



## 偏振纯度指数理论及应用研究进展

李德奎 徐陈祥 林冰 郭凯 张宁 高隽 郭忠义

### Research progress on theory and applications of index of polarization purities

Li Dekui, Xu Chenxiang, Lin Bing, Guo Kai, Zhang Ning, Gao Jun, Guo Zhongyi

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.3788/IRLA20210373>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 偏振信息传输理论及应用进展 (特约)

Advances on theory and application of polarization information propagation(*Invited*)

红外与激光工程. 2020, 49(6): 20201013-1-20201013-19 <https://doi.org/10.3788/IRLA20201013>

#### 基于超表面操控的偏振信息探测技术研究进展

Progress of polarization-information detection technology based on manipulations of metasurface

红外与激光工程. 2020, 49(9): 20201041-1-20201041-15 <https://doi.org/10.3788/IRLA20201041>

#### 多视角红外图像目标识别方法

Target recognition based on multi-view infrared images

红外与激光工程. 2021, 50(11): 20210206-1-20210206-6 <https://doi.org/10.3788/IRLA20210206>

#### 噪声环境下基于单像素成像系统和深度学习的目标识别方法

Target recognition method based on single-pixel imaging system and deep learning in the noisy environment

红外与激光工程. 2020, 49(6): 20200010-1-20200010-8 <https://doi.org/10.3788/IRLA20200010>

#### 深度特征联合表征的红外图像目标识别方法

Target recognition method of infrared imagery via joint representation of deep features

红外与激光工程. 2021, 50(3): 20200399-1-20200399-6 <https://doi.org/10.3788/IRLA20200399>

#### 一种改进的Capsule及其在SAR图像目标识别中的应用

An improved Capsule and its application in target recognition of SAR images

红外与激光工程. 2020, 49(5): 20201010-1-20201010-8 <https://doi.org/10.3788/IRLA20201010>

## 偏振纯度指数理论及应用研究进展

李德奎<sup>1</sup>, 徐陈祥<sup>1</sup>, 林冰<sup>1</sup>, 郭凯<sup>1</sup>, 张宁<sup>2</sup>, 高隽<sup>1</sup>, 郭忠义<sup>1</sup>

(1. 合肥工业大学计算机与信息学院, 安徽合肥 230009;  
2. 北京机电工程研究所, 北京 100074)

**摘要:** 光信息在散射介质中传播时会发生散射现象, 从而导致其强度和偏振信息发生变化。利用出射光的偏振状态可以间接表征散射介质的退偏特性, 并对散射介质进行分类和识别。理论上穆勒矩阵 (Mueller Matrix, MM) 可以描述散射介质的全部偏振属性, 对分析散射介质的退偏特性起到至关重要的作用, 但是 MM 参数过多, 较为复杂。然而, 根据 MM 推导所得到的偏振纯度指数 (Index of Polarization Purities, IPPs) 结构简单, 并可以更为直接的描述散射介质的退偏特性。IPPs 由  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$  组成, 代表退偏系统等效分解成的四个非退偏纯系统之间的权重差异。以  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$  为坐标轴可构建出纯度空间, 纯度空间中不同的点代表不同的退偏系统, 利用纯度空间可以对不同的退偏系统进行分辨。相比较于传统偏振表征指标, IPPs 可以表征散射介质及目标更多维度的信息。近年来, IPPs 在生物医学和目标检测等诸多方面的研究取得了重要的研究成果。文章主要介绍了 IPPs 的理论, 综述并讨论了其在分析不同分散体系的退偏特性、生物组织成像、医学监测和目标识别等方面的研究进展。

**关键词:** 偏振信息; 偏振纯度指数; 成像; 目标识别

**中图分类号:** TN29 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA20210373

## Research progress on theory and applications of index of polarization purities

Li Dekui<sup>1</sup>, Xu Chenxiang<sup>1</sup>, Lin Bing<sup>1</sup>, Guo Kai<sup>1</sup>, Zhang Ning<sup>2</sup>, Gao Jun<sup>1</sup>, Guo Zhongyi<sup>1</sup>

(1. School of Computer and Information, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China;  
2. Beijing Electro-Mechanical Engineering Institute, Beijing 100074, China)

**Abstract:** The optical information will experience the scattering phenomena, when it propagates in the scattering media, which will change the intensity and polarization information of the propagating light. And the depolarization property and the transmission property of the medium can be characterized indirectly, which can be used to classify and recognize the media. In theory, the Mueller Matrix (MM) can describe all polarization properties of the media, which plays a vital role in analyzing the depolarization properties of the medium, but its parameters are too complicated. However, the index of polarization purities (IPPs) obtained from the Mueller matrix can also describe the polarization properties of the media directly. IPPs are composed of  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ , which represent the weight differences of four non-depolarization pure systems decomposed from the depolarization system equivalently. The  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  can form a three-dimensional space called purity space, in which different points represent corresponding depolarization systems. And they can be used for recognizing different

收稿日期: 2021-12-10; 修订日期: 2022-01-25

基金项目: 国家自然科学基金 (61775050, 61971177); 中央高校基础研究经费 (PA2019GDZC0098)

作者简介: 李德奎, 男, 博士生, 主要从事偏振信息表征和偏振智能信息处理方面的研究。

导师简介: 郭忠义, 男, 教授, 博士生导师, 主要从事偏振智能信息表征、探测、处理等方面的研究。

depolarization systems. Compared to standard polarization indexes, the IPPs can express the more dimensional information of the scatter media, which has obtained many important research achievements in many aspects such as biomedical and target detection. We mainly introduce the IPPs theory, and meanwhile, review and discuss its great role in the analysis of depolarization of the different dispersion system, biological tissue imaging, medical monitoring and target recognition.

