

光微流控可调谐渐变折射率透镜特性研究

李冬冬¹, 吕迪¹, 韩冬冬¹, 梁猛¹, 佘江波²

(1. 西安邮电大学 电子工程学院, 陕西 西安 710121;

2. 中国科学院西安光学精密机械研究所 瞬态光学与光子技术国家重点实验室, 陕西 西安 710119)

摘要: 基于对流扩散效应, 利用有限元分析法建立了一种光学渐变折射率微腔流体透镜。分析了微腔中芯、包层液体在对流扩散过程达到稳定后的浓度分布情况, 即所谓的混合流体折射率分布。研究了对流扩散模型结构, 分别在一般情况下(芯层流体折射率大于包层流体折射率)和中心凹陷情况下(芯层流体折射率小于包层流体折射率), 沿流体流动方向的不同截面对流扩散后折射率分布情况。

关键词: 对流扩散效应; 渐变折射率; 有限元分析法

中图分类号: O439 文献标志码: A DOI: 10.3788/IRLA202049.0116002

Study on the properties of optical microfluidic tunable gradient refractive lens

Li Dongdong¹, Lv Di¹, Han Dongdong¹, Liang Meng¹, She Jiangbo²

(1. School of Electronic Engineering, Xi'an University of Post & Telecommunications, Xi'an 710121, China;

2. State Key Laboratory of Transient Optics and Photonics, Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710119, China)

Abstract: Based on convection-diffusion effect, a fluid lens with optical gradient refractive index microcavity was established by using finite element method. The stable concentration distribution of the core and cladding liquid after convection-diffusion process was analyzed, which was called refractive index distribution of mixed fluid. The structure of convection-diffusion model was studied. For gradient refraction index characteristics of optical microfluidic tunable lens, the effects of different cross-sections on the stability of refractive index distribution along the direction of fluid flow direction were studied respectively in general (the refractive index of core fluid was larger than that of cladding fluid) and in the case of central depression (the refractive index of core fluid was smaller than that of cladding fluid).

Key words: convection-diffusion effect; gradient refraction index; finite element analysis

收稿日期: 2019-09-05; 修订日期: 2019-10-15

基金项目: 国家自然科学基金(61805198); 陕西省教育厅专项科研项目(18JK0707)

作者简介: 李冬冬(1982-), 女, 副教授, 主要从事微纳光学材料和器件方面的研究。Email: dongdong19821111@163.com

0 引言

目前,微流控光学是电子系统的一个重要分支和发展方向,它是一门由集成光学和微流体相结合形成的交叉学科^[1]。微流控光学在很多领域都具有广阔的应用前景,如集成光学领域、生物分析领域和化学检测领域等交叉学科。

利用器件中介质的特定梯度折射率分布可以对光束实现分束、聚焦、准直、耦合等操控功能。由液体构成的渐变折射率透镜(即梯度折射率透镜)可以通过调节折射率分布或调节透镜形状来实现动态光束调节功能^[2]。梯度折射率微腔流体透镜的工作原理是,由于液体的折射率和浓度之间存在一定的关系,所以将浓度不同的液体进行混合,当混合液体的对流扩散过程达到稳定时,混合液体的浓度就会呈现稳定状态,在通过液体浓度和液体折射率之间的联系,就可以算出混合液体的折射率^[3]。渐变折射率微腔流体透镜就是通过这种原理辅以微型设备制造出来的,目前大都是那种通过刻蚀技术制成的透镜。

文中基于对流扩散效应,利用有限元分析法建立了一种光学渐变折射率微腔流体透镜。分析了微腔中芯、包层液体在对流扩散过程达到稳定后的折射率分布情况和浓度分布情况,即所谓的混合流体折射率分布。研究了对流扩散模型结构,分别在一般情况下(芯层流体折射率大于包层流体折射率)和中心凹陷情况下(芯层流体折射率小于包层流体折射率),沿流体流动方向的不同截面对流扩散后折射率分布情况。不同于市面上已经有的光束方向和液体流动方向相同的渐变折射率微腔流体透镜^[4-5],这种微腔流体透镜的光束方向和液体流动方向相反,不仅降低了仪器的制作难度,大大提高由对流扩散作用而形成的折射率渐变分布的利用效率,同时消除了仪器在出入口位置复杂的折射率分布,增加了光束的可操控性。由于其折射率可调的特性,渐变折射率微腔流体透镜在实际生产中有着广泛的应用,如新型自适应光波导器件的应用设计,微成像系统,分束,聚焦,偏转等功能和微流控光学监测系统^[6-8]。

