激光微推力器作用下纳星轨道半长轴简化计算方法

周伟静,叶继飞,常 浩*,李南雷

(航天工程大学 宇航科学与技术系 激光推进及其应用国家重点实验室,北京 101416)

摘 要:针对激光微推力器微小推力作用下纳星轨道转移问题,利用摄动方程提出一种切向推力同面轨道转移的半长轴简化计算方法。分析了地球非球形、大气阻力和太阳光压等主要摄动因素对该方法的影响,并与各种摄动下纳星运动方程直接积分的轨道变化情况进行了对比,验证了简化计算方法的有效性和应用条件。仿真对比结果表明:在轨道高度 300 km 以上,纳星在百微牛量级的切向推力作用下,可以采用简化计算方法获得轨道高度机动能力;对于纳星任务设计阶段,太阳光压摄动可以忽略,大气阻力摄动在 500 km 以上可以不予考虑,地球非球形摄动影响特性与其他卫星类似。

关键词:激光微推力器; 纳星; 轨道机动; 微小推力

中图分类号:V439;V412.4 **文献标志码**:A **DOI**:10.3788/IRLA201947.S117008

Simplified method for calculating semi-major axis under laser micro-thruster for nano-satellite

Zhou Weijing, Ye Jifei, Chang Hao*, Li Nanlei

(State Key Laboratory of Laser Propulsion & Application, Department of Aerospace Science and Technology, Space Engineering University, Beijing 101416, China)

Abstract: In order to solve the problem of orbit transfer of the nano-satellite under the action of micro-thrust of laser micro-thruster, a simplified semi-major axis calculation method for in-plane orbit transfer under the tangential thrust was proposed by using perturbation equation. The influence of the main perturbation factors such as the non-spherical perturbation, the atmospheric perturbation and solar pressure perturbation on the method was analyzed. And the orbital changes of the direct integration of the motion equation under various perturbations were compared with the results from the simplified method. The validity and application conditions of the simplified method was verified. The simulation results show that the orbit maneuverability for nano-satellites can be obtained by simplified calculation method under the tangential thrust of the order of 100 μN at orbital altitude above 300 km. What is more, for nano-satellite mission design stage, the solar pressure perturbation can be ignored, the atmospheric drag perturbation can be ignored above orbital altitude of 500 km, and the influence characteristics of non-spherical perturbation are similar to those of other satellites.

Key words: laser micro-thruster; nano-satellite; orbital maneuver; micro thrust

收稿日期:2018-11-12; **修订日期**:2018-12-22

基金项目:国家自然科学基金(11602304)

作者简介:周伟静(1982-),女,助理研究员,博士,主要从事激光推进技术、航天器任务设计方面的研究。Email: viviazhouyy@163.com

通讯作者:常浩(1987-),男,助理研究员,博士,主要从事激光航天应用技术研究。Email: changhao5976911@163.com

0 引 言

英国萨瑞大学将 1~25 kg 的卫星称为纳卫星(Nano-Sat)[1]。通常,纳卫星被设计为标准的立方体卫星。随着微电子、微机械、新材料等技术的发展,纳卫星的功能密度高、研发成本低、研制周期短、发射和应用灵活的优势日益凸显,也逐渐发展为备受青睐的新技术验证平台、地球科学探索平台等,其在空间态势感知、天基目标监视、军事通信、空间攻防等领域[2-3]的军事潜能也备受瞩目。目前,已发射的纳卫星均具备姿态控制能力,而且具有比较成熟的姿态控制设备和技术。但仅有部分纳星具备轨道控制能力[4],主要受限于微推进系统的发展。但随着微推进技术的发展[5-8],具有轨道机动能力的纳星指日可待,纳星的应用前景也会非常可观。

激光微推力器以其比冲高、冲量比特小、推力可调、功耗低、能量耦合效率高以及易于实现轻量化和数字化控制等显著优势成为微纳卫星轨道控制的推进系统最优方案之一[9]。目前,激光微推力器通常采用脉冲工作方式,将脉冲激光整形聚焦于含能推进剂或光敏推进剂,通过激光与推进剂的相互作用,形成微小的物质喷射,实现宏观的冲量力学效应,典型的单脉冲冲量在 10^{-6} N·s。当激光器以一定重复频率工作时,激光微推力器以平均推力输出,大小通常在 mN 量级[10]以下。