**Key words:** polarization information; index of polarization purities (IPPs); imaging; target recognition

## 0 引言

太阳光为世间万物提供能量,光波的反射、折射与散射为我们勾勒出五彩斑斓的世界。相机帮我们记录下美好的瞬间、利用光的反射可以对样品的含量进行分析、望远镜让我们瞭望星海、显微镜帮助我们认识微观世界,这些光信息皆是光给我们带来的福利。

但是,光在散射介质里传播的过程中会经历散射现象,使传播的光强信息受到干扰。偏振作为光的基本属性,也可以作为信息的一个维度<sup>[1]</sup>,由于其与物质相互作用所表现出来的一系列优势而广泛应用于生物医学<sup>[2-3]</sup>、光通信<sup>[4]</sup>、大气遥感<sup>[5]</sup>、三维成像<sup>[6]</sup>、图像复原和质量提升<sup>[7-10]</sup>等诸多领域。从 20 世纪起,国内外课题组进行了一系列利用红外偏振技术对海面目标探测、地面目标探测的研究<sup>[11-13]</sup>,在海面场景中,水体的红外辐射呈现出较强的偏振特性;而在地物场景中,自然物体的红外偏振度较小,人造物体则呈现出较强的偏振特性,利用偏振特征的不同,可以实现对目标和背景进行分辨。

光在生物组织中传播时会经历多次散射,散射光的偏振态与散射介质的微观结构密切相关,通过对散射光偏振态变化的解析可获得散射体的结构信息。因此,偏振信息可用于对浅层生物组织高分辨率和高灵敏度探测,是一种行之有效的早期(某些特定)癌症诊断方法<sup>[14]</sup>。目前光的偏振角(Angle of Polarization, AoP)、偏振度(Degree of Polarization, DoP)信息已经被用于癌症的诊断,Anderson 等<sup>[15]</sup>也将“偏振差”方法应用于皮肤癌的检测。Jacques 等<sup>[16]</sup>利用 DoP 对癌变组织进行检测,实验结果表明,DoP 相比于偏振差更具有区分皮肤癌变和正常组织边界的能力。然而生物组织内部结构复杂,为此人们尝试寻找更多与特定微观结构对应的偏振参量。MM(Mueller Matrix)作为散射介质的“名片”,包含丰富的组织微观结构信息,可以用于癌变组织检测<sup>[17]</sup>。然而,MM 元素物理意义不够清

晰,MM 所蕴含的信息难以直接解构提取。为了解决这一问题,MM 被分解为双向衰减矩阵( $M_D$ )、延迟矩阵( $M_R$ )和退偏矩阵( $M_\Delta$ )<sup>[18]</sup>,并通过 MM 得到退偏指数  $P_\Delta$ ,上述参数可应用于生物医学检测等诸多领域,实现对不同退偏组织进行分辨<sup>[19-21]</sup>。

传统的偏振指标对散射介质的变化不敏感,不能对散射介质的细微差别进行分辨<sup>[22-23]</sup>。近年来,一种新的偏振表征方法—偏振纯度指数(Index of Polarization Purities, IPPs)被提出<sup>[24-26]</sup>,用于表征散射介质及目标的退偏特性,相对于传统的 DoP、AoP、Stokes 矢量等表征方式,IPPs 表征方式可以提供散射介质及目标更多新的维度信息。文中综述了 IPPs 的理论,以及其在目标识别、医学检测、不同分散体系的退偏特性分析等方面的应用研究进展,并且展望了 IPPs 表征方案的具体应用方式及前景。

## 1 IPPs 的理论

光与散射介质相互作用时,光的偏振状态会改变,可以用 Stokes 矢量及 MM 来描述这种现象。Stokes 矢量的四个分量的物理意义与偏振椭圆的椭圆度  $\varepsilon$  和方位角  $\theta$  有关<sup>[27]</sup>。偏振光在散射介质中传输过程中发生的偏振状态的改变可以使用  $4 \times 4$  的 MM 来描述<sup>[28]</sup>,以这样一种方式,出射光的 Stokes 矢量可表示为入射光 Stokes 矢量和 MM 的乘积。散射介质的 MM 可以通过测量辐射得到,这些辐射是由不同偏振状态的偏振光对散射介质及目标进行照明产生的,并随后对辐射的偏振进行分析,这种情况用下列表达式在数学上加以描述:

$$I = S_{PSA} M_{Sample} S_{PSG} \quad (1)$$

式中:  $I$  为由辐射强度组成的  $n \times n$  矩阵;  $M_{Sample}$  为样品的  $4 \times 4$  MM;  $S_{PSG}$  是一个  $4 \times n$  矩阵,其中  $n$  列表示照亮样品的不同偏振态的 Stokes 矢量;  $S_{PSA}$  是一个  $n \times 4$  矩阵,它是  $n$  行 Stokes 向量的转置,这些向量代表从偏

振分析仪出射的偏振态。通过计算分析仪和照明矩阵 ( $S_{PSA}$  和  $S_{PSG}$ ) 的伪逆, 可以推导出 MM, 得到:

$$M_{Sample} = \tilde{S}_{PSA}^{-1} I \tilde{S}_{PSG}^{-1} \quad (2)$$

上式表明至少需要四组不同照明和分析状态用于测量完整的 MM。因此, 至少需要 16 次辐射测量才能完全确定散射介质及目标的 MM。

无源线性光学系统 (退偏系统) 可以等效为四个纯系统 (非退偏系统) 的非相干叠加<sup>[29-32]</sup>。穆勒-琼斯矩阵 (Muller-Jones Matrix, MJM) 可用来描述一个纯系统, 所有的完全偏振光入射到这个纯系统后, 不会发生退偏, 出射光的 DoP 仍然等于 1。并且所有纯系统 MJM 都满足无源性的条件, 即透光率永远不超过 1<sup>[29]</sup>:

$$\begin{cases} g_f \leq 1 \\ g_r \leq 1 \\ g_f \equiv m_{00} + \sqrt{m_{01}^2 + m_{02}^2 + m_{03}^2} \\ g_r \equiv m_{00} + \sqrt{m_{10}^2 + m_{20}^2 + m_{30}^2} \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $g_f$  表示纯系统的正向无源条件;  $g_r$  表示纯系统的反向无源条件。任意退偏系统等效为四个纯系统的非相干叠加, 因此可以得到, 任何退偏系统 MM 必须满足正向无源条件:

$$m_{00} + \sqrt{m_{01}^2 + m_{02}^2 + m_{03}^2} \leq 1 \quad (4)$$

同时还要满足反向无源条件:

$$m_{00} + \sqrt{m_{10}^2 + m_{20}^2 + m_{30}^2} \leq 1 \quad (5)$$

从退偏系统 MM 中提取出来的协方差为半正定矩阵  $H(M)$ , 能够体现出退偏系统的统计信息。协方差矩阵  $H(M)$  与其对应的退偏系统 MM 之间的关系可以表示为<sup>[29]</sup>:

$$H(M) = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} m_{00} + m_{01} + m_{10} + m_{11} & m_{02} + m_{12} + i(m_{03} + m_{13}) \\ m_{02} + m_{12} - i(m_{03} + m_{13}) & m_{00} - m_{01} + m_{10} - m_{11} \\ m_{20} + m_{21} + i(m_{30} + m_{31}) & m_{22} - m_{33} + i(m_{23} + m_{32}) \\ m_{22} + m_{33} - i(m_{23} - m_{32}) & m_{20} - m_{21} + i(m_{30} - m_{31}) \\ m_{20} + m_{21} - i(m_{30} + m_{31}) & m_{22} + m_{33} + i(m_{23} - m_{32}) \\ m_{22} - m_{33} - i(m_{23} + m_{32}) & m_{20} - m_{21} - i(m_{30} - m_{31}) \\ m_{00} + m_{01} - m_{10} - m_{11} & m_{02} - m_{12} + i(m_{03} - m_{13}) \\ m_{02} - m_{12} - i(m_{03} - m_{13}) & m_{00} - m_{01} - m_{10} + m_{11} \end{pmatrix} \quad (6)$$

由于 MM 与其协方差矩阵  $H(M)$  之间的一对一关系, 所以任何以 MM 表示的并行分解都可以直接转换成以  $H(M)$  表示的对应表达式<sup>[29]</sup>。MM 可分解为四个纯系统 MJM, 其相对权重由  $H(M)$  的特征值大小决定。

$H(M)$  的特征值可以写成如下形式:

$$1 \geq \lambda_0 \geq \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq 0 \quad (7)$$

现在考虑  $H(M)$  的四个特征值之间的相对差异, 即纯系统相对权重之间的差异。从  $H(M)$  的特征值中可以定义三个新的无量纲的不变量。这三个量包含了有关偏振纯度的所有信息, 被称为 IPPs:

$$\begin{cases} P_1 = \frac{\lambda_0 - \lambda_1}{trH} \\ P_2 = \frac{\lambda_0 + \lambda_1 - 2\lambda_2}{trH} \\ P_3 = \frac{\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2 - 3\lambda_3}{trH} \end{cases} \quad (8)$$

式中:  $trH$  表示  $H(M)$  的迹, 在退偏系统等效分解成的四个纯系统中;  $P_1$  表示权重最大的两个纯系统的权重之差;  $P_2$  表示权重最大的两个纯系统权重之和减去权重第三的纯系统的权重的两倍;  $P_3$  表示权重最大三个纯系统的权重之和减去权重最小的纯系统权重的三倍<sup>[32]</sup>。IPPs 构成纯度空间的可行域如图 1 所示<sup>[32]</sup>, 其是由  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$  构成的三维数学空间, 它们不是完全独立的, 而是相互关联的。纯度空间不仅提供了光在相互作用中被退偏的信息, 而且还提供了关于它是如何被样品退偏的信息<sup>[29]</sup>。利用  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$  的不同, 可以揭示不同退偏系统之间的差异, 从而用于区分不同类型的退偏系统。图中  $O$  点代表完全退偏的系统, IPPs 都等于 0;  $C$  点 IPPs 都等于 1, 代表纯系统。系统的退偏能力越弱, 分布在纯度空间中的表征点越靠近  $C$  点; 相反, 系统退偏能力越强, 表征点就越靠近

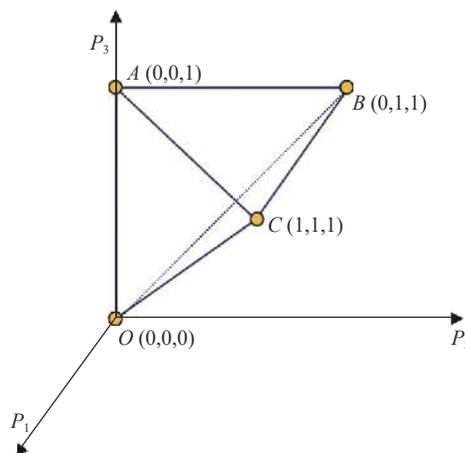


图 1 IPPs 的可行域

Fig.1 IPPs' feasible region

$O$  点。与 IPPs 提供完整的退偏信息相比,退偏指数  $P_{\Delta}$  提供了样品整体退偏能力,其可从 IPPs 中计算得到:

$$P_{\Delta} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{2(P_1)^2 + \frac{2}{3}(P_2)^2 + \frac{1}{3}(P_3)^2} \quad (9)$$

也可从 MM 中计算得到:

$$P_{\Delta} = \sqrt{\frac{\left(\sum_{i,j=0}^3 m_{ij}^2\right) - 1}{3}} \quad (10)$$

## 2 IPPs 表征散射介质的退偏特性

偏振光在散射介质中传播时,会因为和散射介质发生相互作用而退偏,从而改变其偏振状态。于是可以通过出射光的偏振状态来间接表征散射介质的退偏特性<sup>[33-37]</sup>。但是利用出射光的偏振态对散射介质的退偏特性进行表征时,会因为入射光的偏振状态不

同而改变,从而不能很好的表征散射介质的退偏特性。近年来,笔者课题组使用 IPPs 对散射介质的退偏特性进行研究<sup>[33-34]</sup>。研究表明对于单粒子均匀散射体系而言,散射粒子的数密度、入射光波的波长以及相对折射率对散射介质的退偏特性有较大影响;当散射介质是由多种分散微粒组成时,散射介质的退偏特性与粒子的混合比有关。当散射介质为单分散均匀体系,在后向探测时<sup>[33]</sup>,散射介质的退偏能力随散射粒子的数密度的增加而增强。入射光波的波长相同时,随着散射介质相对折射率的增大,散射介质的退偏能力先减弱后增强。在前向探测时<sup>[34]</sup>,随着传输距离增加,散射介质的退偏能力增强,随着入射波长增加,散射介质的退偏能力减弱。

当散射介质为双分散体系时,张曼<sup>[33]</sup>等人利用纯度空间对散射介质的退偏特性进行分析,如图 2 所示。根据纯度空间中每个点的特殊意义,在  $O$  点上,