1 理论模型

通常情况下,混合液体的非稳态对流扩散过程

可以通过菲克(Fick)第二定律求解^[9],但是菲克(Fick)第二定律也存在一定的缺陷,那就是无法解释流体流动对物质浓度的影响,所以文中选取了在解决此类问题上比较全面的对流扩散方程^[10],即:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \nabla^2 C - U \nabla C \quad (1)$$

式中: U 为微腔通道中的液体流速; C 为物质; D 为扩散系数; t 为时间。等式(1)右边第二项表示了材料对液体的扩散作用的影响。在混合流体的对流扩散作用达到稳定状态时,有限空间内的流体浓度就会趋于稳定,不再随着时间而变化,即 $\partial C/\partial t=0$ 。如图 1 所示,为笛卡尔坐标系下的对流扩散模型, X 轴正向为液体流动方向, Y 轴为微腔宽度方向,微腔宽度为 W , Z 轴为微腔深度方向,微腔深度为 H 。

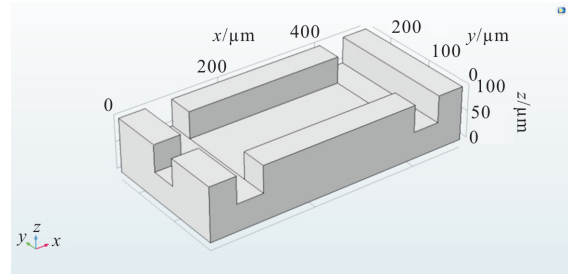


图 1 笛卡尔坐标系下的对流扩散模型

Fig.1 Convection-diffusion model in the Cartesian coordinate system

当微腔内流体的对流扩散过程趋于稳定时,在 XY 平面上的解析可以用如下公式表达^[3],即:

$$D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) - U \left(\frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial C}{\partial y} \right) = 0 \quad (2)$$

其中,公式(2)的级数近似表达形式可以写为如下公式,即:

$$c'(x', y') = r + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\pi n r)}{n} \cos(n \pi y') \times \exp \left[\frac{1}{2} (Pe - \sqrt{Pe^2 + 4n^2 \pi^2}) x' \right] \quad (3)$$

式中: $x' = \frac{x}{L}$, $y' = \frac{y}{W}$ 为归一化坐标; $c' = \frac{c}{C_0}$ 为归一化浓度。

初始位置边界条件为: $c'|_{x'=0, 0 \leq y' < 1} = 1$, $c'|_{x'=0, y'=r} = r$, $c'|_{x'=0, r \leq y' \leq 1} = 0$,当对流扩散过程达到稳定后,混合流体的浓度可以表示为: $\frac{\partial c'}{\partial y'}|_{x=\infty, 0 \leq y' \leq 1} = 0$ 。微腔壁即微腔边界上混合液体的浓度为: $\frac{\partial c'}{\partial y'}|_{y'=1} = 0$ 。通常情况

下,笔者用 P 或者 Pe 来表示对流与扩散的实际效果,全称为 Peclet Number^[11],当 Peclet Number 变小时,对流扩散过程中扩散比例增大,对流作用减小。其中, $Pe=|U|L/D$, U 表示流体的流动速度。

在微流体光学微腔中,微腔中的混合流体的流速是 $U=(U_{core}+U_{clad})/WH$,其中, U_{core} 表示芯层液体流速, U_{clad} 表示外层液体流速。在上文中提出的边界条件中, r 表示的是芯层液体和外层液体的初始边界,可以由方程(4)得到,即:

$$\alpha\beta^2(r-1)+r(r-1)[r^2+3r-\alpha(r-1)(r-4)]\beta-r^4=0 \quad (4)$$

式中: $\alpha=\frac{U_{core}}{U_{clad}}$, $\beta=\frac{\mu_{core}}{\mu_{clad}}$, μ_{core} 表示芯层液体的粘性系数; μ_{clad} 为外层液体的粘性系数。

