

超声激励下不同预紧力作用的裂纹生热建模

杨正伟^{1,2}, 寇光杰¹, 周伟¹, 李胤³, 朱杰堂¹, 张炜¹

(1. 火箭军工程大学, 陕西 西安 710025; 2. 西安交通大学 机械工程学院, 陕西 西安 710049;
3. 中国空气动力研究与发展中心, 四川 绵阳 621000)

摘要: 为揭示超声红外热成像检测中缺陷区域的生热机理, 考虑预紧力对缺陷生热的影响, 采用裂纹试件开展了预紧力分别为 100、150、200 N 的检测试验, 发现裂纹区域温度与预紧力正相关, 裂纹两端的生热量明显高于裂纹中段, 尖端热斑最明显, 且不同预紧力下圆形热斑最明亮。基于单自由度有阻尼位移激励系统和热源温度场叠加法建立了超声激励下裂纹生热的简易数学模型, 通过计算参考点 P_1 和裂纹尖端点 P_2 的温度变化, 发现 P_1 点温度变化与试验结果一致, 随着预紧力增大, P_2 点的计算结果与试验温升曲线拟合误差减小, 且温升速率变化逐渐趋于一致。该模型能够较好地描述裂纹的生热过程, 为超声红外热成像检测的加载参数优化提供了模型基础, 具有一定的理论意义与工程价值。

关键词: 生热机理; 裂纹; 预紧力; 超声红外热成像

中图分类号: TG115.28 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA20200158

Theoretical model for heat generation of crack on different preload force under ultrasound excitation

Yang Zhengwei^{1,2}, Kou Guangjie¹, Zhou Wei¹, Li Yin³, Zhu Jietang¹, Zhang Wei¹

(1. Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China; 2. School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 3. China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000, China)

Abstract: In order to reveal the heat generation mechanism of crack during ultrasonic infrared thermography testing, an experiment was finished about testing a crack specimen when preload force was 100 N, 150 N and 200 N respectively based on the influence of preload force on heat generation of defects, and some results were obtained. It was observed that preload force was a direct ratio of the temperature evolution at crack field. Besides, the heat generation at both ends of the crack was significantly higher than the middle section, the hot spot in tip was most obvious, and the circle hot spot was most bright. Based on single degree of freedom damped system by displacement excitation and heat source temperature field superposition principle, a simple mathematical model for heat generation of crack

收稿日期: 2020-04-08; 修订日期: 2020-05-09

基金项目: 中国博士后科学基金((2019M650262); 陕西省自然科学基金(2020JM-354); 中国航空科学基金(201803U8003)

作者简介: 杨正伟(1982-), 男, 副教授, 博士生导师, 博士, 主要从事飞行器推进系统检测与故障诊断等方面的研究。

Email: yangzhengwei1136@163.com

通讯作者: 李胤(1990-), 男, 工程师, 博士, 主要从事飞行器结构检测与故障诊断等方面的研究。Email: diyilly@163.com

under ultrasound excitation was proposed. After the temperature evolution of the reference point P_1 and the crack tip point P_2 was calculated by the theory model, it was found that the temperature evolution of P_1 was consistent with the experiment result, and the error would decline between the temperature evolution of P_2 and the temperature evolution curves and the temperature evolution rise was consistently between the both when the preload force increased. This model can describe the heat generation process at crack and provide a model foundation for the testing parameters optimization of ultrasonic infrared thermography testing, with certain theoretical significance and engineering value.

