弹群最终的前置角在 180° (弹群远离目标),采用弹群中选择 1 枚导弹采用纯比例导引的方法,目的是在保证此发弹的前置角在 0° 的同时,通过公式(14)确保弹群的前置角最终稳定在 0° ,进而确保在命中目标的同时,实现攻击时间与攻击角度的协同。

2.2 分布式协同制导收敛性分析

对于如下系统:

$$\dot{x}_i = Ax_i + Bu_i \quad (17)$$

当分布式制导策略为如下形式时:

$$u_i = K_1 x_i - K_2 \sum_{j \in \Omega_i} \alpha_{ij} (x_i - u_j) \quad (18)$$

多弹系统可描述成为:

$$\dot{x} = (I_N \otimes (A + BK_1) - L \otimes BK_2)x \quad (19)$$

式中: $x = [x_1^T, x_2^T, x_3^T, \dots, x_N^T]^T$; I_N 为 $N \times N$ 的单位矩阵; $L \in R^{N \times N}$ 为有向作用拓扑的拉普拉斯矩阵。

引理 1^[9]: 如果作用拓扑 G 包含生成树,那么 0 是 L 的单一特征根,其余 $(N-1)$ 个特征根均具有正实部。

引理 2^[9]: 如果作用拓扑 G 包含生成树,那么系统(17)获得一致当且仅当 $(A + BK_1) - \lambda_i BK_2$ ($i=2, 3, \dots, N$) 是 Hurwitz 的,其中 λ_i 是拉普拉斯矩阵 L 的非零特征根。

基于引理 1 与引理 2,给出分布式协同制导策略(18)中增益矩阵 K_2 的设计方法:

定理 1: 当导弹系统的作用拓扑 G 包含生成树,并且 $K_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 时, $K_2 = \delta[\text{Re}(\lambda_{\min})]^{-1} R^{-1} B^T P$ 分布式协同制导策略(18)可使得系统(17)渐进一致,其中 $\delta > 0.5, \lambda_{\min} = \min\{\text{Re}(\lambda_i)\}, P$ 是如下代数 Riccati 方程的正定解:

$$PA + A^T P - PBP^{-1} B^T P + I = 0 \quad (20)$$

式中: $R^T = R > 0; I$ 为单位矩阵。

证明:

因为多弹系统作用拓扑 G 包含生成树,由引理 1 可知: $\text{Re}(\lambda_i) > 0, i=2, 3, \dots, N$ 。

考虑如下系统的稳定性:

$$\dot{\varphi}_i(t) = (A - \lambda_i BK_2)\varphi_i(t) \quad (i=2, 3, \dots, N) \quad (21)$$

构造如下李雅普诺夫函数为 $V_i(t) = \varphi_i^H(t) P \varphi_i(t)$,沿系统(19)的轨迹线对 $V_i(t)$ 求导可得:

$$\dot{V}_i(t) = \varphi_i^H(t) [PA + A^T P - \lambda_i^H (BK_2)^T P - \lambda_i PBK_2] \varphi_i(t) \quad (22)$$

基于公式(20),将 $K_2 = \delta \text{Re}(\lambda_{\min})^{-1} R^{-1} B^T P$ 以及 $PA + A^T P = PBR^{-1} B^T P - I$ 代入公式(22)可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i(t) = & -\varphi_i^H(t) \varphi_i(t) [1 - 2\delta [\text{Re}(\lambda_{\min})]^{-1} \text{Re}(\lambda_i)] \cdot \\ & (\varphi_i^H(t) B R^{-1} B^T P) \varphi_i(t) \end{aligned} \quad (23)$$

注意到 $\delta > 0.5, \lambda_{\min} = \min\{\text{Re}(\lambda_i)\}$,则 $1 - 2\delta \cdot [\text{Re}(\lambda_{\min})]^{-1} \text{Re}(\lambda_i) < 0$,即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(t) = 0$ 。换言之, $(A - \lambda_i BK_2)$ 是 Hurwitz 的。由引理 2 可知系统(17)可以实现渐进一致,定理 1 得以证明。