微小推力作用下的轨道转移问题是目前航天工程设计领域的一个热点和难点问题。轨道转移往往以推进剂消耗最少为目标,对于连续微小推力,实际的最优推力方向是以相当复杂的形式随时间变化的,而且沿轨道切向施加推力非常接近于最优推力方向[11]。文中基于切向推力,提出一种用于同面轨道转移的半长轴变化量简化计算方法,并对各种摄动下纳星运动方程直接积分的轨道变化情况进行了对比,验证了简化计算方法的有效性和应用条件。

1 轨道转移半长轴变化量简化计算方法

改变轨道平面需要的燃料消耗较大,对于体积受限的纳星来说,燃料携带量有限,文中仅分析同面轨道转移的情况。卫星在一定的微小推力作用下的轨道转移时,可以将微小推力看作卫星的摄动力进行分析。如果微小推力施加方向始终沿轨道切向,假设微小推力 F_T 对卫星的加速度为 a_T,则根据摄动方程[12]可得微小推力对轨道要素的运动方程为:

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}=\dfrac{2}{n\sqrt{1-e^2}}\sqrt{1+2e\cos f+e^2}\,a_T \\ \dfrac{\mathrm{d}e}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\sqrt{1-e^2}}{na}\sqrt{1+2e\cos f+e^2}\,[2(\cos f+e)a_T] \\ \dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\sqrt{1-e^2}}{nae}\sqrt{1+2e\cos f+e^2}\,[2(\sin f)a_T] \\ \dfrac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t}=n-\dfrac{1-e^2}{nae}\sqrt{1+2e\cos f+e^2}\left(2\sin f+\dfrac{2e^2}{n\sqrt{1-e^2}}\sin E\right)a_T \end{cases} \tag{1}$$

式中:a 为轨道半长轴;e 为偏心率;f 为真近点角;ω 为近地点幅角;M 为平近地点角;$n=\sqrt{\dfrac{\mu}{a^3}}$,为地球引力常数。

轨道转移中通常用轨道半长轴作为转移的目标变量,也是同面轨道转移中变化比较明显的变量。下面推导施加切向推力后,轨道半长轴变化 Δa 与总的速度增量 Δv 之间的关系,假设不考虑大气阻力等摄动的影响。

设轨道切向速度为 v,根据椭圆轨道速度特性[12]可知:

$$v=\sqrt{\frac{\mu}{p}}\sqrt{1+2e\cos f+e^2} \tag{2}$$

式中:$p=a(1-e^2)$为半焦距。

由 $\dfrac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}=\dfrac{2}{n\sqrt{1-e^2}}\sqrt{1+2e\cos f+e^2}\,a_T$ 和 $a_T=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ 可得:

$$\mathrm{d}a=\frac{2}{n\sqrt{1-e^2}}\sqrt{1+2e\cos f+e^2}\,\mathrm{d}v\Rightarrow$$

$$\mathrm{d}a=\frac{2\sqrt{a^3}}{\sqrt{\mu}\sqrt{1-e^2}}\frac{v\sqrt{p}}{\sqrt{\mu}}\mathrm{d}v\Rightarrow$$

$$\mathrm{d}a=\frac{2\sqrt{a^3}}{\sqrt{\mu}\sqrt{1-e^2}}\frac{v\sqrt{a(1-e^2)}}{\sqrt{\mu}}\mathrm{d}v\Rightarrow$$

$$\mathrm{d}a=\frac{2a^2v}{\mu}\mathrm{d}v \tag{3}$$

最终得到:

$$\frac{1}{a^2}\mathrm{d}a=\frac{2v}{\mu}\mathrm{d}v \tag{4}$$

假设卫星由初始轨道半长轴 a_0 转移到目标轨道半长轴为 $a_0+\Delta a$，推力施加时刻的速度为 v_0，推力结束时刻的速度为 $v_0+\Delta v$。对公式(4)两端积分 $\int_{a_0}^{a_0+\Delta a}\frac{1}{a^2}\mathrm{d}r=\frac{2}{\mu}\int_{v_0}^{v_0+\Delta v}v\mathrm{d}v$ 可得：

$$\frac{\Delta a}{a_0(a_0+\Delta a)}=\frac{1}{\mu}(2v_0\Delta v+\Delta v^2) \tag{5}$$

则轨道半长轴变化 Δa 与总的速度增量 Δv 之间的关系为：

$$\Delta a=\frac{a_0^2(2v_0\Delta v+\Delta v^2)}{\mu-a_0(2v_0\Delta v+\Delta v^2)} \tag{6}$$