0 引言

超声红外热成像技术 (Ultrasonic Infrared Thermography Testing, UIT) 是一种采用典型机械激励产生热源的红外热成像技术 (Infrared Thermography Testing, IRT), 具有缺陷选择性生热的特点, 高效无损, 特别适合复杂结构^[1-3]。近期, 国内外学者又结合超声激励下试件的非线性振动特性和红外热成像技术, 提出了非线性超声红外热成像技术 (Nonlinear Ultrasonic Stimulated Thermography Testing, NUST)^[1, 4-5]。超声红外热成像检测的基本过程主要包括超声激励下缺陷区域生热, 热流传导, 表面温度场采集, 数据提取与后处理四个部分^[6, 9]。

当前, 超声红外热成像技术已在工业检测中得到了广泛的应用, 国内外学者围绕检测条件的选取和应用开展了大量的研究, 但超声红外热成像检测机理的核心是超声激励下的缺陷生热机理。1979年, 继 Henneke 等^[9]、提出红外热成像这一检测方法后, Reifsnider 等^[10]随后就分析了超声红外热成像的基础机理, 主要包括红外辐射探测、能量耗散生热、热量分布等方面。国内张淑仪等^[11, 12]基于瞬态动力学针对超声波引起固体微裂纹的生热现象建立了弹性摩擦有限元模型, 推导了裂纹界面相对速度的计算公式, 通过考虑谐波成份, 分析了超声激励源位置对生热的影响, 并指出: 随着接触压力增大, 可能出现塑变生热。Han 等^[13]对含矩形边裂纹的平板在超声激励下的生热现象进行了研究, 分析了裂纹面的相对运动, 接触力及裂纹区域的能量耗散情况, 得到由能量耗散引发的热流密度公式, 进而发现超声红外热成像技术中选择性生热的原因是缺陷处的阻尼导

致了能量耗散。刘慧^[14]依据超声波在缺陷处的传导及衰减等现象, 采用接触动力学理论研究了裂纹界面的碰撞问题, 推导了含缺陷试件的一维热传导公式。郭兴旺等^[15-16]基于系统动力学, 以裂纹界面的接触阻尼导致能量耗散作为热源进行计算, 分别建立了含裂纹平板的单自由度有阻尼振动系统和二自由度有阻尼振动系统, 推导了裂纹平板试件的表面温度场, 并与试验结果进行了对比。Vaddi^[17]基于 Green 函数, 建立了超声红外热成像技术中缺陷生热的一维热传导模型。

上述研究取得了丰硕的成果, 极大地推动了超声红外热成像技术的应用范围。但大多数对于超声激励下缺陷的生热机理采用了有限元方法进行研究, 计算时间较长, 理论建模方面仍不够完善。文中基于超声红外热成像检测中的缺陷生热温升现象, 通过分析不同预紧力作用下裂纹区域生热的表面温度变化, 基于单自由度有阻尼位移激励系统和热源温度场叠加法, 建立了超声激励下裂纹生热的简易数学模型, 为超声红外热成像检测中加载参数优化提供了模型基础, 具有较强一定的理论意义和工程应用价值。

1 试验过程

1.1 裂纹预制

如图 1 所示, 试件材料为航空航天领域应用广泛的 2219-T87 铝合金, 采用激光切割技术在其边缘切出长 10 mm 的缝隙后预制总长约 45 mm 的裂纹; 平板长 100 mm, 宽 100 mm, 厚 4 mm, 力学和热学性能参数如表 1 所示。

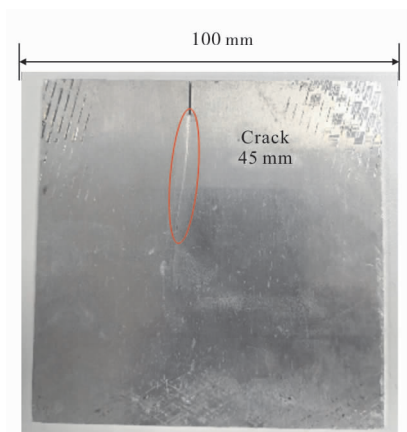


图 1 平板裂纹试件
Fig.1 Crack plate specimen

表 1 试件参数

Tab.1 Specimen parameters

Density/ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	Specific heat capacity/ $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{C}^{-1}$	Thermal conductivity $/\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{C}^{-1}$	Thermal diffusivity/ $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
2 840	864	120	4.89×10^{-5}