下面证明采用公式(15)的限幅时,系统(17)可以实现渐进一致。

当没有达到公式(15)的限幅条件,即 $-\eta_{i \max} \leq \eta_i \leq \eta_{i \max}$ 时,显然定理 1 设计增益矩阵 K_2 可以确保系统(17)渐进一致。当 $\eta_i > \eta_{i \max}$ 时,通过公式(16)可以确保 $\dot{\eta}_i \leq 0$; 当 $\eta_i < -\eta_{i \max}$ 时,通过公式(16)可以确保 $\dot{\eta}_i \geq 0$ 。可见采用公式(15)的限幅条件时, η_i 经过有限时间会回到 $-\eta_{i \max} \leq \eta_i \leq \eta_{i \max}$,只要 $-\eta_{i \max} \leq \eta_i \leq \eta_{i \max}$,定理 1 设计增益矩阵 K_2 可以确保系统(17)渐进一致。

3 仿真结果与分析

考虑 3 枚红外成像制导导弹 M_1, M_2, M_3 两两互连的通信拓扑结构,3 枚红外成像制导导弹对目标进行协同定位后各自解算距目标距离,相互间传递各自解算的弹目距离、视线角、前置角等信息, M_1 采

用纯比例导引方法。假设目标静止,要求导弹同时命中目标,且期望的攻击角度偏差 $\Delta q_{12} = -90^\circ, \Delta q_{13} = 60^\circ$, 目标的初始位置为(20 000 m, 500 m), 各导弹的比例导引系数 $N_i = 5$, 各导弹的初始条件如表 1 所示。根据定理 1, 选择满足收敛条件的 K_2 :

$$K_2 = \begin{bmatrix} 10.8 & 18 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.5 & 5 \end{bmatrix}$$

分别比较制导律 1(纯比例导引)、制导律 2(时间协同分布式导引)、制导律 3(不考虑视场角约束的时间-角度协同分布式导引)和制导律 4(考虑视场角约束的时间-角度协同分布式导引)四种制导律, 导弹初始参数如表 1 所示, 仿真结果如表 2~4 所示, 在不同制导律下各发弹飞行轨迹如图 2~5 所示。可以看出, 纯比例导引律下 3 枚导弹到达目标时间各不相同, 前后到达目标的时间差最大可达

表 1 导弹初始参数

Tab.1 Missile's initial parameters

Missile	Initial position/m	Initial angle of velocity vector/(°)	Initial velocity/(m·s ⁻¹)
M ₁	(7 500, 7 500)	-50	180
M ₂	(20 000, -12 000)	110	220
M ₃	(32 000, 10 000)	238	220

表 2 导引时间对比

Tab.2 Comparison of guidance time

Missile	Law 1/s	Law 2 /s	Law 3 /s	Law 4 /s
M ₁	80.17	56.89	80.17	80.17
M ₂	57.20	56.89	80.17	80.17
M ₃	70.02	56.89	80.17	80.17

表 3 攻击角度对比

Tab.3 Comparison of attack angle

Missile	Law 1/(°)	Law 2/(°)	Law 3/(°)	Law 4/(°)
M ₁	-24.06	-31.74	-24.06	-24.06
M ₂	85.00	87.24	66.07	66.02
M ₃	213.41	193.98	276.57	276.3

表 4 导弹攻击角度偏差及导引时间偏差对比

Tab.4 Comparison of attack angle error and guidance time error

Error	Desired error	Law 1	Law 2	Law 3	Law 4
$q_1 - q_2$	-90°	-109.1	-119.0	-90.1	-90.1
$q_1 - q_3$	60°	122.5	134.3	59.4	59.7
$t_1 - t_2$	0 s	23.0	0	0	0
$t_1 - t_3$	0 s	10.2	0	0	0