公式(6)即为不考虑摄动因素时，同面轨道转移的半长轴变化量简化计算方法。当微小推力施加方向始终沿轨道切向且与速度方向一致时，则 $\Delta v>0$，此时 $\Delta a>0$，即为升轨机动；当与速度方向相反时，则 $\Delta v<0$，此时 $\Delta a<0$，即为降轨机动。

2 考虑摄动因素时简化计算方法的可行性

利用公式(6)计算轨道抬升或降低的高度或者计算所需的总速度增量，比较方便，但是该式是基于二体运动，没有考虑各种摄动的影响。纳星通常设计成立方星标准，比如 1、1.5、2、3、6、12 U 等，体积最大为 20 cm×20 cm×30 cm，质量最大为 25 kg(按照英国萨瑞大学定义)。将纳星设定为最大体积和最大质量，下面分析考虑各种摄动力的条件下利用简化方法计算半长轴变化的可行性。通常纳星轨道高度较低，因此只讨论地球非球形摄动、大气阻力摄动和太阳光压摄动。

(1) 地球非球形摄动。地球非球形摄动对半长轴只存在周期性的扰动，没有长期项摄动。因此，在同面轨道转移中，忽略地球非球形摄动时，利用简化公式(6)计算半长轴变化量是可行的。

(2) 大气阻力摄动。大气阻力与纳星运动速度方向相反，当微小推力施加方向与沿轨道切向时，大气阻力方向只存在与推力方向相反(升轨)和与推力方向一致(降轨)两种情况。大气阻力的计算公式为：

$$f_D=\frac{1}{2}C_D S\rho v^2 \tag{7}$$

式中：f_D 为大气阻力；C_D 为阻力系数，通常取 2.2；S 为迎风面积；ρ 为大气密度；v 为纳星相对于大气的速度。假设纳星以最小迎风面 0.04 m² 飞行，飞行高度在 500 km 圆轨道，大气密度具体数值与太阳活动有关，按照平均值 5×10^{-13} kg/m³ 考虑，计算得到大气阻力约为 1.3 μN。激光微推力器的推力在 500 μN 至毫牛量级，大气阻力在推力的 1%范围内。同样可得，轨道高度在 300 km 时，大气阻力约在推力的 5%范围内。在轨道高度 200 km，大气阻力约为 510 μN，与激光微推力器的推力相当。因此，轨道高度在 500 km 以上时，利用简化算法时可以忽略大气阻力的影响。

(3) 太阳光压摄动。在 800 km 以下的空间，将大气阻力摄动与太阳光压摄动相比较，卫星主要受大气阻力的影响，在更高的轨道上主要受太阳光压的影响[12]。太阳光压可以用下式计算：

$$f_S=\frac{1}{2}C_R A p_{\odot} \tag{8}$$

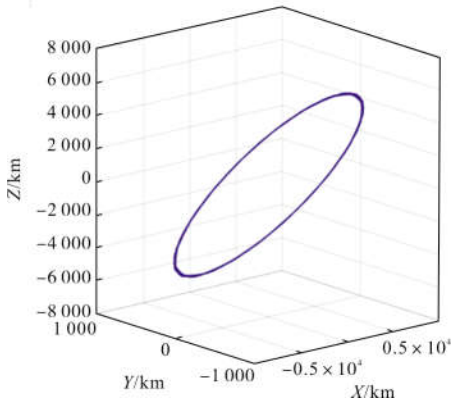
式中：f_S 为太阳光压；C_R 取决于卫星表面材料反射性能的系数，一般情况下可取 1.5；A 为垂直于太阳光的卫星截面积；$p_{\odot}$ 为太阳光压常数，太阳光压的方向沿着太阳指向地心的方向。假设纳星的太阳帆板面积与纳星星体的最大面面积相等，则卫星受晒的最大面积为两个太阳帆板和星体的一个最大面，即受晒面积为 0.18 m²，则可得太阳光压约为 1.23 μN，可忽略。因此，利用简化算法时可以忽略太阳光压的影响。

综上所述，尽管公式(6)是在理想的二体运动下获得的，但是对于纳星，轨道高度在 300 km 以上时，可以忽略地球非球形、大气阻力和太阳光压摄动的影响，利用公式(6)可以快速简便地计算切向连续小推力作用下同面轨道转移的半长轴变化量。

