红外与激光工程
INFRARED AND LASER ENGINEERING
EI, SCOPUS, CSCD等收录期刊

引入曲率与角度校正的柔性机构三维形状多芯光纤重构方法

吕佳豪　董明利　何彦霖　孙广开　周康鹏

Three-dimensional shape multi-core fiber reconstruction method of flexible mechanism by introducing curvature and angle correction

Lv Jiahao, Dong Mingli, He Yanlin, Sun Guangkai, Zhou Kangpeng

在线阅读 View online: https://doi.org/10.3788/IRLA20200453

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

柔性复合基体光纤布拉格光栅曲率传感器

Fiber Bragg grating curvature sensor based on flexible composite matrix

红外与激光工程. 2019, 48(2): 222001–0222001(7)　https://doi.org/10.3788/IRLA201948.0222001

光纤布拉格光栅温度传感增敏特性的实验研究

Experimental investigation on temperature sensitivity enhancement of fiber Bragg grating sensor

红外与激光工程. 2019, 48(11): 1118003–1118003(7)　https://doi.org/10.3788/IRLA201948.1118003

基于菱形光纤布拉格光栅传感阵列的声发射定位技术

Acoustic emission location based on diamond FBG sensor array

红外与激光工程. 2017, 46(12): 1222005–1222005(5)　https://doi.org/10.3788/IRLA201746.1222005

变体飞行器柔性复合蒙皮植入式光纤形状传感

Flexible composite skin embedded optical fiber shape sensing for variant aircraft

红外与激光工程. 2019, 48(6): 622003–0622003(8)　https://doi.org/10.3788/IRLA201948.0622003

空分复用光纤的特性及其应用研究

Research on specialty and application of space–division–multiplexing fiber

红外与激光工程. 2018, 47(10): 1002001–1002001(12)　https://doi.org/10.3788/IRLA201847.1002001

基于飞秒激光直写FBG的C+L波段掺铒光纤激光器

C+L band Erbium–doped fiber laser based on FBG fabricated by femtosecond laser

红外与激光工程. 2018, 47(7): 734001–0734001(6)　https://doi.org/10.3788/IRLA201847.0734001

引入曲率与角度校正的柔性机构三维形状多芯光纤重构方法

吕佳豪[1,2], 董明利[1,2], 何彦霖[1,2], 孙广开[1,2], 周康鹏[1,3]

(1. 北京信息科技大学 光电测试技术及仪器教育部重点实验室，北京 100192；
2. 北京信息科技大学 光纤传感与系统北京实验室，北京 100016；
3. 天津大学 精密仪器与光电子工程学院，天津 300072)

摘　要：为提高柔性机构三维位形参数光纤测量精度,提出了基于曲率与角度校正的多芯光纤三维形状重构方法。通过引入方向角和曲率校正系数,改进了柔性三维形变多芯光纤重构算法;利用准分子激光器和相位掩膜法制备了多芯光纤光栅传感阵列,建立了多芯光纤三维形状重构实验系统;实验测量了不同曲率比例因子下的形状重构误差,分析了曲率与角度校正前后形状重构误差;通过对应变进行了三次样条插值,并对方向角和曲率进行了校正,得到了形状重构误差平均值为 0.74 mm、最大值为 1.64 mm;利用校正后的多芯光纤传感系统进行三维螺旋形变重构实验,得出重构精度提高了 10.2%。研究结果表明,基于曲率与角度校正的多芯光纤三维形状重构方法具有更高精度,在柔性机构三维位形实时监测中具有应用前景。

关键词：形状重构；　柔性机构；　光纤布拉格光栅；　多芯光纤
中图分类号：TN253；TH74　　**文献标志码**：A　　**DOI**：10.3788/IRLA20200453

Three-dimensional shape multi-core fiber reconstruction method of flexible mechanism by introducing curvature and angle correction

Lv Jiahao[1,2], Dong Mingli[1,2], He Yanlin[1,2], Sun Guangkai[1,2], Zhou Kangpeng[1,3]