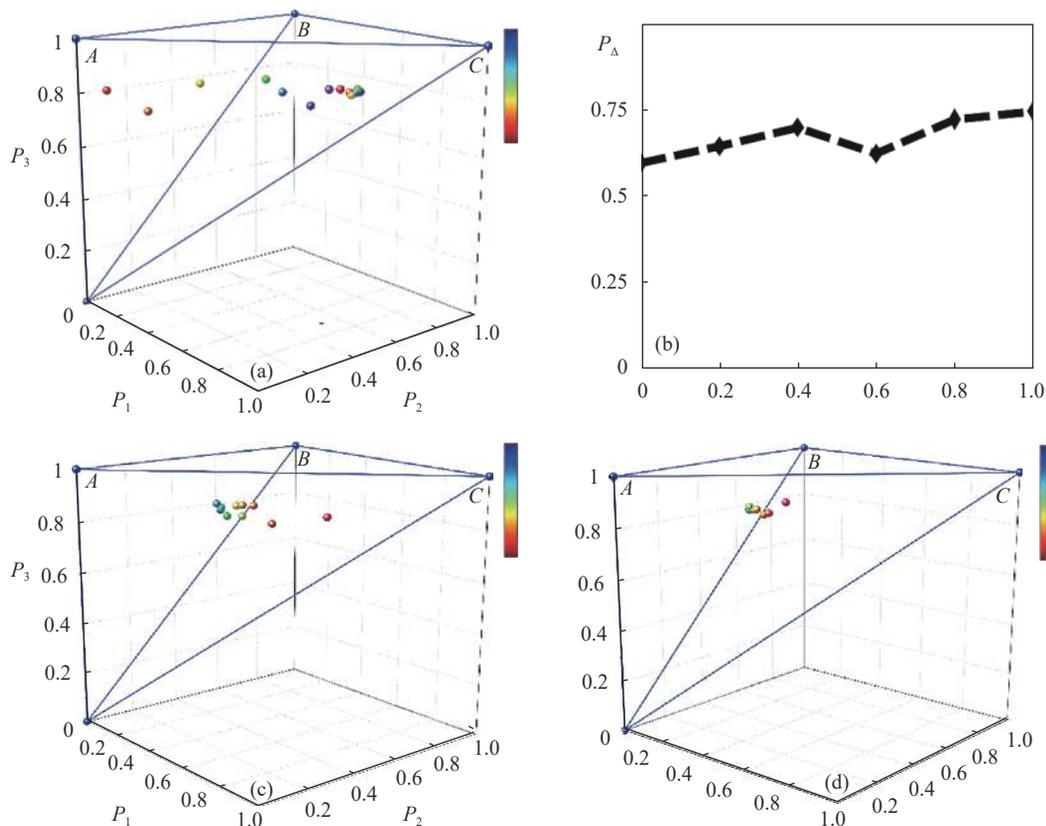


图 2 (a)  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$  随大小微粒混合体积比的变化 (后向探测); (b) 大小微粒混合体积比对散射介质的退偏指数  $P_{\Delta}$  的影响 (前向探测); (c) 粒子标准差为  $0.01 \mu\text{m}$  时,  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$  随粒子均值的变化 (后向探测); (d) 粒子标准差为  $1.05 \mu\text{m}$  时,  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$  随粒子均值的变化 (后向探测)

Fig.2 (a)  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  varying with the proportion of small particles in the purity space (backward detection); (b)  $P_{\Delta}$  of scattering medium as a function of the proportion of small particles (forward detection); (c)  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  varying with different mean values for standard deviation of  $0.01 \mu\text{m}$  (backward detection); (d)  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  varying with different mean values for standard deviation of  $1.05 \mu\text{m}$  (backward detection)

IPPs 都等于 0, 代表完全退偏的散射介质; 在  $C$  点上, IPPs 都等于 1, 代表完全非退偏的散射介质。散射介质的退偏能力越弱, 分布在纯度空间中的表征点越靠近  $C$  点, 相反, 散射介质退偏能力越强, 在纯度空间中的表征点越靠近  $O$  点。如图 2(a) 所示, 当发射可见光并在后向接收时, 随着双粒子混合体系中瑞利小颗粒体积比例的增加, 散射介质对应纯度空间中的表征点逐渐趋近于  $C$  点, 这说明介质的退偏能力随着小粒子体积比例的增加而减弱。这是由于随着散射介质中小粒子的体积比的逐渐增加, 会使得光子与小粒子碰撞的几率增加, 后向探测器会接收到更多散射角较大的光子, 而这些散射角较大的光子偏振状态变化较小, 导致散射介质退偏能力的减弱。当发射红外辐射并在前向探测时<sup>[34]</sup>, 情况如图 2(b) 所示, 随着小粒子的增加, 散射介质的保偏性逐渐增强。上述结果表明, 双粒子混合散射介质中退偏能力取决于小粒子在整个散射介质中的混合体积比, 即散射介质中瑞利散射微粒的增加将导致散射介质退偏能力的减弱。

当散射介质为多分散体系时, 假设散射介质中的粒子大小满足对数正态分布, 在此基础上研究了两种不同标准差下, 均值逐渐增大时散射介质的退偏能力。同样的, 将后向探测散射介质的 IPPs 在纯度空间上表示出来。在标准差分别为  $0.01 \mu\text{m}$ 、 $1.05 \mu\text{m}$  的情况下, 粒子分布的均值变化范围为  $0.1 \sim 2.1 \mu\text{m}$  时, 可见光后向探测到散射介质退偏能力如图 2(c)~(d) 所示。纯度空间里分布的点随着粒子均值的增加越来越接近  $O$  点, 也就是说粒子的平均值变大, 散射介质的退偏能力增强, 这说明多分散体系中粒子分布的标准差的差异不会改变散射介质退偏能力的总体变化趋势。

清华大学马辉教授课题组针对散射介质提出了一种新的物理可实现空间<sup>[38]</sup>, 其横坐标为  $P_\Delta$ , 纵坐标为  $PI = \sqrt{((P_1)^2 + (P_2)^2 + (P_3)^2)/3}$ , 提出的物理可实现的空间相比于  $S(M)-P_\Delta$  空间<sup>[39]</sup> 有了很大的改进, 提供了一个更加简单的几何表示, 更便于对散射介质进行分类。同样的, 他们利用蒙特卡洛 (MC) 算法得到了单分散体系下, 对于不同的散射系数 ( $5 \text{ cm}^{-1}$ ,  $10 \text{ cm}^{-1}$ ,  $15 \text{ cm}^{-1}$ ), 随着粒子半径的增加, 前向和后向散射在  $PI-P_\Delta$  空间中的分布。结果表明, 在前向散射的过程