笔者采用有限元分析的方法,求解微腔中混合流体在对流扩散达到稳定状态后的浓度分布和折射率分布情况。首先,通过边界状态下的条件,求解方程(1),在了解边界条件下的分布情况后,进而求解折射率的具体分布^[12]。

2 数值结果分析

2.1 对流扩散模型器件性能分析

对流扩散模型如图 2 所示: x 轴正向为液体流动方向, y 轴为微腔宽度方向, z 轴为微腔深度方向,对流扩散模型长 $300\ \mu\text{m}$,深 $50\ \mu\text{m}$,包层液体从两侧入口流入,芯层液体从中心入口流入,这三个入口的宽度和深度也都是 $50\ \mu\text{m}$,在芯层液体和外层液体流入微腔后,混合液体在微腔内进行对流扩散作用,混合液体的流动速度通过换算公式计算得出。

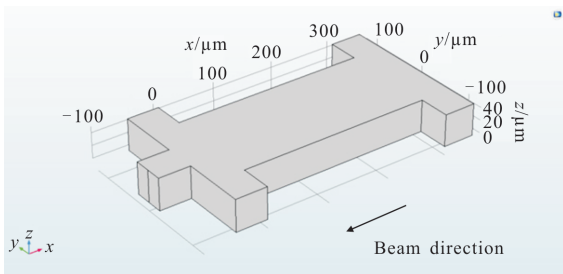


图 2 对流扩散模型微流腔的结构和尺寸

Fig.2 Structure and size of microfluidic cavity in convection-diffusion model

混合液体在微腔中发生作用时,扩散系数 D 是影响对流扩散过程的一个重要因素。扩散系数的大

小不仅由液体自身决定,还受到浓度、温度等外界环境的影响。具体数值为,当去离子水与乙二醇的浓度比例为 $0.95\sim 0.025$ 时,相对应的扩散系数为 $1.67\times 10^{-9}\sim 9.28\times 10^{-10}\ \text{m}^2/\text{s}$ ^[13]。液体的扩散系数 D 受温度影响比较大,对于芯层液体,将质量分数为 0.7 的乙二醇溶液的温度从 $30\ ^\circ\text{C}$ 降低到 $20\ ^\circ\text{C}$ 时,相应的扩散系数 D 也会从 $4.52\times 10^{-10}\ \text{m}^2/\text{s}$ 变化到 $2.98\times 10^{-10}\ \text{m}^2/\text{s}$ 。用来描述对流扩散相对程度的参数为 Pe ,由

$$Pe=\frac{|U|L}{D} \quad (5)$$

可以看出,其主要影响因素还是扩散系数 D 和混合流体流动速度 U ^[14]。

2.2 结果与讨论

2.2.1 沿流体流动方向不同截面处对折射率分布的影响

当 D 和 U 确定之后,设置参数流体的速度 $U_1=U_{core}=2\ 500\ \text{pL/s}$,扩散系数 $D=1\times 10^{-9}\ \text{m}^2/\text{s}$ 。并且在对流扩散过程中,为了防止浓度、温度等外界条件对扩散系数的影响,选取 25% 乙二醇溶液作为中心层液体,去离子水作为外层液体,从而提高分析结果的准确性^[13]。计算结果如图 3 所示。

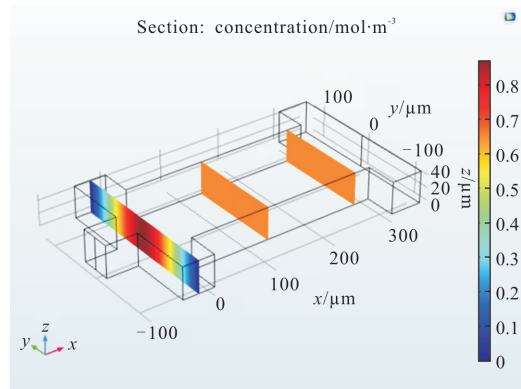


图 3 流速 $U_1=U_{core}=3\ 000\ \text{pL/s}$,扩散系数 $D=1\times 10^{-9}\ \text{m}^2/\text{s}$ 时 yz 平面内的浓度分布