(1. Key Laboratory of the Ministry of Education for Optoelectronic Measurement Technology and Instrument, Beijing Information Science & Technology University, Beijing 100192, China;
2. Beijing Laboratory of Optical Fiber Sensing and System, Beijing Information Science and Technology University, Beijing 100016, China;
3. School of Precision Instrument & Opto-Electronics Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: In order to improve the measurement accuracy of the three-dimensional shape of the flexible mechanism, a multi-core optical fiber three-dimensional shape reconstruction method based on curvature and angle correction was proposed. By introducing directional angle and curvature correction coefficients, the flexible three-dimensional deformation multi-core fiber reconstruction algorithm was improved; the multi-core fiber grating sensing array was fabricated by using excimer laser and phase mask method, and the multi-core fiber three-dimensional shape reconstruction experiment system was established; the shape reconstruction error under different curvature scale factors was measured in the experiment, and the shape reconstruction error before and after the curvature and angle correction was analyzed; Through the cubic spline interpolation of the strain and the correction of the direction angle and curvature, the average value of shape reconstruction error was 0.74 mm and

收稿日期:2020−11−02;　**修订日期**:2021−02−19
基金项目:国家自然科学基金青年科学基金 (61903041);北京市自然基金-市教委联合基金 (KZ201911232044);北京市自然科学基金 (7202017, 4204101)
作者简介:吕佳豪,男,硕士生,主要从事光纤传感与光电器件等方面的研究。
导师简介:董明利,女,教授,博士生导师,主要从事视觉测量和精密仪器及机械方面的研究。

the maximum value was 1.64 mm; By using the calibrated multi-core optical fiber sensing system to carry out the three-dimensional helix deformation reconstruction experiment, the reconstruction accuracy was improved by 10.2%. The research results show that the multi-core optical fiber 3D shape reconstruction method based on curvature and angle correction has higher accuracy, showing important application prospects and values in real-time monitoring of the 3D shape of flexible mechanisms.

Key words: shape reconstruction; flexible mechanism; fiber Bragg grating (FBG); multi-core fiber

0 引 言

在变体飞行器和柔性机器人等前沿技术领域,各类柔性机构 (如柔性蒙皮、柔性连续体机器人等) 三维位形参数的精确测量是控制其运动姿态精度的关键环节。在各类三维位形测量方法中,光纤传感方法以其体积小、重量轻、柔性好、可植入、易组网、灵敏度高和不受电磁干扰影响等特点,成为柔性机构运动姿态监测的重要方法之一,尤其在变体飞行器柔性蒙皮变形姿态实时监测和介入诊疗柔性机器人运动导航方面优势显著。

基于光纤布拉格光栅 (Fiber Bragg Grating, FBG) 的系统可实现形状传感。FBG 是刻写在光纤纤芯中的反射滤波器,可以反射特定的波长。在同一轴向位置组合多个 FBG 可以计算曲线的曲率和方向角,最常见的配置是在要测量的结构周围选用呈等边三角形排列的三根光纤纤芯[1]。多芯光纤是由多根纤芯集成到一根光纤中的传感器,其本身具有弯曲敏感特性,且弯曲灵敏度远高于普通 Bragg 光栅,利用多芯光纤光栅制成的传感器可对弯曲进行测量[2]。

已有一些研究将光纤光栅传感器应用于柔性机构位形状测量,如 Shi[3] 等人创建了由血管内超声成像传感器、电磁传感器和 FBG 传感器组成的混合探头,并用 FBG 传感器进行柔性导丝的建模和重构。Khan[4] 等人用 4 根多芯光纤传感器对柔性导丝的形状进行三维重构,验证了使用多芯光纤传感器对柔性机构进行形状检测的可行性。Jäckle[5] 等人研究了用于血管内导航的柔性机构光纤形状传感,分析了重构过程中可能造成误差的因素并进行了校正,在血管内重构的平均误差和最大误差分别为 1.13 mm 和 2.11 mm。Zhang[6] 等人建立了分布式 FBG 传感器阵列,根据简化的形状重构算法,分别对软体机器手重建了二维和三维形状曲线,末端最大误差为 8 mm。Sun[7] 等人使用 FBG 传感器对柔性变体机翼进行 3D 形状感测,重建了不同翼型轮廓的聚酰亚胺蒙皮的 3D 形状,与数字摄影测量系统进行了对比,误差小于 5%。在形状重构算法的研究方面,Moore[8] 等人提出了一种基于曲线基本定理的方法,任何具有非零曲率的规则三维曲线的形状都可以通过其曲率和扭转确定。在数学环境中,曲线的扭转对应于方向角的变化,通过求解 Frenet-Serret 方程获得形状,但是该方法在曲率为 0 处的点中扭转不确定,无法获取中性层方向,因而无法解算曲率为 0 时的空间坐标,不适用于柔性结构的形状传感。Cui[9] 等人提出了一种基于平行移动框架的方法来克服这个问题,形状的重构与 Frenet-Serret 相同。Roesthuis[10] 提出了另一种基于圆弧段的方法:通过用曲率值常数近似重构形状。每一个元素对应的曲率k和长度l的圆弧段都是由方向角φ旋转得到的,通过对每个给定集合 (k,φ) 重复此过程,可以获得整个形状。但是,相比于刚性结构,柔性机构的三维变形会产生更大的挠度和扭转,而且重构误差会沿着传感光纤逐渐累积增大,造成较大测量误差。目前,高精度的柔性机构三维位形光纤测量仍然是亟待解决的关键问题。