1.2 装置及步骤

如图 2 所示, 试验设备采用南京诺威尔光电系统有限公司的超声红外热成像检测平台, 德国 Infra Tec 公司的 Vhr 680 非制冷型红外热像仪(采集频率 50 Hz), 并外置温度计对比设定红外热像仪参数, 通过便携式计算机系统处理采集到的检测得到的热图序列。将医用胶布作为超声变幅杆与试件之间的耦合剂, 为使热像仪采集到正确的温度数据, 在试件表面均匀涂抹水溶性黑漆。试验步骤如下。

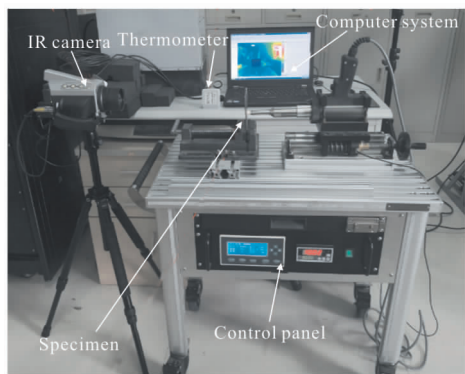


图 2 超声红外热成像检测平台
Fig.2 Testing station of UIT

(1) 利用平台上的平口钳将试件夹紧, 随后调节变幅杆, 使其端面与试件表面恰好接触, 此时将预紧

力调零。

(2) 为保证采集数据精确且无遗漏, 通过观察温湿度计的温度 $27.2 \text{ }^\circ\text{C}$, 将红外热像仪的测温范围调节至 $27 \sim 43 \text{ }^\circ\text{C}$ 。

(3) 变幅杆频率为 20 kHz, 端面振幅约为 $100 \text{ } \mu\text{m}$, 幅值设置为 70%, 调节预紧力至 100 N, 控制激励时间约 0.4 s, 记录第一组热图序列。

(4) 保持其余参数不变, 分别调节预紧力至 150、200 N, 记录第二组、第三组热图序列。

1.3 试验结果

对裂纹区域 P_1 和 P_2 的数据进行处理, 绘制温升曲线, 其中 P_1 为参考点, P_2 为裂纹尖端, 如图 3 所示。

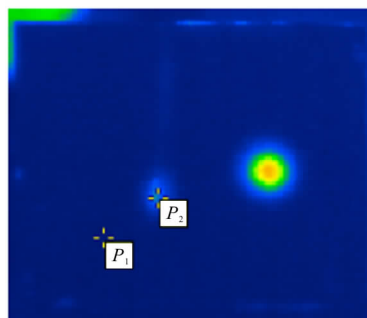


图 3 试验中选择的测温点
Fig.3 Temperature measurement point in experiment

将热图序列每隔 0.1 s 提取一帧, 得到结果如图 4 所示。可以看出, 随着激励时间增加, 同一预紧力作用下裂纹区域热斑亮度逐渐增加, 到 0.4 s 左右热斑最亮, 但裂纹两端的热斑明显亮于中间, 且裂纹尖端最亮, 这是因为裂纹尖端界面接触充分导致摩擦充足, 裂纹开口段界面虽接触不足但振动效应最强烈。此外, 三种预紧力作用下变幅杆均与试件表面接触最紧密, 导致圆形热斑最亮。随着预紧力从 100 N 增大至 200 N, 同一时刻裂纹区域热斑亮度明显增加, 这是因为预紧力增大后变幅杆与试件表面接触力增大, 接触更加紧密, 可能引发了“声混沌”现象^[18], 有助于裂纹区域生热。

为更直观地研究裂纹区域的温度变化, 提取裂纹尖端 P_2 点的温度数据, 绘制出不同预紧力作用下裂纹尖端表面温度随时间的变化情况, 如图 5 所示。可以看出, 裂纹区域在 0.35 s 左右均已经完成温升过程, 0.35 s 后由于不再施加超声振动进入热平衡