3 仿真验证

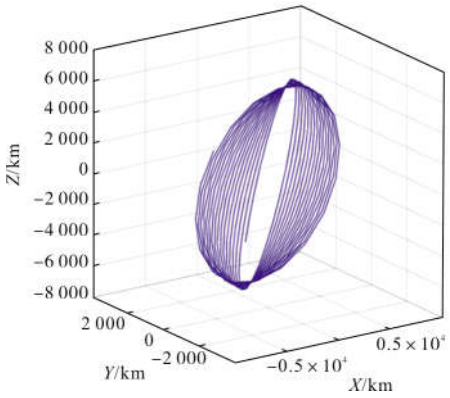
设激光微推力器提供 1 000 N·s 的总冲用于某纳星同面轨道连续切向推力转移，以重频方式工作，平均推力为 500 μN。该纳星的质量为 25 kg，迎风面积为 0.04 m²，受晒面积为 0.18 m²。采用科威尔法将各种摄动包含在运动方程中，利用 7 阶龙格库塔方法对运动方程逐步积分，推算纳星精确的位置和速度，再转换为轨道根数，将推算的轨道半长轴变化量与简化计算方法计算结果对比，分析验证简化计算方法。

假设卫星初始轨道为太阳同步圆轨道(设置卫星始终受晒),初始轨道高度分别为 300、500、800 km,轨道倾角分别为 96.676 5°、97.406 5°、98.608°,升交点赤经均为 150.789°,真近点角均为 0°。推力施加方向沿速度方向。仿真开始历元时刻为 UTC 时间 2019年 4 月 21 日 0 时 0 秒 0 分。初始轨道高度为 500 km 时,纳星在惯性坐标系 J2000 下的位置变化情况如图 1 所示。图 1(a)和图 1(b)分别为未考虑任何摄动和考虑了非球形、大气和太阳光压等摄动的情况,图 1(b)轨道面发生了东进现象,这是考虑了地球扁率摄动的结果。



(a) 无摄动

(a) Without perturbation



(b) 考虑非球形摄动、大气摄动、太阳光压摄动

(b) Considering non-spherical perturbation, atmospheric perturbation and solar pressure perturbation

图 1 轨道高度为 500 km 时,纳星在 J2000 坐标系的位置变化情况

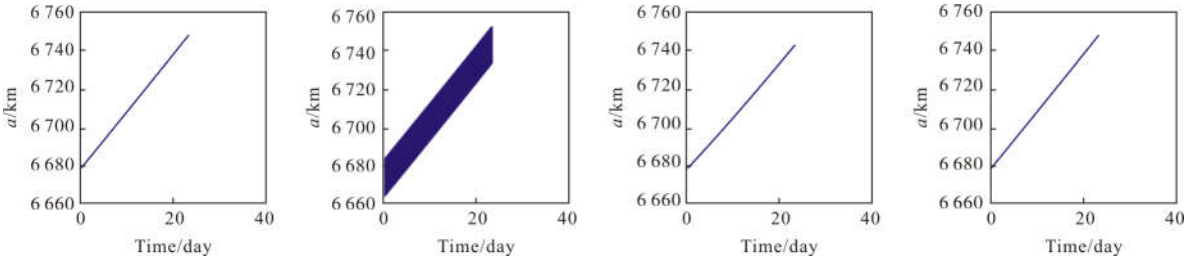
Fig.1 Change of position in J2000 at 500 km orbital height

推力施加方向沿速度方向时,利用简化计算方法计算的卫星半长轴改变量和利用科威尔法计算的考虑各种摄动下的半长轴变化量如表 1 所示。无摄动和各种摄动下的半长轴随时间的变化曲线如图 2~4 所示。当推力施加方向与速度方向相反时,

表 1 升轨时,简化计算方法与科威尔法计算的半长轴变化量

Tab.1 Semi-major axis variation calculated by simplified method and Corwell method for orbit lifting

Initial orbital altitude/km	Simplified calculation method/km	Corwell method			
		Non perturbations/km	Only nonspherical perturbation/km	Only atmospheric perturbation/km	Only sunlight pressure/km
300	70.1	69.9	69.9	64.9	69.9
500	73.2	73.1	73.1	72.9	73.1
800	78.1	78.0	78.0	78.0	78.0