为提高柔性机构三维位形参数光纤测量精度,文中提出了基于曲率与角度校正的多芯光纤三维形状重构方法。通过引入方向角和曲率校正系数,改进了柔性三维形变多芯光纤重构算法;分析了形状重构关键步骤中的主要误差源,以及模型算法参数对形状重构精度的影响;通过校正及补偿误差源提高了三维形状重构精度;对曲率和角度校正后的多芯光纤三维形状重构模型进行了实验分析与验证。

1 三维形状重构算法

1.1 应变传感原理

FBG 传感器的中心波长如公式 (1) 所示:

$$\lambda_B = 2n_e\Lambda \tag{1}$$

式中：λ_B为 FBG 中心波长；Λ为相位掩膜光栅周期；n_e为有效折射率。机械应变或温度变化影响反射波长，导致测量的波长λ相比于 FBG 的参考波长λ_B发生偏移，如公式 (2) 所示：

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_B \tag{2}$$

如果 FBG 的参考波长未知，则必须在对光纤系统不施加应变的情况下，通过测量来确定。

在布拉格光栅中施加应变ε或改变温度ΔT所引起的波长偏移量$\Delta\lambda_B$，如公式 (3) 所示：

$$\Delta\lambda=\lambda_B((1-p_e)\varepsilon+(\alpha_\Lambda+\alpha_n)\Delta T) \tag{3}$$

式中：p_e为光弹性系数；α_Λ和α_n为热膨胀系数和热光系数。假设温度恒定的情况下即$\Delta T=0$，则光纤光栅受到的应变可表示为：

$$\Delta\lambda_b = \lambda_b(1-p_e)\varepsilon \tag{4}$$

光弹性系数与应变灵敏度系数$GF=1-p_e$直接相关。光弹性被定义为反射波长随轴向应变而发生的变化。对于 FBG 系统，光弹性系数通常取$p_e\approx 0.22$。

1.2 三维形状重构算法

七芯光纤光栅传感器结构如图 1 所示。当计算每个 FBG 阵列的曲率和角度时，可以通过插值确定每个光栅测点间的中间值。目前，三次样条插值是最好的解决方案，也是插值效果最好的插值方法。曲率的内插较为简单，因为它对于每种形状都是连续的；对于角度内插，由于柔性结构在发生形变时存在不连续的角度，所以对角度插值较难实现；而应变是连续变化的，因此文中采用对应变进行插值的方式来计算得到曲率和角度。

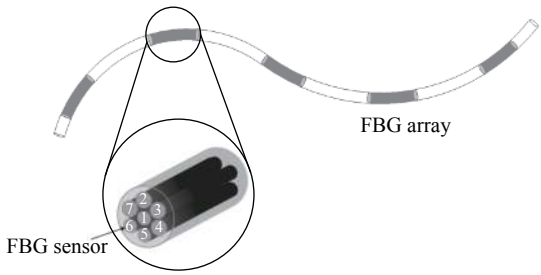

图 1 七芯光纤光栅示意图

Fig.1 Schematic diagram of seven-core FBG

曲率和方向角的计算取决于光纤系统，最常见的一种配置方式是 FBG 系统的三个纤芯之间呈 120°等间隔分布，如图 2 所示。

在这种配置方法下，应变、曲率和方向角之间的关系如公式 (5) 所示：

$$\begin{aligned}\varepsilon_a &= -kr_a\sin(\varphi)+\varepsilon_0\\ \varepsilon_b &= -kr_b\sin(\varphi+\gamma_a)+\varepsilon_0\\ \varepsilon_c &= -kr_c\sin(\varphi+\gamma_a+\gamma_b)+\varepsilon_0\end{aligned} \tag{5}$$