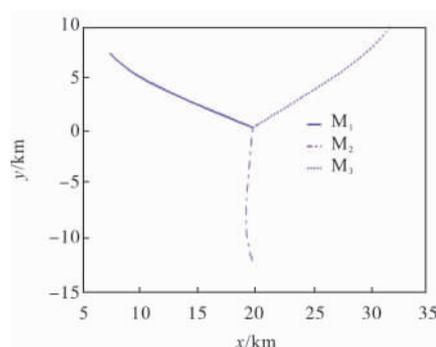


图 2 纯比例导引下的导弹轨迹

Fig.2 Missile trajectory under pure proportional guidance law

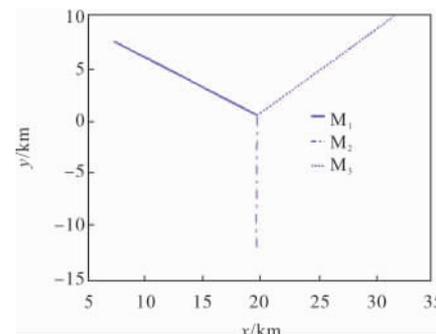


图 3 时间协同分布式导引律下的导弹轨迹

Fig.3 Missile trajectory under time cooperative distributed guidance law

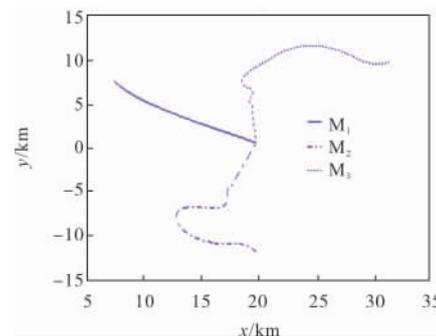


图 4 时间-角度协同分布式导引律下的导弹轨迹

Fig.4 Missile trajectory under time and angle cooperative distributed guidance law

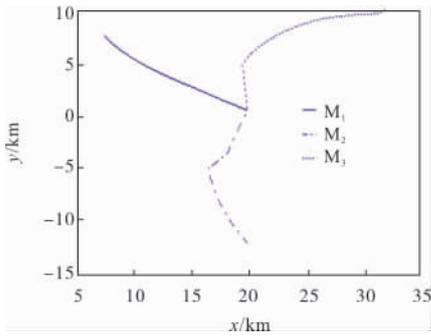


图 5 时间-角度协同分布式导引律下(考虑视场角约束)的导弹轨迹
Fig.5 Missile trajectory under time and angle cooperative distributed guidance law (considering restrict of FOV)

23.8 s 左右, 稳定入射角度偏差与期望值相差较大; 时间协同分布式导引律虽可实现时间协同, 但稳定入射角度偏差与期望值相差较大; 时间-角度协同分布式导引(不考虑视场角约束)和时间-角度协同分布式导引(考虑视场角约束)可实现攻击时间协同, 且入射角度偏差(q_1-q_2)与期望的 Δq_{12} 偏差以及入射角度偏差(q_1-q_3)与期望的 Δq_{13} 偏差均较小。

考虑视场角约束和不考虑视场角约束的时间-角度协同分布式导引律下的导弹前置角如图 6、7 所示, 可见不考虑视场角约束时, 前置角最大值达到 -100° , 不满足视场角约束, 而考虑最大视场角约束 40° 时, 可以将前置角控制在不大于 40° , 说明了采用考虑视场角约束的时间-角度协同分布式导引律可有效控制前置角在指定范围内。