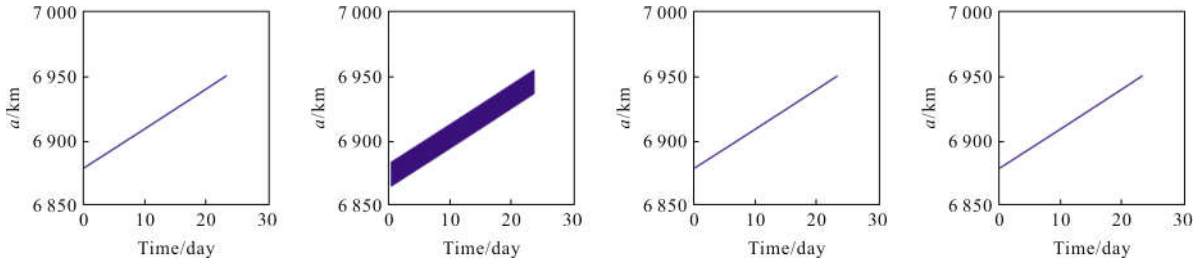


(a) 无摄动 (b) 只考虑非球形摄动 (c) 只考虑大气摄动 (d) 只考虑太阳光压摄动

(a) Without perturbation (b) Only considering non-spherical perturbation (c) Only considering atmospheric perturbation (d) Only considering solar pressure perturbation

图 2 轨道高度为 300 km 时的半长轴变化情况

Fig.2 Change of semi-length axis at 300 km orbital height

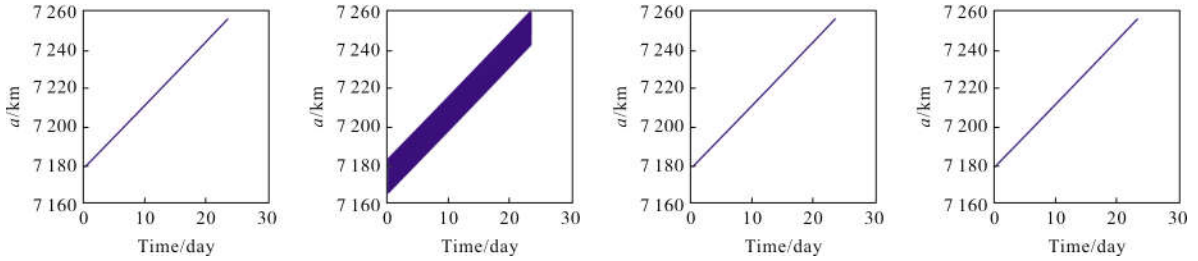


(a) 无摄动 (b) 只考虑非球形摄动 (c) 只考虑大气摄动 (d) 只考虑太阳光压摄动

(a) Without perturbation (b) Only considering non-spherical perturbation (c) Only considering atmospheric perturbation (d) Only considering solar pressure perturbation

图 3 轨道高度为 500 km 时的半长轴变化情况

Fig.3 Change of semi-length axis at 500 km orbital height



(a) 无摄动 (b) 只考虑非球形摄动 (c) 只考虑大气摄动 (d) 只考虑太阳光压摄动

(a) Without perturbation (b) Only considering non-spherical perturbation (c) Only considering atmospheric perturbation (d) Only considering solar pressure perturbation

图 4 轨道高度为 800 km 时的半长轴变化情况

Fig.4 Change of semi-length axis at 800 km orbital height

半长轴变化量对比情况如表 2 所示,半长轴随时间变化曲线的特点与升轨情况类似,文中不再给出变化曲线。

由表 1、2 和图 2~4 可以得到以下结论:

表 2 降轨时,简化计算方法与科威尔法计算的半长轴变化量

Tab.2 Semi-major axis variation calculated by simplified method and Corwell method for orbit reducing

Initial orbital altitude/km	Simplified calculation method/km	Corwell method			
		Non perturbations/km	Only nonspherical perturbation/km	Only atmospheric perturbation/km	Only sunlight pressure/km
300	−68.3	−68.8	−68.8	−94.1	−68.8
500	−71.3	−72.0	−72.0	−72.3	−72.0
800	−76.0	−76.7	−76.7	−76.7	−76.7

(1) 利用简化计算方法计算的轨道抬升或轨道降低高度,和利用科威尔法直接积分无摄动力下运动方程得到的结果一致。

(2) 地球非球形摄动对半长轴的影响只是周期性的扰动,可以从图 2~4 看出。但是从表 1 和表 2 的计算结果可以看出,仅考虑非球形摄动时轨道抬升的高度没有长期的不稳定漂移。

(3) 大气摄动是主要影响因素,根据第 2 节的分析,在 300 km 高度,大气阻力约在推力的 5%范围内,对影响轨道抬升或降低还是有影响。从表 1 可以得到,当初始轨道高度为 300 km 时,考虑大气阻力条件下的轨道抬升比没有大气阻力条件下的轨道抬升小 7%。初始轨道高度为 500 km 时,差值降到 0.2%,初始轨道高度为 800 km 时,大气阻力影响可