公式 (5) 表明，曲率受半径r_x的影响与受光弹性系数的影响类似。其中ε_x是应变，r_x是半径，γ_x是纤芯之间的角度。通过解方程组，可以得到曲率k、方向角φ和应变偏差ε_0，应变偏差用来补偿由其他因素 (如温度变化、附加轴向应变和压力) 产生的影响，由于每一个 FBG 阵列中纤芯之间的距离都较短，可以假设对于一个阵列中的每个光栅，其受到的影响都等于应变偏差ε_0，并可由此补偿。该方程组还可以扩展至四根或更多根纤芯的光纤系统中。

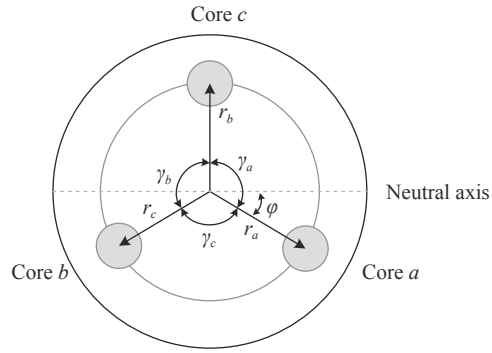

图 2 三纤芯 FBG 配置方式横截面

Fig.2 Cross section of three-core FBG configuration

文中提出的 FBG 柔性线状曲率检测单元，其中心轴线弯曲形状可以近似地看作一条空间曲线，因而其形状的重构就可以转化为空间三维曲线的重构问题。曲率测量平面随着线状结构的弯曲而不断变化，其上各个点的位置也不断变化，因而可沿着线状结构弯曲变化的方向建立运动坐标系，利用空间曲线的重构算法实现三维空间形态重构[11-12]。基于上述思想，在弯曲变化的空间曲线上建立随曲线变化的刚体运动坐标系，如图 3 所示。

图 3 中，假设$O_1O_2O_3$分别为一条空间曲线上沿弯曲方向的三个点，以O_1为坐标原点建立固定坐标系，将曲率看成与切向量垂直的矢量，以O_1点处曲线的切线方向为 c 轴，正交的曲率方向为 a、b 轴，则可建立点O_1的运动坐标系，且两个坐标系重合。k_1是正交曲率k_{a1}和k_{a2}的合成矢量，它与 c 轴构成的面为密切平面

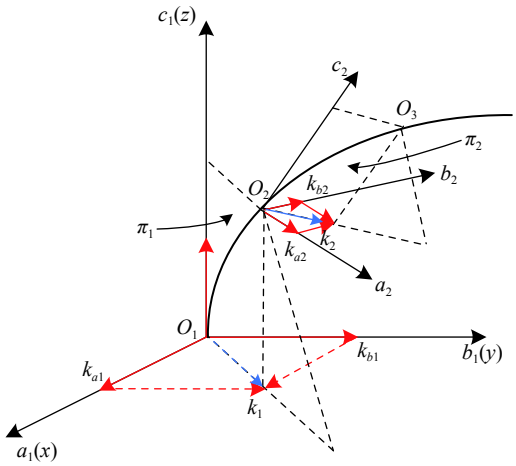

图 3 空间曲线重构示意图

Fig.3 Schematic diagram of spatial curve reconstruction

π_1。假设O_1O_2圆弧段极小且扭曲状态可以忽略不计，则该圆弧段可看作是密切平面π_1上的曲线。以同样的方法在O_2点建立运动坐标系，根据该微小弧段的弧长和该处的曲率计算出O_2点在密切平面π_1上的位置，进一步获得其在固定坐标系中的位置，这样就可以通过在不同密切平面上连接不同半径的微圆弧段而重构出整条空间曲线。