阶段。整体温升过程不同预紧力作用下的温度峰值分别为 31.50 °C、33.00 °C、35.25 °C，表明预紧力与裂纹尖端温度正相关。

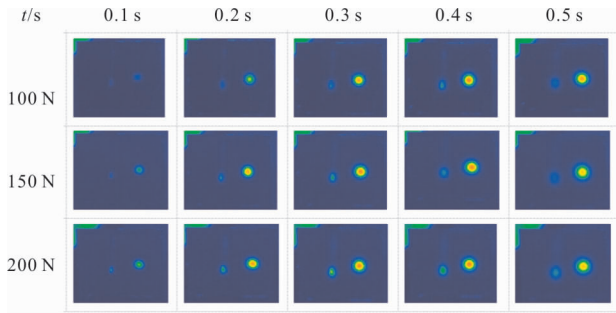


图 4 不同预紧力条件下的热图序列

Fig.4 Heat picture sequence under different preload forces

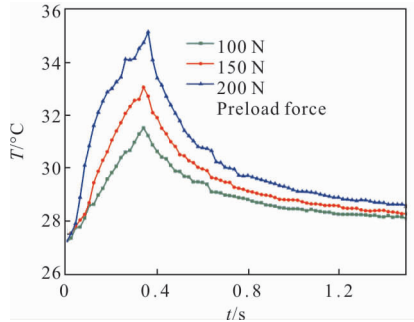


图 5 不同预紧力下试件 P₂ 点的温度变化曲线

Fig.5 Temperature evolution curve of P₂ under different preload forces

2 模型建立

2.1 单自由度有阻尼位移激励系统

超声激励下裂纹区域由于阻尼耗散会产生热量，热量传导至表面，造成裂纹区域温度明显升高^[13, 15]，即超声红外热成像技术的选择性生热过程。

将超声激励下裂纹生热简化为一位移激励系统，如图 6 所示，试件质量为 m ，系统刚度为 k ，将裂纹区域生热看作阻尼 c 。设 m 的位移 x 为广义坐标，当 m 离开平衡位置 x 时，弹簧形变为 $x-x_s$ ，速度差为 $\dot{x}-\dot{x}_s$ 。则系统的动力学方程为：

$$m\ddot{x}+k(x-x_s)+c(\dot{x}-\dot{x}_s)=0 \quad (1)$$

检测中变幅杆作简谐运动，

$$x_s=asin\omega t \quad (2)$$

式中： a 为激励幅值； ω 为激励圆频率，将公式(2)代入公式(1)，系统方程可写为：

$$m\ddot{x}+kx+c\dot{x}=kasin\omega t+cacos\omega t \quad (3)$$

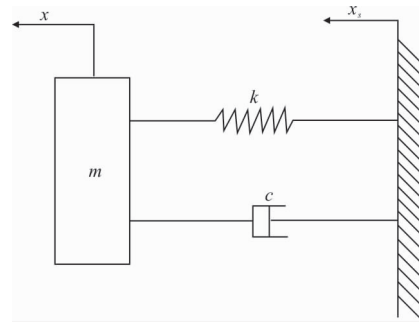


图 6 单自由度有阻尼位移激励系统

Fig.6 Single degree of freedom damped displacement excitation system

根据微分方程的叠加原理，并将公式(3)两边同除以 m ，得到：

$$\begin{cases} \ddot{x}_1+2\alpha x_1+\omega_n^2 \dot{x}_1=q\sin\omega t \\ \ddot{x}_2+2\alpha x_2+\omega_n^2 \dot{x}_2=p\cos\omega t \end{cases} \quad (4)$$

式中： $2\alpha=c/m$ ， $\omega_n^2=k/m$ ， $q=ka/m$ ， $p=ca/m$ 。则方程的解为：

$$\begin{cases} x_1=A_1 e^{-\alpha t} \sin(\omega_d t+\varphi)+B_1 \sin(\omega t-\varphi) \\ x_2=A_2 e^{-\alpha t} \sin(\omega_d t+\varphi)+B_2 \cos(\omega t-\varphi) \end{cases} \quad (5)$$