Fig.3 Concentration distribution in the yz plane at the flow rate of $U_1=U_{core}=3\ 000\ \text{pL/s}$ and diffusion coefficient $D=1\times 10^{-9}\ \text{m}^2/\text{s}$

图 3~图 6 中,微腔中混合液的对流扩散过程达到稳定状态之后,浓度分布存在显著差异,可以通过一定的换算方式得到折射率分布,与浓度分布呈线性关系。如图 3 所示,在 yz 平面内,在坐标 $x=0$ 处,沿 y 方向在不同位置存在不同的折射率分布,并且中心折射率为最大,向两端逐渐减小,呈梯度渐变分

布。如图 4 所示,在 xy 平面内,随着溶液的流入,由于扩散作用,在坐标 $y=0$ 处,沿 x 方向折射率逐渐减小并趋于稳定,在坐标 $x=0$ 处,沿 y 方向折射率逐渐增大并趋于稳定。图 5 为 zx 平面内的浓度分布,如图所示,在坐标 $y=0$ 处,沿 x 方向折射率逐渐减小并趋于稳定,折射率呈渐变分布。图 6 为某固定 x 值位置处的 yz 平面浓度等值分布,如图所示,在 yz 平面内,以中心位置为标准,越远离中心位置的液体折射率越小。这实现了要达到的折射率的梯度效应,当光束垂直入射时可以给出不同的结果。由于在不同位置存在不同的渐变折射率分布,因此调节光束在微腔的不同位置垂直入射,可以实现不同的出射效果。

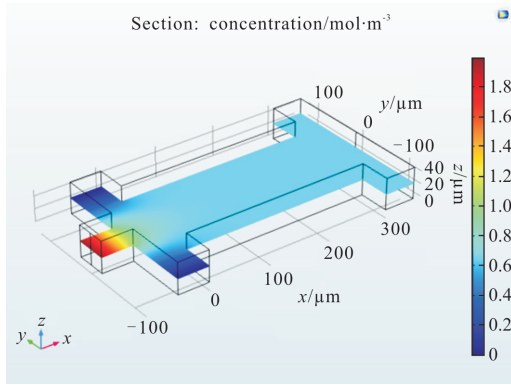


图 4 流速 $U_1=U_{core}=3\ 000\ \text{pL/s}$, 扩散系数 $D=1\times 10^{-9}\ \text{m}^2/\text{s}$ 时 xy 平面内的浓度分布

Fig.4 Concentration distribution in the xy plane at the flow rate of $U_1=U_{core}=3\ 000\ \text{pL/s}$ and diffusion coefficient $D=1\times 10^{-9}\ \text{m}^2/\text{s}$

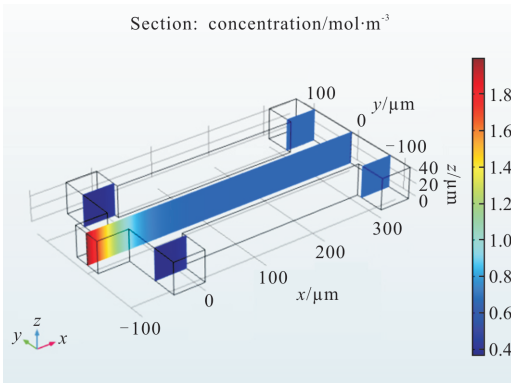


图 5 流速 $U_1=U_{core}=3\ 000\ \text{pL/s}$, 扩散系数 $D=1\times 10^{-9}\ \text{m}^2/\text{s}$ 时 zx 平面内的浓度分布;

Fig.5 Concentration distribution in the zx plane at the flow rate of $U_1=U_{core}=3\ 000\ \text{pL/s}$ and diffusion coefficient $D=1\times 10^{-9}\ \text{m}^2/\text{s}$