1.3 曲率和角度校正

所确定的曲率和角度会受到各种变量的影响，因此进行以下校正：曲率由光弹性系数p_e和中心距r_x修正，由于两个参数都可以进行偏置，因此需要确定一个校正参数 c 以获得正确的曲率，如公式 (6) 所示：

$$k_{\text{real}} = c \cdot k \tag{6}$$

必须为每根光纤单独确定该修正参数。另外，光纤会在制作或存储过程中产生扭转，但是这些扭转不包含在ε_0中。因此，可以获得一个测量角度为：

$$\varphi = \varphi_{\text{real}} + \varphi_{\text{twist}} \tag{7}$$

由于存在一个扭转角φ_{twist}，所以它不等于实际角度φ_{real}。如果不进行标定测量，则无法确定几何形状下的光纤扭转角φ_{twist}，其中$k \neq 0$(见公式 (5))。对于刚性仪器，此误差可以忽略不计，但是对于柔性机构，须确定扭转角的大小。

2 实验装置

图 4 为实验系统图，包括多芯光纤传感系统、曲率标定板和三维模型。该系统主要由 FBG 传感器、

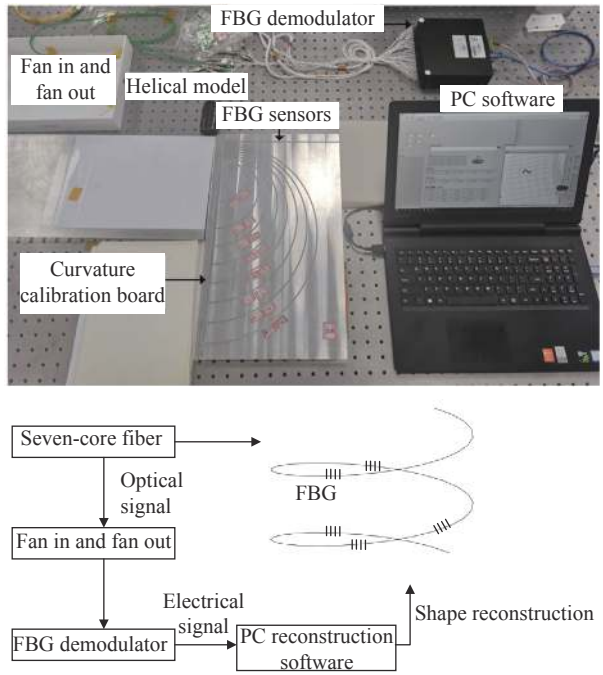

图 4 实验系统实物和原理图。(a) 实验装置实物；(b) 系统原理图

Fig.4 Photo and schematic diagram of the experimental system. (a) Photo of the assembled entire experiment setup; (b) System principle diagram

七芯光纤扇入扇出装置、扫描式光纤光栅解调仪和上位机构成。设计的曲率标定板的每个曲率槽开口为 45 °V 型槽，槽深 3 mm，对应的曲率分别为 0 m^{-1}、5 m^{-1}、5.6 m^{-1}、6.25 m^{-1}、7.14 m^{-1}、8.33 m^{-1} 和 10 m^{-1}。

如图 1 所示，七芯光纤由一个中心纤芯和六个外部纤芯组成。此次实验中采用 3、5、7 或 2、4、6 纤芯作曲率传感，1 号纤芯用作温度补偿。每根纤芯上都有五个中心波长不同的 FBG，栅区长度为 1 cm，栅间距为 3 cm，光纤总长 16 cm。多芯光纤扇入扇出模块是一种实现多芯光纤各纤芯与若干单模光纤高效率耦合的器件，在多芯光纤的各项应用中实现空分信道复用与解复用的功能。采用长飞光纤公司的 FAN-7-42 七芯光纤扇入扇出模块，可以在−40~70 ℃ 条件下使用。扫描式光纤光栅解调仪依据激光器步进波长的输出以及其对应的同步信号的输出进行解调。采用旭锋光电公司生产的 48 通道 FBGA 光纤光栅解调模块，解调范围为 1527~1568 nm，解调速率为 1 Hz，最小分辨率为 1 pm，波长精度为±5 pm。数据接口为千兆以太网接口，解调仪将传感器中心波长漂移量转换为数字信号后，通过千兆以太网端口传输到上位