通常，动力学分析中不考虑快速衰减的指数项，只研究稳态情况，郭兴旺等^[15]也证明瞬态衰减项对温升几乎没有影响。因此，公式(1)的稳态解可写为：

$$x(t)=B_1 \sin(\omega t-\varphi)+B_2 \cos(\omega t-\varphi) \quad (6)$$

稳态速度为：

$$\dot{x}(t)=-\omega \sqrt{B_1^2+B_2^2} \sin(\omega t-\varphi-\beta) \quad (7)$$

式中： $B_1=(ka/\omega_n^2) / \sqrt{(1-\lambda^2)^2+(2\xi\lambda)^2}$ ； $B_2=(ca/\omega_n^2) / \sqrt{(1-\lambda^2)^2+(2\xi\lambda)^2}$ ； $\beta=\tan^{-1}(B_1/B_2)$ ；阻尼比 $\xi=\alpha/\omega_n$ ；频率比 $\lambda=\omega/\omega_n$ ， $\varphi=\arctan(2\xi\lambda)/(1-\lambda^2)$ 。

将阻尼耗散功率作为生热功率进行计算，则有：

$$P_t=c\dot{x}^2(t)=c\omega^2 (B_1^2+B_2^2) \sin^2(\omega t-\varphi-\beta) \quad (8)$$

但 P_t 为周期函数，不利于引入计算，故采用正弦变量的有效值，得到 m 的有效速度为：

$$\bar{\dot{x}}(t)=\frac{\omega}{\sqrt{2}} \sqrt{B_1^2+B_2^2} \quad (9)$$

由于变幅杆与试件表面的接触效应会引发“声

混沌”这种强非线性现象^[18-19],对温升有促进作用影响较大,且检测中预紧力对温升影响很大。为描述“声混沌”现象和预紧力对温升的作用,提出引入与二者相关的试探函数 $\Omega(F)$,则有效生热功率为:

$$\bar{P}_i(t) = c\Omega(F)x^{-2}(t) = \frac{1}{2}c\Omega(F)\omega^2(B_1^2 + B_2^2) \quad (10)$$

2.2 考虑边界条件的温度场求解

前述单自由度有阻尼位移激励系统提出了裂纹区域生热的表示方法,但对于热量在试件中的传导仍需进行求解。可将热传导过程看作有限大面热源在无限大介质内持续发热的情况,采用热源温度场叠加法^[20]求解试件的表面温度场。

为简化模型,进行如下假设:

- (1) 将裂纹区域看作矩形面热源,且矩形面热源上产热均匀;
- (2) 忽略因边缘缺口和裂纹引发的试件不均匀性,材料参数各向同性;
- (3) 将试件边界与空气的对流作用作为绝热边界进行处理。

基于上述简化原则,建立如图 7 的热传导模型,以裂纹尖端为原点建立直角坐标系,研究平板上任意位置 $Q(x,y,z)$ 点的温度变化。

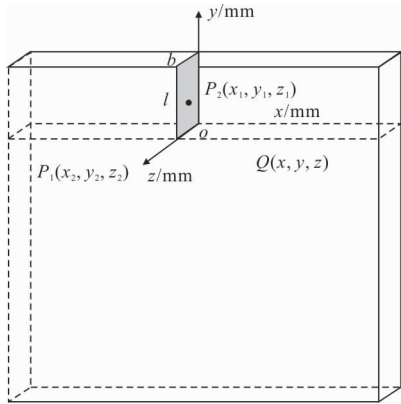


图 7 有限大面热源热传导

Fig.7 Thermal conduction of finite large surface heat source

对于有效发热功率 $\bar{P}_i(t)$ 作用下的单热源,一个时间微元 dt 内产生的温升 $d\theta$ 可表示为:

$$d\theta = \frac{\bar{P}_i(t)dt}{4C\rho\sqrt{4\pi\delta}} e^{-\frac{x^2}{4\delta t}} \cdot \left[\operatorname{erf}\left(\frac{z}{\sqrt{4\delta t}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{z-l}{\sqrt{4\delta t}}\right) \right] \cdot \left[\operatorname{erf}\left(\frac{y}{\sqrt{4\delta t}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{y-b}{\sqrt{4\delta t}}\right) \right] \quad (11)$$