以忽略。与第 2 节的分析一致。从表 2 可以看出:当初始轨道高度为 300 km 时,降轨过程中,随着大气阻力的增大,轨道降低幅度增大,当初始轨道高度为 500、800 km 时,大气阻力影响下轨道降低幅度与无大气阻力时相当。因此,当轨道高度在 500 km 以上时,可以不考虑大气阻力的影响。

(4) 因为纳星的受晒面积小,太阳光压在微牛量级,太阳光压摄动下的升轨或降轨没有影响,可以忽略。

综上所述, 对于连续切向微小推力下的纳星同面轨道转移, 可以利用文中提出的简化计算方法计算轨道抬升或降低高度。

4 结 论

针对纳星在切向微小推力下的同面轨道转移问题,利用摄动方程提出了一种用于计算半长轴变化量的简化方法,进行了可行性分析,并通过仿真验证了方法的有效性和应用条件。具体研究结论如下:

(1) 纳星一旦具备轨道控制能力,应用前景将非常广阔。激光微推力器的体积和功耗以及推进性能非常适合纳星轨道控制。在轨道高度 300 km 以上,利用激光微推力器百微牛量级的切向推力作用下,可以利用文中提出的半长轴变化量简化计算方法估算升轨或降轨能力。

(2) 纳星的质量轻、体积小,在纳星轨道任务设计阶段, 太阳光压摄动可以忽略, 大气阻力摄动在 500 km 以上可以不予考虑,地球非球形摄动对纳星的影响特性与大卫星类似, 比如地球扁率摄动引起轨道进动、对半长轴没有长期影响。

(3) 文中提出的简化方法对于不考虑摄动情况的任何类型卫星和任何类型轨道都适用, 只是要针对不同类型卫星和轨道特点,分析摄动带来的影响,提出相应的适用范围。

参考文献:

[1] Cao Xibin, Sun Zhaowei. Rapid Response Micro Satellite Design[M]. Beijing: Science Press, 2016: 1. (in Chinese)

[2] Kang Guohua, Yang Binghui, Liu Yao, et al. The technology of light control based on small satellite formation [J]. ***Aerospace Control***, 2018, 2: 42-47, 82. (in Chinese)

[3] Qiao Yi, Li Xiaoyu, Zhao Tian. Analysis on typical military application of small satellite [J]. ***Foreign Electronic Measurement Technology***, 2017, 36(3): 47-50. (in Chinese)

[4] Wen Xin. The application status and development trend of satellite cluster system [J]. ***Frontiers***, 2018, 12: 80-91. (in Chinese)

[5] Tan Sheng, Wu Jianjun, Zhang Yu, et al. Research progress of laser-supported space micropropulsion technology [J]. ***Journal of Propulsion Technology***, 2018, 11: 2415-2428. (in Chinese)

[6] Ru Chengbo, Xu Jianbing, Dai Ji, et al. A summary of MEMS based solid propellant microthrusters (SPM) array[J]. ***Explosive Materials***, 2016, 6: 1-6. (in Chinese)

[7] Liu Jianzhong, Liang Daolun, Wang Yang, et al. Review on MEMS-based solid propellant micro-propulsion [J]. ***Nanotechnology and Precision Engineering***, 2016, 14(1): 48-54. (in Chinese)

[8] Lin Laixing. Micro-propulsion system for modern dmall datellites[J]. ***Spacecraft Engineering***, 2010(6): 13-20. (in Chinese)

[9] Hong Yanji, Wang Guangyu, Dou Zhiguo. State of art of laser ablation microthruster [J]. ***Acta Aeronautica et Astronautica Sinica***, 2009, 30(9): 1555-1564. (in Chinese)

[10] Hua Zuohao, Guo Ning, Mao Chengli, et al. Development situation of laser solid micro-thrust technique [J]. ***Chemical Propellants & Polymeric Materials***, 2018(1): 13-18.

[11] Tang Guojian, Zhang Hongbo, Zhen Wei, et al. Dynamics and Control of Low-thrust Orbital Maneuver [M]. Beijing: Science Press, 2013: 43. (in Chinese)

[12] Zhang Hongbo. Theories and Methods of Spacecraft Orbital Mechanics [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2015: 61, 171, 221. (in Chinese)