机。利用 LabVIEW 和 Matlab 自主开发了上位机软件，实时显示重构的三维曲线形状。

3 实验结果

首先将多芯光纤笔直地放置在曲率标定板$k=0$的曲率槽内，在无任何应力应变的影响下测量得到此次实验的参考中心波长，参考波长直接影响波长漂移量从而影响后续算法的计算结果，所以必须非常准确才能获得高精度的重构形状。实验中用到的多芯光纤传感器的中心波长如表 1 所示。

表 1 传感器中心波长

Tab.1 Central wavelength of sensors

Sensor number	Central wavelength/nm
1	1 543.30
2	1 546.99
3	1 551.07
4	1 555.18
5	1 559.26

使用具有不连续曲率的 S 形形状对插值进行评估，图 5 显示了利用三次样条插值方法对应变进行插值最终得到的插值曲率和角度。对应变插值而非曲率和角度可以得到更精确的插值：在不连续点处，曲率更接近于 0，角度更精确，而对曲率和角度进行插值得到的结果在每个测点处的偏差都较大。因此，对应变进行插值会得到更接近于实际的曲率和角度，从而重构出更准确的形状。插值对形状精度的影响取决于栅区间距，FBG 阵列栅区间距越大，则需要插值的点越多，对重构的精度影响越大。

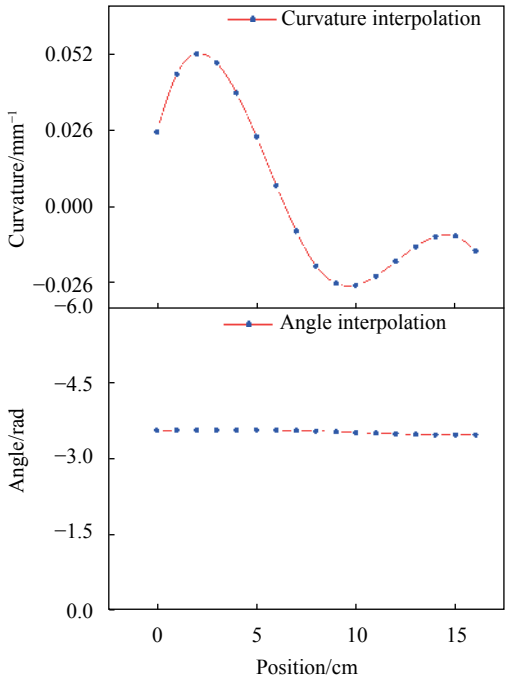

图 5 沿光纤进行应变插值得到的曲率和角度

Fig.5 Curvature and angle obtained by strain interpolation

为了确定扭转角φ_{twist}，将光纤分别放置在不同的曲率槽内，此时可以获得每个光栅测点处的方向角φ。使用确定的角度作为扭转角，使每个光栅位置都具有相同的实际角度φ_{real}(见公式 (7))。当$k=8.33$时，该实验的结果如图 6 所示，未经校正的曲线重构是带有扭转的 (蓝色曲线)，而校正后的曲线位于全局坐标系的平面上 (黄色曲线)，并且精度更高。

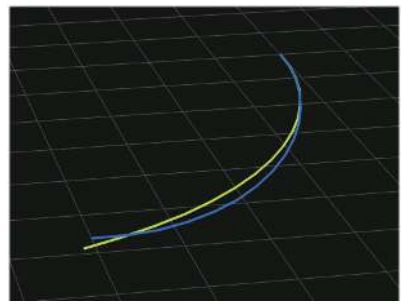

图 6 角度校正

Fig.6 Angle correction

为了评估重构后的形状，采用如下误差计算定义式：

$$\begin{aligned} e_{avg} &= \frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n}\|x_i - x_i^g\|^2 \\ e_{max} &= \max\left(\|x_0 - x_0^g\|^2,\ldots,\|x_n - x_n^g\|^2\right) \end{aligned} \tag{8}$$

式中：$x_0,\ldots x_n$是重构的点；$x_0^g,\ldots,x_n^g$是全局坐标系下的实际光栅测点。

然后将光纤分别放置在不同曲率下的曲率槽内以确定光纤系统的曲率比例因子，结果如图 7 所示，显示了使用不同比例因子和重构误差的关系，其中虚线表示最大重构误差，实线表示平均重构误差。