中,  $PI$  随着粒子直径的增大而增大; 在后向散射过程中, 随着散射介质中粒子直径的变化,  $PI$  的值随着  $P_\Delta$  的变化关系在空间中呈现出一条曲线。

### 3 IPPs 生物医学的应用

#### 3.1 IPPs 的生物组织成像

植物组织图像的对比度可以通过二色性或双折射的测量加以提高。二色性与植物结构对光的偏振依赖性吸收有关, 其在很多研究中被成功地用于揭示植物中叶绿体和相关细胞器的组织和浓度<sup>[40-41]</sup>。双折射也已成功地用于表征双折射大分子。但退偏作为一种偏振特性, 通常被忽略。当不同偏振态的光子非相干地到达探测器的同一区域时, 就会出现退偏现象。在植物中, 退偏主要是由位于组织内的细胞、细胞器和其他元素散射光引起的。迄今为止, 最常用的探测植物组织退偏的方法是测量散射光的 DoP。由于 DoP 依赖于植物成分的内在特征, 它是对给定标本状态的一种有针对性和信息性的观察。然而, 一种更普遍的方法, IPPs 在植物学上却很少被使用。

近来, Albert Van Eeckhout 开始尝试利用 IPPs 对植物组织进行成像, 标本为植物叶片。实验中对叶片的退偏进行测量, 得到对叶片偏振响应进行编码的 MM 图像。为了从测量的 MM 图像中获得进一步的物理信息, 对 MM 图像进行分解, 得到一组后续的偏振和退偏程度量图像。在实验中, Albert Van Eeckhout 课题组使用了退偏指数  $P_\Delta$  和 IPPs 观测数据,  $P_\Delta$  和 IPPs 能够根据其对照明光退偏能力的不同对微观结构进行分类。其中,  $P_\Delta$  表示散射介质总体的退偏能力, 而 IPPs 可以区分散射介质中不同的退偏成分。图 3(b)~(d) 为  $P_\Delta$ ,  $P_1$ , 以及  $P_2-P_1$  对应的图像。图 3(e) 显示了植物线性延迟的图像, 图 3(f) 显示其伪彩色图像, 它给出了叶片成像区域结构的双折射信息。在图 3(b)~(e) 中可以看到菊粉的细长形状, 菊粉是一种针状结晶的多糖, 针状晶体倾向于聚集在一起形成裂片, 这种裂片存在于一些植物的实质细胞中。在图 3(b)~(e) 中, 针状晶体的边缘可以清晰的区分出来, 整个结构与背景形成了高度对比。在  $P_1$  图像 (图 3(c)) 中, 针状晶体红色方形区域的  $P_1$  平均值为 0.11, 而与

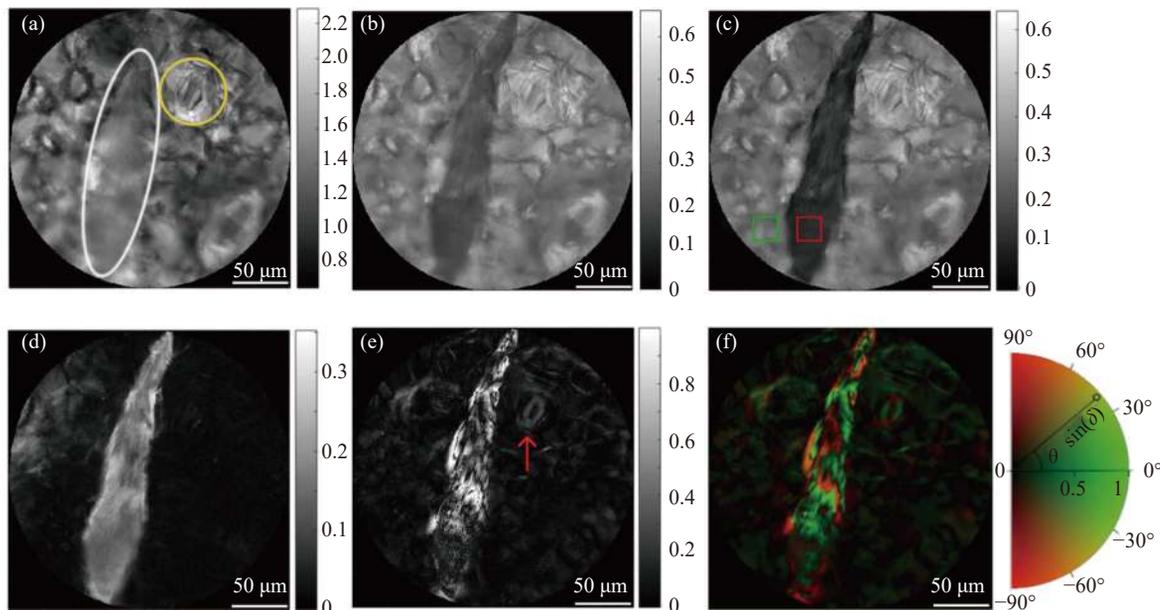


图 3 植物叶子的偏振分析。(a) 强度; (b)  $P_{\Delta}$ ; (c)  $P_1$ ; (d)  $P_2-P_1$ ; (e)  $\delta$  线性延迟; (f) 线性延迟的伪彩色图像

Fig.3 Polarization analysis of leaf. (a) Intensity; (b)  $P_{\Delta}$ ; (c)  $P_1$ ; (d)  $P_2-P_1$ ; (e) Linear retardance  $\delta$  and (f) Pseudo-colored image of linear retardance

背景相对应的绿色方形区域的  $P_1$  平均值为 0.29,  $P_1$  的值分别在 0.11 和 0.29 附近很好地聚为两组, 这表明了  $P_1$  能够区分不同类型的物质, 而这在非偏振光图像下 (图 3(a)) 是不可能的。图 3(d) 中  $P_2-P_1$  的观察结果显示, 针状晶体的同一部分的值约为 0.13, 而背景单元格的同一部分的值为 0.02。对于不同的退偏物体,  $P_1$  和  $P_2-P_1$  针状晶体的能见度比  $P_{\Delta}$  高。因此, 使用 IPPs 观察退偏物体比使用  $P_{\Delta}$  和传统的光强效果更好。