考虑视场角约束的时间-角度协同分布式导引律下的弹目距离及视线角如图 8、9 所示, 可见弹目

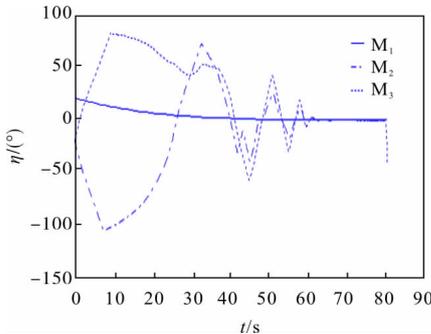


图 6 时间-角度协同分布式导引律下(不考虑视场角约束)的导弹前置角
Fig.6 Heading angle under time and angle cooperative distributed guidance law(without considering restrict of FOV)

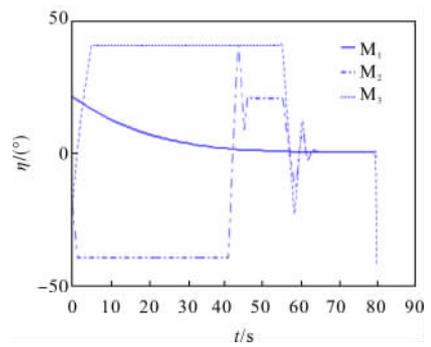


图 7 时间-角度协同分布式导引律下(考虑视场角约束)的导弹前置角
Fig.7 Heading angle under time and angle cooperative distributed guidance law (considering restrict of FOV)

距离可以收敛, 视线角可以收敛, 且各发导弹的视线角偏差与期望值一致。

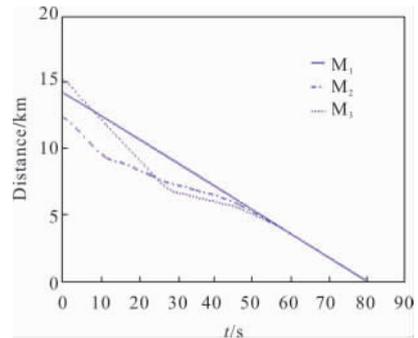


图 8 时间-角度协同分布式导引律下(考虑视场角约束)的弹目相对距离
Fig.8 Missile-target relative distance under time and angle cooperative distributed guidance law (considering restrict of FOV)

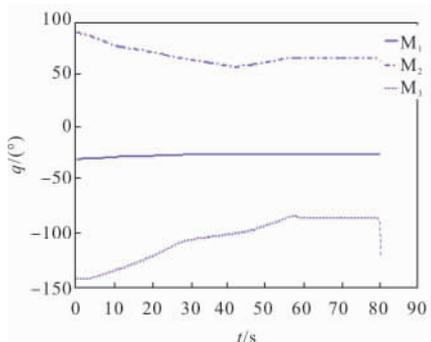


图 9 时间-角度协同分布式导引律下(考虑视场角约束)的弹目视线角
Fig.9 Line-of-sight angle under time and angle cooperative distributed guidance law(considering restrict of FOV)

4 结论

为实现红外成像制导导弹的分布式协同制导,在多弹协同导引运动学模型中增加了攻击角度状态量,并采用了“经典比例导引”与“分布式协同制导”相结合的协同制导策略。基于网络同步原理并利用反馈线性化方法,在文中建立的协同导引运动学模型基础上,计算得到了满足攻击时间和攻击角度协同约束的导弹切向加速度和纯比例导引法向加速度修正量,并根据导引头视场角约束,对纯比例导引法向加速度修正量进行了限制处理,最终通过控制导弹切向及法向加速度实现了多弹的时间协同和攻击角度协同。以3枚导弹的协同攻击仿真算例,对比了纯比例导引、时间协同分布式导引、时间-角度协同分布式导引(不考虑视场角约束)和时间-角度协同分布式导引(考虑视场角约束)四种制导律,证明了文中提出的制导律的有效性。

参考文献:

- [1] Guan Xin, Tao Li, Yi Xiao. Optimal embattling analysis on double airborne platform bearing-only location [J]. *Science Technology and Engineering*, 2016, 16 (15): 119-123. (in Chinese)
关欣, 陶李, 衣晓. 双站机载测向定位最优布站分析[J]. *科学技术与工程*, 2016, 16(15): 119-123.
- [2] Saleem A, Ratnoo A. Lyapunov-based guidance law for impact time control and simultaneous arrival [J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2016, 39 (1): 164-173.
- [3] Cho D, Kim H J, Tahk M J. Nonsingular sliding mode guidance for impact time control [J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2016, 39(1): 61-68.
- [4] Zhao Qilun, Chen Jian, Li Qingdong, et al. Feasible region of hypersonic and ballistic missiles' cooperative attack strategy [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2015, 36(7): 2291-2300. (in Chinese)
赵启伦, 陈建, 李清东, 等. 高超武器与常规导弹协同攻击策略可行域研究[J]. *航空学报*, 2015, 36(7): 2291-2300.
- [5] Zhao Q, Dong X, Liang Z, et al. Distributed cooperative guidance for multiple missiles with fixed and switching communication topologies [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2017, 30(4): 1570-1581.
- [6] Zhao Q, Dong X, Liang Z, et al. Distributed group cooperative guidance for multiple missiles with fixed and switching directed communication topologies [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2017, 90(4): 2507-2523.
- [7] Zhou J L, Yang J Y. Distributed guidance law design for cooperative simultaneous attacks with multiple missiles [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2016: 2439-2447.
- [8] Zhao J, Zhou R, Dong Z. Three-dimensional cooperative guidance laws against stationary and maneuvering targets [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2015, 28(4): 1104-1120.
- [9] Zhao J, Zhou R. Distributed three-dimensional cooperative guidance via receding horizon control [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2016, 29(4): 972-983.
- [10] Hou D, Wang Q, Sun X, et al. Finite-time cooperative guidance laws for multiple missiles with acceleration saturation constraints [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2015, 9(10): 1525-1535.
- [11] Zhao J, Zhou R. Obstacle avoidance for multi-missile network via distributed coordination algorithm [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2016, 29(2): 441-447.
- [12] He S, Wang W, Lin D, et al. Consensus-based two-stage salvo attack guidance [J]. *IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems*, 2017, 12(2): 31-45.
- [13] He S, Kim M, Song T, et al. Three-dimensional salvo attack guidance considering communication delay [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2018, 73: 1-9.
- [14] Ye Pengpeng, Sheng Andong, Zhang Jiao, et al. Cooperative guidance of multi-missile with unsustainable connected communication topology [J]. *Acta Armamentarii*, 2018, 39(3): 474-484. (in Chinese)
叶鹏鹏, 盛安冬, 张蛟, 等. 非持续连通通信拓扑下的多导弹协同制导[J]. *兵工学报*, 2018, 39(3): 474-484.
- [15] Su W, Li K, Chen L. Coverage-based cooperative guidance strategy against highly maneuvering target [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2017, 71: 147-155.
- [16] Gao Y, Zhou J, Guo J G, et al. Multi-missile distributed cooperative guidance law based on network synchronization principle [C]//Proceedings of the 35th IEEE Chinese Control Conference (CCC), 2016: 8150-8153.
- [17] Zou Li, Kong Fan'e, Zhou Rui, et al. Distributed adaptive cooperative guidance for multi-missile salvo

- attack[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2012, 38(1): 128-132. (in Chinese)
- 邹丽, 孔繁峨, 周锐, 等. 多导弹分布式自适应协同制导方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2012, 38(1): 128-132.
- [18] Lv Teng, Lv Yueyong, Li Chuanjiang, et al. Finite time cooperative guidance law for multiple missiles with line-of-sight angle constraint [J]. *Acta Armamentarii*, 2018, 39(2): 305-314. (in Chinese)
- 吕腾, 吕跃勇, 李传江, 等. 带视线角约束的多导弹有限时间协同制导律[J]. 兵工学报, 2018, 39(2): 305-314.
- [19] 席建祥, 钟宜生, 刘光斌. 群系统一致性[M]. 北京: 科学出版社, 2014.