对数据进行处理后发现比例因子约为 0.975 时可获得更好的效果，将其添加到算法中用于光纤的曲率校正 (见公式 (6))。图 8 所示为曲率校正前和校正后的对比，其中虚线表示未校正的重构结果，实线表示校正后的重构结果。且未校正的重构误差会随着曲率的增大而增大。

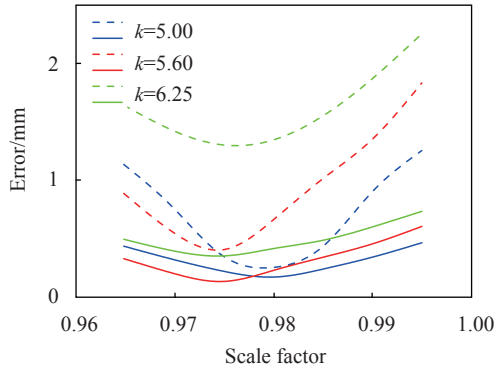

图 7 曲率因子和重构误差的关系

Fig.7 Relationship between curvature scale factor and reconstruction error

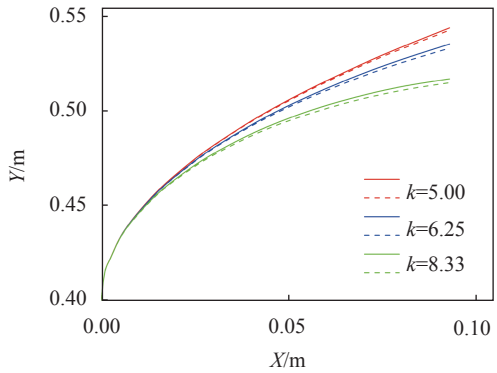

图 8 曲率校正

Fig.8 Curvature correction

通过这两种校正后，将光纤分别放置在标定板的不同曲率槽内再次对重构形状进行测量，结果如图 9 所示。

通过这两种校正方法，形状重构的平均误差降低了 0.8%，最大误差降低了 3.7%，如表 2 所示。但是，这些校正可以补偿不会随时间变化的误差。其他误差 (例如动态扭曲) 不会得到修正。

在实际应用中，柔性机构位形通常不规律，而能否准确获取柔性机构的复杂形态是关键。针对上述问题，将传感器围绕圆柱 (半径：20 mm，螺距：25 mm) 成螺旋型，用以验证重构效果，如图 10 所示。

从图 10 的重构结果可以看出，利用文中提出的重构方法可准确重构螺旋型形状，重构平均误差为 2.82 mm，最大误差为 7.45 mm。与校正前的重构误差相比，平均误差降低了 2.4%，最大误差降低了 10.2%，说明该方法在一定程度上能够提高重构精度。

实验结果表明：(1) 提出的基于曲率与角度校正的重构方法能够有效提高系统的重构精度；(2) 重构精度取决于形状的复杂度；(3) 在复杂位形重构中，还可通过增加 FBG 数量、减小栅间距、增加插值点等方式减小误差，提高精度。

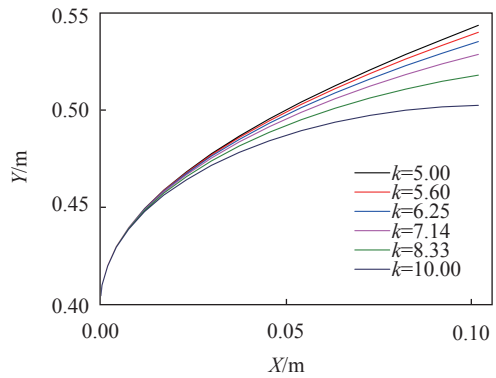

图 9 校正后的重构形状测量结果

Fig.9 Corrected reconstruction shape measurement results

表 2 不同形状校正后和校正前的重构误差

Tab.2 Reconstruction errors of different shapes after and before correction

	Error			
	With corrections		Without corrections	
	e_{avg}	e_{max}	e_{avg}	e_{max}
k=5.00	0.23	0.38	1.22	3.06
k=5.60	0.20	0.47	1.31	3.24
k=6.25	0.45	1.36	1.98	4.70
k=7.14	0.59	1.52	2.19	5.92
k=8.33	0.81	2.00	2.74	11.69
k=10.00	2.17	3.94	3.48	17.21