Albert Van Eeckhout 团队同样利用 IPPs 对动物组织进行观测。实验选取了兔腿上的肌肉作为实验样品, 使用 MM 成像时对比度太差, 以至于无法对不同生物结构进行分辨, 接着他们利用 IPPs 对生物组织进行成像。IPPs 在成像的过程中则具有较好的分辨能力, 会导致某些生物结构的对比度增大。并且 IPPs 与传统方法相比, 不需要进行偏振分解, 其中的  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$  易于获得。

紧接着为了进一步的增加不同结构之间的对比度, Albert Van Eeckhout 团队利用伪彩色的方法对实验样品的成像结果进行进一步处理, 结果如图 4 所示。通过伪彩色来编码由 IPPs 提供的偏振信息的方法不是唯一的, 其主要目的是尽可能使生物样本目标结构对比度更大, 所以需要给  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$  设置不同的权

重, 即  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$  和  $\alpha_3$  的取值不同会使得具有不同偏振属性的结构成像的清晰度不同。图 4 中给出了两种不同的组合, 首先, 为了得到图 4(a) 中的图像, 使用公式 (11) 对成像图片进行伪彩色处理, 选取  $\alpha_1=3$ 、 $\alpha_2=1$  和  $\alpha_3=1$ , 这种组合增加了  $P_1$  通道的权重, 从而放大了骨孔和营养通道的对比度。视觉效果如图 4(a) 所示, 其中营养通道形成了很高的对比度 (见图 4(a) 绿色箭头)。

此时, 修改公式 (11) 中的权重, 甚至进一步修改伪彩色编码关系本身, 以增加目标结构区域的对比度, 即可以调整伪颜色编码的基, 突出目标结构区域。例如, 修改了公式 (11) 中的基, 变成了公式 (12):

$$C_{\text{pix}}(x, y) = \alpha_1 P_1(x, y) + \alpha_2 P_2(x, y) + \alpha_3 P_3(x, y) \quad (11)$$

$$C_{\text{pix}}(x, y) = \alpha_1 P_3(x, y) + \alpha_2 [P_2(x, y) - P_1(x, y)] + \alpha_3 [P_3(x, y) - P_2(x, y)] \quad (12)$$

公式 (12) 使用了一组非正交的伪色基。公式 (12) 中  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$  和  $\alpha_3$  范围也是 0~1, 不过与公式 (11) 中考虑伪彩色空间中的点不同, 公式 (12) 选择的非正交轴更接近于一个四面体, 四面体中点的色差更大。设置权重  $\alpha_1 = 2$ 、 $\alpha_2 = 2$  和  $\alpha_3 = 1$  可最大化斑点状结构和薄肌腱的对比度, 得到图 4(b) 中的图像, 薄肌腱现在可以更好地显示 (见图 4(b) 蓝色箭头), 斑点状结构清

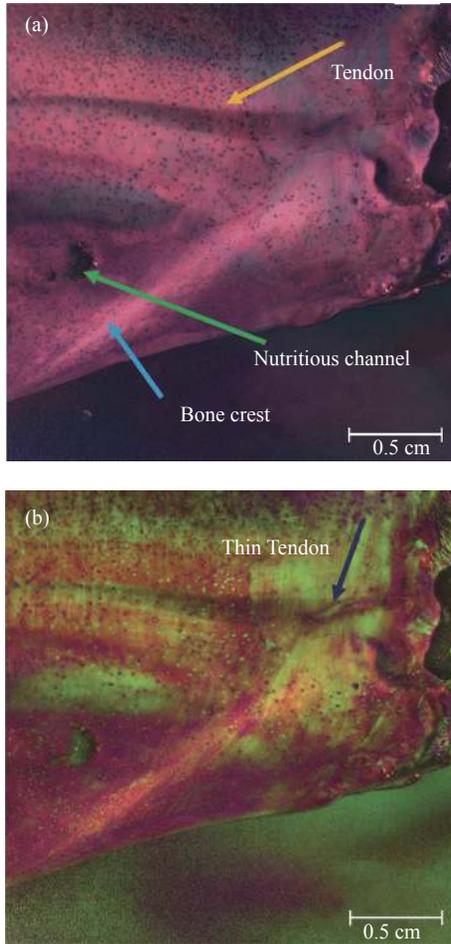


图 4 不同基和权重下的伪彩色图片。(a) 公式 (11) 中  $\alpha_1 = 3$ 、 $\alpha_2 = 1$  和  $\alpha_3 = 1$ ; (b) 公式 (12) 中  $\alpha_1 = 2$ 、 $\alpha_2 = 2$  和  $\alpha_3 = 1$

Fig.4 Pseudo-colored image of different bases and weights. (a)  $\alpha_1 = 3$ ,  $\alpha_2 = 1$  and  $\alpha_3 = 1$  of Eq. (11); (b)  $\alpha_1 = 2$ ,  $\alpha_2 = 2$  and  $\alpha_3 = 1$  of Eq. (12)

晰可见。实验表明, IPPs 在对生物组织进行成像的过程中确实具有独特的优势, 并且通过选取伪色彩的基和权重可以对生物组织的目标结构进行突出显示。

### 3.2 IPPs 监测血糖

目前, 糖尿病已成为第三大严重危害人类健康的疾病, 也是全世界非常关注的问题之一。同时, 糖尿病导致的并发症有很多, 会危害人的心、脑、肾、血管、神经、皮肤等。糖尿病患者在治疗时血糖的增高或降低, 也可能直接导致患者死亡。因此, 糖尿病患者需要一种无创血糖监测仪来提高监测频率, 更好地指导治疗。尽管其中一些技术已经达到了相当高的精度, 到目前为止, 没有一种技术被批准用于临床。偏振光为监测葡萄糖浓度 (Glucose Concentration, GC) 提供了一种可行的方法, 其通过 GC 引起的偏振变化进行浓度的监测。Chou<sup>[42]</sup> 和 Pu<sup>[43]</sup> 使用高灵敏度的偏光技术识别与生理 GC 相关的偏振面的旋转。Ablitt<sup>[44]</sup> 等人利用 MC 模拟研究了含有手性球状粒子的混浊介质对偏振光散射的影响。Wang<sup>[45]</sup> 开发了一种 MC 方法, 利用单散射模型或双散射模型提取含葡萄糖双折射混浊溶液的 MM 元素。Phan 和 Lo<sup>[46]</sup> 使用由偏振扫描发生器和高精度 Stokes 偏振仪组成的 Stokes-MM 偏振测量系统, 分别检测有散射效应和无散射效应水溶液中的低浓度葡萄糖样品, 但由于信噪比较小, 检测葡萄糖引起的偏振面小角度的旋转是相当困难的。