式中: b 为矩形面热源长度; l 为宽度; C 为比热容; ρ 为密度; δ 为热扩散率。则检测过程中生热阶段的试件温度场可表示为:

$$\theta_e(t) = \int_0^t \frac{\bar{P}_i(t)dt}{4C\rho\sqrt{4\pi\delta t}} e^{-\frac{x^2}{4\delta t}} \cdot \left[\operatorname{erf}\left(\frac{z}{\sqrt{4\delta t}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{z-l}{\sqrt{4\delta t}}\right) \right] \cdot \left[\operatorname{erf}\left(\frac{y}{\sqrt{4\delta t}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{y-b}{\sqrt{4\delta t}}\right) \right] \quad (12)$$

若激励时间持续 τs , 则热传导阶段的试件温度场为:

$$\theta_p(t) = \frac{\int_0^\tau \theta_e dt}{4C\rho\sqrt{4\pi\delta\tau}} e^{-\frac{x^2}{4\delta t}} \cdot \left[\operatorname{erf}\left(\frac{z}{\sqrt{4\delta t}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{z-l}{\sqrt{4\delta t}}\right) \right] \cdot \left[\operatorname{erf}\left(\frac{y}{\sqrt{4\delta t}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{y-b}{\sqrt{4\delta t}}\right) \right] \quad (13)$$

根据公式(12)、(13),可计算裂纹平板试件的温度场。

3 结果对比及分析

3.1 结果对比

模型对温升过程更加关注,因此只研究试验中温升阶段的前 0.35 s,即公式(12)结果。因试验结果表明预紧力对裂纹生热的影响很大,但与生热的关系未知,故采用在模型计算时将其简化为简单线性相乘关系,采用试凑法,取试探函数 $\Omega(F)=0.71 F$,其余参数见表 2。为验证模型的正确性,取裂纹外参考点 $P_1(-0.01, -0.01, 0.004)$ 进行计算,预紧力设置为 150 N,并与试验结果进行对比,如图 8 所示。其次,计算温升最高点 $P_2(0.000 01, 0, 0.004)$ 的温度变化,其中 x 值不能为 0,否则指数项 $\exp[-(x^2)/(4\delta t)]$ 分母为 0 无法计算。在 Matlab 程序中热传导积分过程设置为 Simpson 积分循环,步长为 10^{-3} ,求积误差为 10^{-4} ,得到对比结果,如图 9 所示。

表 2 计算参数选取

Tab.2 Calculation parameters selection

m/kg	a/m	ω/Hz	$k/N \cdot m^{-1}$	$c/N \cdot m \cdot s^{-1}$	b/m	l/m
0.113 6	70×10^{-6}	$40 000\pi$	2.5×10^9	2 583	0.045	0.004

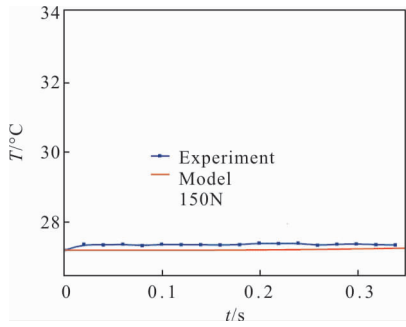
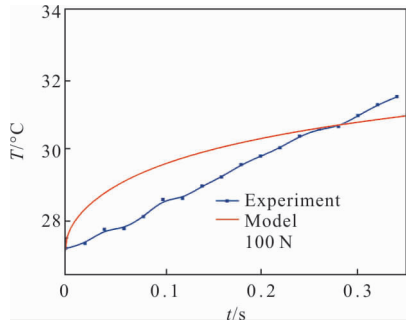