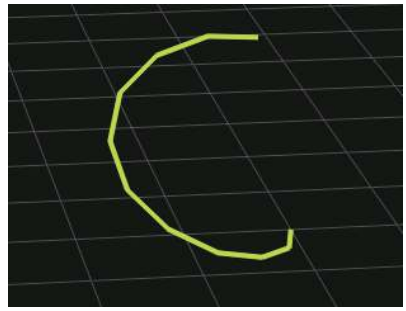

图 10 螺旋型形状重构结果

Fig.10 Helix shape reconstruction result

4 结束语

提出了基于曲率与角度校正的柔性机构三维形

状多芯光纤重构方法，通过对应变进行三次样条插值计算得到了更精确的曲率和方向角，对光纤中每个FBG传感器存在的扭转角进行了校正并根据曲率比例因子和重构误差的关系获得了曲率校正系数，加入到算法进行改进后显著提高了重构精度。最终得到圆弧重构的平均误差约为 0.74 mm，最大误差约为 1.64 mm。影响重构形状精度的其他因素还有所选光纤纤芯的配置方案、插值方法以及重构算法等。

对标定后的光纤系统进行了三维形状的重构进而评估了该方法的准确性。对螺旋型重构的实验结果显示平均误差为 2.82 mm，最大误差为 7.45 mm，重构精度提高了 10.2%。实验验证了对曲率与角度进行校正的方法可显著提高多芯光纤三维形状重构的精度，为柔性机构三维形状传感提供了参考价值。

参考文献：

[1] Henken K R, Dankelman J, Van den Dobbelsteen J J, et al. Error analysis of FBG-based shape sensors for medical needle tracking [J]. ***IEEE/ASME Transactions on Mechatronics***, 2014, 19(5): 1523-1531.

[2] He X Y. Study on the characteristics of MC-FBG and application in optical fiber sensors[D]. Xiamen: Xiamen University, 2014. (in Chinese)

[3] Shi C, Giannarou S, Lee S L, et al. Simultaneous catheter and environment modeling for trans-catheter aortic valve implantation[C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2014: 2024–2029.

[4] Khan F, Denasi A, Barrera D, et al. Multi-core optical fibers with bragg gratings as shape sensor for flexible medical instruments [J]. ***IEEE Sensors Journal***, 2019, 19(14): 5878-5884.

[5] Jäckle, Sonja, Eixmann T, Schulz-Hildebrandt H, et al. Fiber optical shape sensing of flexible instruments for endovascular navigation [J]. ***International Journal of Computer Assisted Radiology and Surgery***, 2019, 14: 2137-2145.

[6] Zhang Z, Wang X, Wang S, et al. Shape detection and reconstruction of soft robotic arm based on fiber bragg grating sensor array[C]//IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO), 2018.

[7] Sun G K, Wu Y, Li H, et al. 3D shape sensing of flexible morphing wing using fiber Bragg grating sensing method [J]. ***Optik***, 2018, 156: 83-92.

[8] Moore J P, Rogge M D. Shape sensing using multi-core fiber optic cable and parametric curve solutions [J]. ***Optics Express***, 2012, 20(3): 2967-2973.

[9] Cui J, Zhao S, Yang C, et al. Parallel transport frame for fiber shape sensing [J]. ***IEEE Photonics Journal***, 2017, 10(1): 1-12.

[10] Roesthuis R J, Kemp M, Van den Dobbelsteen J J, et al. Three-dimensional needle shape reconstruction using an array of Fiber Bragg Grating sensors [J]. ***IEEE/ASME Transactions on Mechatronics***, 2014, 19(4): 1115-1126.

[11] Yi Jincong. Shape perception and active monitoring for smart structure using FBG sensor array[D]. Shanghai: Shanghai University, 2014. (in Chinese)

[12] Zhu Xiaojin, Ji Lingxiao, Zhang Hesheng, et al. Analysis of 3D curve reconstruction method using orthogonal curvatures[J]. ***Journal of Basic Science and Engineering***, 2011, 19(2): 305-311. (in Chinese)