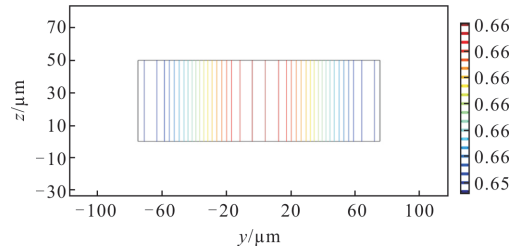


图 6 某固定 X 值位置处的 yz 平面浓度等值分布(流速 $U_1=U_{core}=3\ 000\ \text{pL/s}$, 扩散系数 $D=1\times 10^{-9}\ \text{m}^2/\text{s}$)

Fig.6 Equivalent distribution of yz plane concentration at a fixed X -value position (flow rate $U_1=U_{core}=3\ 000\ \text{pL/s}$, diffusion coefficient $D=1\times 10^{-9}\ \text{m}^2/\text{s}$)

2.2.2 中心凹陷的渐变折射率分布

第 2.2.1 节在分析时,采用的芯层流体和包层流体是 25% 乙二醇溶液和去离子水,中心层流体的折射率大于外侧液体的折射率,此时混合流体稳定后的折射率和浓度分布特点是:由内向外折射率逐渐减小。与前面不同,选取芯层流体和包层流体分别是去离子水和 25% 乙二醇溶液,使中心层流体的折射率小于外侧液体的折射率,即扩散系数 $D=1\times 10^{-9}\ \text{m}^2/\text{s}$,并保持 $U_1=U_{core}=3\ 000\ \text{pL/s}$ 。当混合液体达到稳定后的浓度分布如图 7~10 所示。

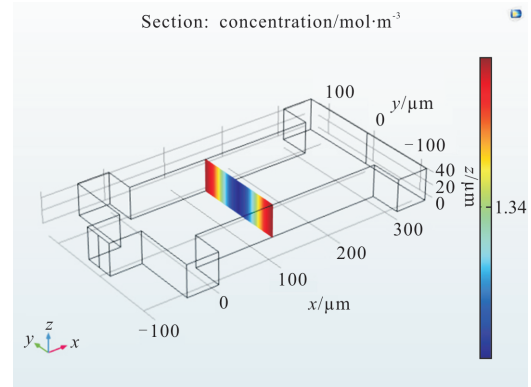


图 7 流速 $U_1=U_{core}=3\ 000\ \text{pL/s}$, 扩散系数 $D=1\times 10^{-9}\ \text{m}^2/\text{s}$; yz 平面内的浓度分布

Fig.7 Concentration distribution in the yz plane at the flow rate of $U_1=U_{core}=3\ 000\ \text{pL/s}$ and diffusion coefficient $D=1\times 10^{-9}\ \text{m}^2/\text{s}$

芯液的折射率低于外液的折射率,并使 $U_1=U_{core}=3\ 000\ \text{pL/s}$, 扩散系数 $D=1\times 10^{-9}\ \text{m}^2/\text{s}$ 时的浓度分布,并通过一定的换算方式可以得到了折射率分布,与浓度分布呈线性关系。如图 7 所示,在 yz 平面内,在坐标 $x=0$ 处,沿 y 方向在不同位置存在不同的折射率分布,并且中心折射率为最小,向两段逐渐减小,

呈梯度渐变分布。如图 8 所示,在 xy 平面内,随着溶液的流入,由于扩散作用,在坐标 $y=0$ 处,沿 x 方向折射率逐渐增大并趋于稳定,在坐标 $x=0$ 处,沿 y 方向折射率逐渐减小并趋于稳定。图 9 为 zx 平面内的浓度分布,如图所示,在坐标 $y=0$ 处,沿 x 方向折射率逐渐增大并趋于稳定,折射率呈渐变分布。图 10 为某固定 x 值位置处的 yz 平面浓度等值分布,如图所示,在 yz 平面内,以中心位置为标准,越远离中心位置的液体折射率越大。分析可得,由于中心层流体的折射率低于外层流体的折射率,所以折射率分布的另一特点是:从中心向两边推移,折射率逐渐呈现增大的趋势。这种渐变效果也有着极其广泛的应用,例如,分光束的对焦、制作分光器件等,同时还能够对分光束实现聚焦,并且可以通过控制流速来调节出射光线的偏转角和焦距。