近年来, 笔者课题组提出利用 IPPs 对 GC 进行监测<sup>[47]</sup>, 并利用 MC 算法搭建了实验平台。结果表明, IPPs 中的  $P_1$  相比较于传统的偏振指标对 GC 变化更加敏感更具有优势, 可以用于指示和监测溶液中的 GC。在前向散射探测中, 粒径越大, 优势越明显, 结果如图 5 所示。接着拟合出  $P_1$  与 GC 的多项式关系, 通过拟合出的多项式对 GC 进行反演, 误差低于 5%。

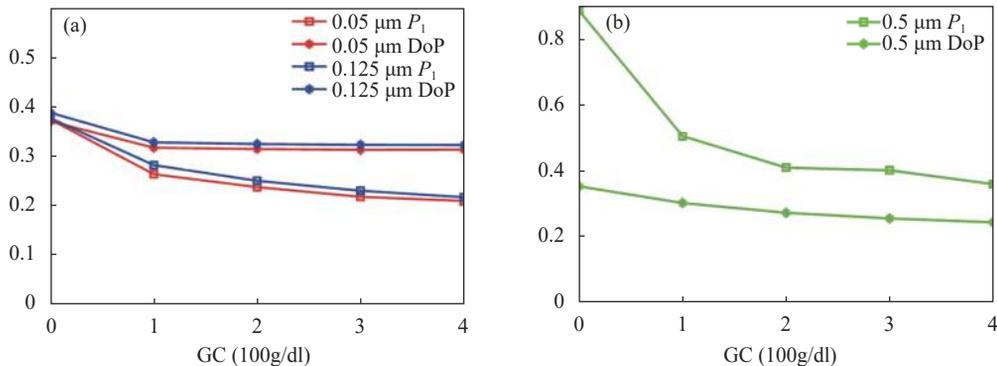
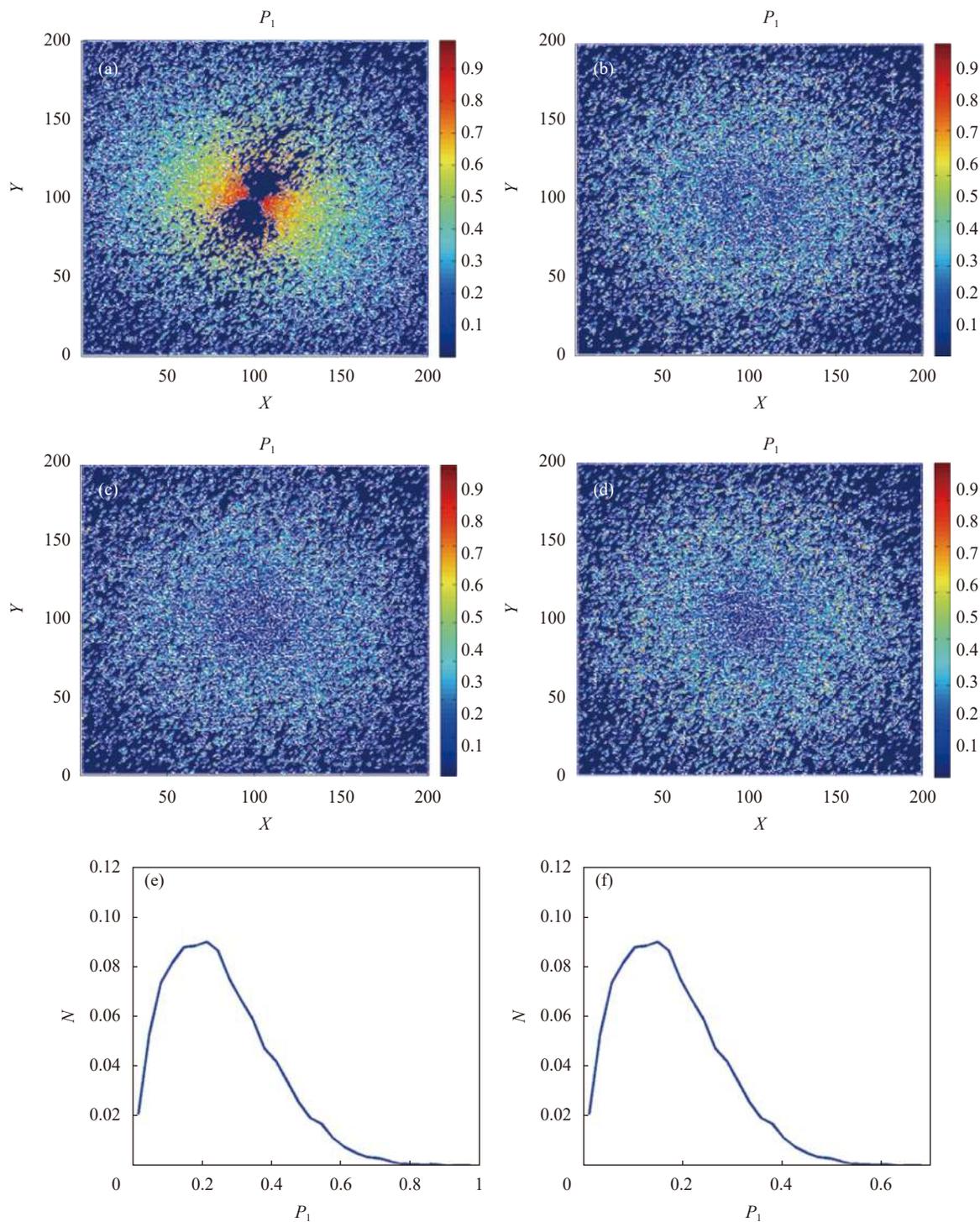


图 5  $P_1$  与 DoP 随 GC 变化规律 (前向散射)

Fig.5  $P_1$  and DoP varying with GC (forward scatter)

然而,在后向散射探测中, IPPs 不能明显的反映出溶液中 GC 的变化。但是在前向散射的过程中,  $P_1$  体现了对 GC 监测的能力, 于是该课题组利用  $P_1$  频率分布直方图来显示 GC 的变化。首先, 将  $P_1$  值的区间划分为 30 等份, 分别计算每个区间上的值, 然后, 将直方图与曲线进行拟合, 如图 6(e)~(h) 所示, 其中