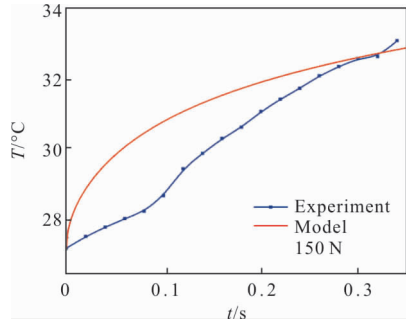
图 8 参考点 P_1 对比图

Fig.8 Comparison figure of reference point P_1



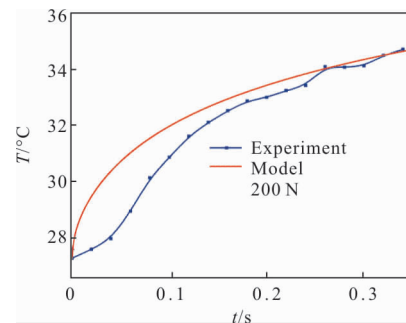
(a) 100 N 对比图

(a) Comparison figure under 100 N



(b) 150 N 对比图

(b) Comparison figure under 150 N



(c) 200 N 对比图

(c) Comparison figure under 200 N

图 9 模型结果与试验结果对比

Fig.9 Comparison figures between model and experiment results

3.2 讨论与误差分析

观察图 8 可以发现, 预紧力 150 N 时参考点 P_1 温度变化的计算结果始终为 27.20 °C, 试验数据虽有轻微波动, 但基本与环境温度一致, 表明理论结果与试验数据一致, 初步验证了理论模型的正确性。观察图 9(a)~(c) 可以发现, 当预紧力为 100 N 时, 理论模型与试验结果误差较大, 是因为预紧力过小导致变幅杆与试件表面接触不够紧密, 从而引起裂纹界面摩擦碰撞生热效率低, 能量耗散多; 当预紧力增大至 150 N 时, 理论模型与试验结果误差减小, 温升速率逐渐趋于一致, 是因为预紧力增大后变幅杆与试件表面接触更紧密, 裂纹界面摩擦碰撞速率加快, 试验温升曲线出现了同理论结果类似的非线性增长表现; 当预紧力达到 200 N 时, 理论模型与试验结果误差进一步降低, 是因为预紧力达到 200 N 时, 变幅杆与试件表面接触更加紧密, 裂纹界面摩擦碰撞速率更快, 生热效率提高, 此时能较好地说明模型的正确性。

总体而言, 随着预紧力从 100 N 增大至 200 N, 理论曲线的温升速率逐渐减缓, 与试验结果表现一致。但模型与试验结果在温升曲线的前 0.1 s 左右误差较大, 之后误差减小, 可能是因为变幅杆与试件间的耦合剂导致检测开始时振动能量传递不平稳, 此外, 裂纹处的微小间隙也会导致热传导效率下降。

4 结论

通过预制 2219-T87 铝合金裂纹试件, 对其进行超声红外热成像检测, 得到不同预紧力作用下试件的热图序列和裂纹区域温度曲线; 基于单自由度有阻尼位移激励系统和热源温度场叠加法, 建立了超声激励下裂纹生热的简易数学模型; 计算了不同预紧力作用下参考点 P_1 和温升最高点 P_2 的温度变化情况, 将模型结果与试验结果进行对比讨论。得到主要结论如下:

(1) 通过对比 P_1 、 P_2 点与试验中的温升情况, 发现考点数据吻合, 随着预紧力增大, 模型结果与试验数据的误差逐渐减小, 表明当预紧力超过 150 N 时理论模型是基本正确的。

(2) 模型结果与试验数据相比, 随着预紧力的增大, 计算曲线与试验曲线的温升速率均逐渐减缓, 二

者变化趋于一致。

(3) 简易数学模型能够较好地拟合裂纹生热过程, 为超声红外热成像检测中的加载参数优化研究提供了模型基础。

参考文献:

- [1] Jia Yong, Zhang Wei, Zhang Ruimin, et al. Simulation of surface crack detection of TC4 curvature structure by ultrasonic infrared thermography [J]. *Surface Technology*, 2018, 47(10): 302–308. (in Chinese)
- [2] Jiang Haijun, Chen Li, Wei Yibing, et al. Application of ultrasonic thermography to crack detection of aero-engine blades [C]//Far East Nondestructive Testing New Technology Forum, 2018: 618–621. (in Chinese)
- [3] He Y, Chen S, Zhou D, et al. Shared excitation based nonlinear ultrasound and vibrothermography testing for CFRP barely visible impact damage inspection [J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2018, 85(8): 1332–1334.
- [4] Fierro G M, Calla D, Ginzburg D, et al. Nonlinear ultrasonic stimulated thermography for damage assessment in isotropic fatigued structures [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2017, 404: 102–115.
- [5] Li Yin, Tian Gan, Yang Zhengwei, et al. Detection capability evaluation of low velocity impact damage in composites using ultrasonic infrared thermography [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2016, 37 (5): 1124–1130. (in Chinese)
- [6] Feng Fuzhou, Zhang Chaosheng, Min Qingxu, et al. Heating characteristics of metal plate crack in sonic IR imaging [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44 (5): 1456–1461. (in Chinese)
- [7] Kou Guangjie, Yang Zhengwei, Jia Yong, et al. Detection on cracks in blades with complex profile based on ultrasonic infrared thermal imaging [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2019, 48(12): 1204002. (in Chinese)
- [8] Tian Gan, Yang Zhengwei, Zhu Jietang, et al. Vibration characteristics and acoustic chaos analysis in ultrasonic infrared thermal wave detection [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(3): 0304003. (in Chinese)
- [9] Henneke E G, Reifsnider K L, Stinchcomb W W. Thermography –An NDI method for damage detection [J]. *Journal of Metals*, 1979, 31(9): 11–15.
- [10] Reifsnider K L, Henneke E G, Stinchcomb W W. The Mechanics of Vibrothermography [M]//Mechanics of Nondestructive Testing. Boston: Springer, 1980.
- [11] Mi Xiaobing, Zhang Shuyi. Numerical calculation of the heating generated by microcracks in ultrasonic infrared imaging [J]. *Technical Acoustics*, 2003, 22 (z2): 279–281. (in Chinese)
- [12] Zheng Jiang, Zheng Kai, Zhang Shuyi. Effect of position of ultrasonic excitation source on thermosonic image of cracks [J]. *Nondestructive Testing*, 2009, 31(12): 946–949. (in Chinese)
- [13] Han X Y, Newaz G, Islam M S, et al. Finite element modeling of the heating of cracks during sonic infrared imaging [J]. *Journal of Applied Physics*, 2006, 99(7): 74905.
- [14] Liu Hui. Research on ultrasound infrared lock –in thermography for non–destructive testing [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2010. (in Chinese)
- [15] Guo Xingwang, Li Bin. Modeling and analysis of vibrothermography of cracks in heavy aluminum alloy structures [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2014, 50 (24): 31–37. (in Chinese)
- [16] Ma Fengnian, Guo Xingwang. Modeling and analysis of vibrothermography for the detection of microcracks [J]. *Nondestructive Testing*, 2015, 37(9): 6–10. (in Chinese)
- [17] Vaddi J S. Vibration modeling for vibrothermography [D]. Iowa: Iowa State University, 2015.
- [18] Han X, Loggins V, Zeng Z, et al. Mechanical model for the generation of acoustic chaos in sonic infrared imaging [J]. *Applied Physics Letters*, 2004, 85(8): 1332–1334.
- [19] Li Yin, Ming Anbo, Zhang Ruimin, et al. Investigation into vibration characteristic in vibrothermography [J]. *Photonic Sensors*, 2019, 9(2): 108–114.
- [20] Hou Zhenbing, He Shaojie, Li Shuxian. Solid Heat Conduction [M]. Shanghai: Shanghai Scientific & Technical Publishers, 1984: 68–94. (in Chinese)