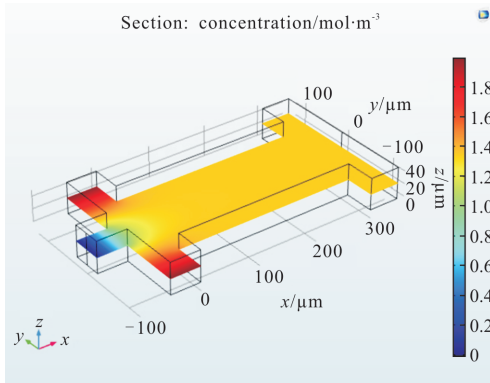


图 8 流速 $U_1=U_{cnc}=3\ 000\ \text{pL/s}$, 扩散系数 $D=1\times 10^{-9}\ \text{m}^2/\text{s}$;
 xy 平面内的浓度分布

Fig.8 Concentration distribution in the xy plane at the flow rate of $U_1=U_{cnc}=3\ 000\ \text{pL/s}$ and diffusion coefficient $D=1\times 10^{-9}\ \text{m}^2/\text{s}$

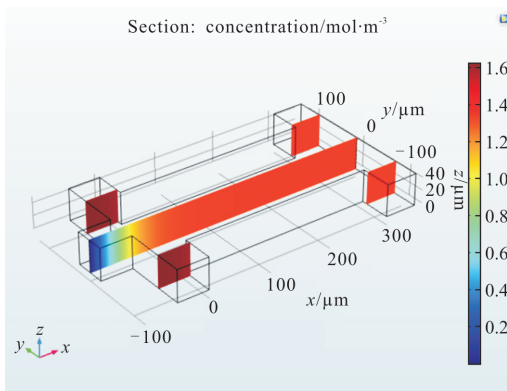


图 9 流速 $U_1=U_{cnc}=3\ 000\ \text{pL/s}$, 扩散系数 $D=1\times 10^{-9}\ \text{m}^2/\text{s}$;
 zx 平面内的浓度分布

Fig.9 Concentration distribution in the zx plane at the flow rate of $U_1=U_{cnc}=3\ 000\ \text{pL/s}$ and diffusion coefficient $D=1\times 10^{-9}\ \text{m}^2/\text{s}$

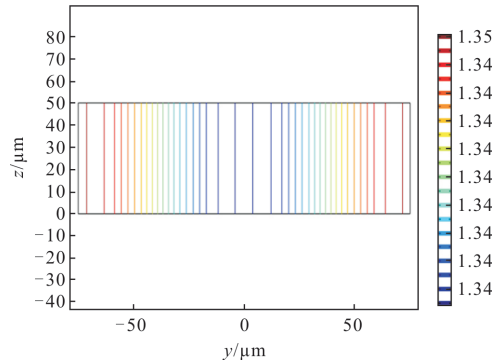


图 10 某固定 X 值位置处的 yz 平面浓度等值分布(流速 $U_1=U_{cnc}=3\ 000\ \text{pL/s}$, 扩散系数 $D=1\times 10^{-9}\ \text{m}^2/\text{s}$)

Fig.10 Equivalent distribution of yz plane concentration at a fixed X -value position (flow rate $U_1=U_{cnc}=3\ 000\ \text{pL/s}$, diffusion coefficient $D=1\times 10^{-9}\ \text{m}^2/\text{s}$)

3 结论

文中建立了一种光学渐变折射率微腔流体透镜,并基于有限元法分析了微流腔内的对流扩散效应。研究了对流扩散模型结构,通过分别对在一般情况下(芯层流体折射率大于包层流体折射率)和中心凹陷情况下(芯层流体折射率小于包层流体折射率)的折射率分布进行分析,得到的结论是:由于在不同位置存在不同的渐变折射率分布,因此调节光束在微腔的不同位置垂直入射,可以实现不同的出射效果。第二种情况下,由于中心层流体的折射率低于外层流体的折射率,所以折射率分布的另一特点是:从中心向两边推移,折射率逐渐呈现增大的趋势。这种渐变效果,也有着极其广泛的应用,例如,分光束的对焦、制作分光器件等,同时还能够对分光束实现聚焦,并且可以通过控制流速来调节出射光线的偏转角和焦距。

参考文献:

[1] Sun Yunli, Wang Changhui, Le Zichun. Analysis of the tunable liquid gradient index based on optofluidics [J]. *Acta Physica Sinica*, 2014, 63(15): 154701. (in Chinese)
孙运利, 王昌辉, 乐孜纯. 基于微流控光学可调谐的渐变折射率特性研究[J]. *物理学报*, 2014, 63(15): 154701.

[2] Zickar M, Noell W, Marxer C, et al. MEMS compatible micro-GRIN lenses for fiber to chip coupling of light [J]. *Optics Express*, 2006, 14(10): 4237-4249.

[3] 朱清溢. 渐变折射率光子晶体的负折射特性及相关应用研

- 究[D]. 电子科技大学, 2016.
- [4] Yang Y, Chin J M, Tsai D P, et al. Transformation optofluidics for large-angle light bending and tuning[J]. *Lab Chip*, 2012, 12(19): 3785–3790.
- [5] Yang Y, Liu A Q, Chin L K, et al. Optofluidic waveguide as a transformation optics device for light wave bending and manipulation[J]. *Nat Commun*, 2012, 651(3): 1–7.
- [6] Chen Tao, Liang Zhongcheng, Qian Chen, et al. Properties of novel variable optical attenuator based on electrowetting microprisms [J]. *Acta physica Sinica*, 2010, 59 (11): 7906–7910. (in Chinese)
陈陶, 梁忠诚, 钱晨, 等. 基于电润湿微棱镜技术的可调光衰减器特性分析[J]. 物理学报, 2010, 59(11): 7906–7910.
- [7] 梁忠诚, 赵瑞. 微流控光学及其应用 [J]. 激光与光电子学进展, 2008, (6): 16–23.
- [8] 梁忠诚, 徐宁, 涂兴华, 等. 新颖的微流控光学变焦透镜阵列集成器件[J]. 光电工程, 2008, (9): 32–35.
- [9] He Yubo, Tang Xianhua, Lin Xiaoyan. Numerical simulation of a class of Fitzhugh–Nagumo systems based on the lattice Boltzmann method [J]. *Acta Physica Sinica*, 2016, 65(15): 154701. (in Chinese)
何郁波, 唐先华, 林晓艳. 基于格子玻尔兹曼方法的一类 FitzHugh–Nagumo 系统仿真研究 [J]. 物理学报, 2016, 65(15): 154701
- [10] Perumal M, Ranga Raju K G. Approximate convection-diffusion equations[J]. *J Hydrol Eng*, 1999, 4(2): 160–164.
- [11] Shen Zicai, Shen Jian, Liu Shijie, et al. Discussion on the stratified merit of graded index coatings [J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, 56(3): 1325–1328. (in Chinese)
沈自才, 沈建, 刘世杰, 等. 渐变折射率薄膜的分层评价探讨[J]. 物理学报, 2007, 56(3): 1325–1328.
- [12] Hayat T, Shehzad S A, Alsaedi A, et al. Mixed convection stagnation point flow of casson fluid with convective boundary conditions[J]. *Chin Phys Lett*, 2012, 29(11): 114704.
- [13] Ternstrom G, Sjostrand A, Aly G, et al. Mutual diffusion coefficients of water +Ethylene glycol and water +glycerol mixtures[J]. *J Chem Eng Data*, 1996, 41(4): 876–879.
- [14] Rehman A, Nadeem S. Mixed convection heat transfer in micropolar nanofluid over a vertical slender cylinder [J]. *Chin Phys Lett*, 2012, 29(12): 124701.