$N$  为归一化频率。如图 6(a)~(b) 所示, 发现有葡萄糖和没有葡萄糖的两种溶液的  $P_1$  分布有显著的不同, 但在不同 GC 的溶液中, 如图 6(b)~(d),  $P_1$  的空间分布没有明显的区别。从  $P_1$  的频率分布直方图 6(e)~(h) 可以看出, 随着溶液中 GC 的增加, 最大值点的位置逐渐向左移动, 这与正向散射结论一致。



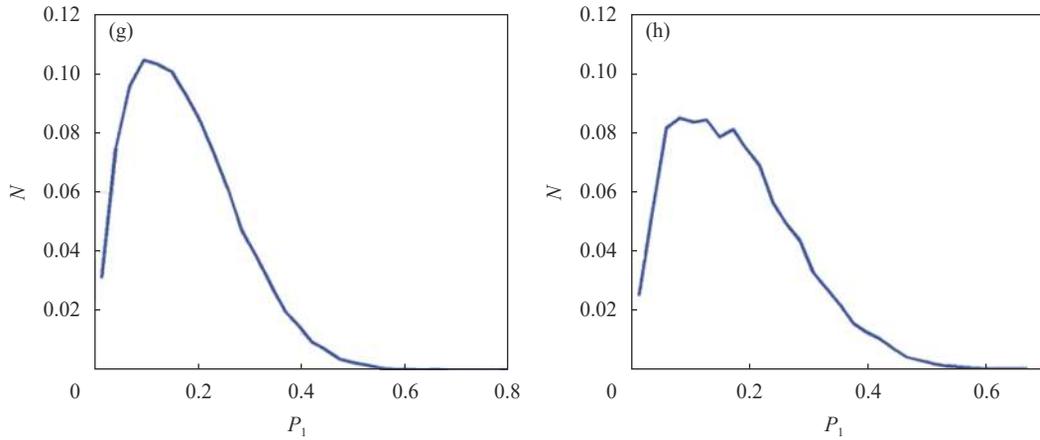


图 6 四种不同 GC 溶液下探测板 (200×200) 的  $P_1$  空间分布和  $P_1$  的频率分布直方图

Fig.6 Space distribution and frequency distribution histogram of  $P_1$  of detecting board with four kinds of GCs

### 4 IPPs 对伪装下的目标识别

表征反射光的偏振变化过程对探测偏振分布、揭示目标特征具有重要意义,可用于偏振遥感<sup>[48-49]</sup>、目标检测与识别<sup>[50-52]</sup>。当目标表面不光滑时,反射光会具有不同的传播方向,即发生了散射。粗糙表面的反射通常使用双向反射分布函数 (Bidirectional Reflection Distribution Function, BRDF) 建模<sup>[53-55]</sup>。Wang<sup>[56]</sup> 等人将 MC 算法与 BRDF 模型相结合,提出了一种从粗糙表面获取反射偏振信息的方法。然而,这些模型因为没有考虑目标的退偏特性,所以识别的精度比较低,也无法对隐藏下的目标进行识别。而目标的退偏特性可以用 IPPs 来表征。合肥工业大学郭忠义课题组基于 BRDF 模型、利用 MC 算法搭建实验环境并利用 IPPs 对伪装下的目标进行识别<sup>[57]</sup>。

实验中使用 632.8 nm 的激光以天顶角  $\theta$  照射到涂层,当光照射到涂层时,会发生折射和反射。反射光将立刻被上半球接收,折射光则会通过一系列的反射和折射,最终被上半球接收,模型图如图 7(a) 所示。接收前,将上半球分成  $90 \times 360$  个网格,俯视图如图 7(b) 所示。根据相应网格中的方位角和天顶角收集出射光,即对到达同一个网格中的光叠加求 Stokes 矢量。因为不同网格中收集的反射光经历了不同的散射过程,所以携带了关于目标的多维信息。

为了研究目标的退偏特性与入射角的关系,将有机涂层的表面粗糙度固定为 0.2,入射角分别设置为  $30^\circ$ 、 $40^\circ$ 、 $50^\circ$ 、 $60^\circ$  和  $70^\circ$  计算得到上半球  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$  的平均值在 IPPs 空间上的分布,如图 8 所示。

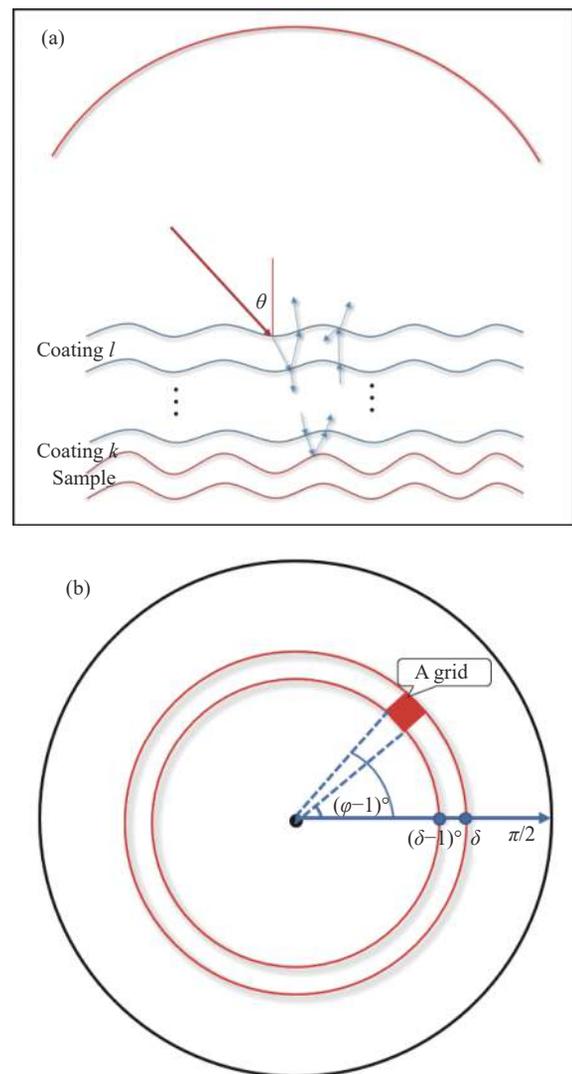


图 7 (a) 光线反射折射模型图; (b) 上半球俯视图

Fig.7 (a) Model of refraction and reflection; (b) Top view of upper hemisphere

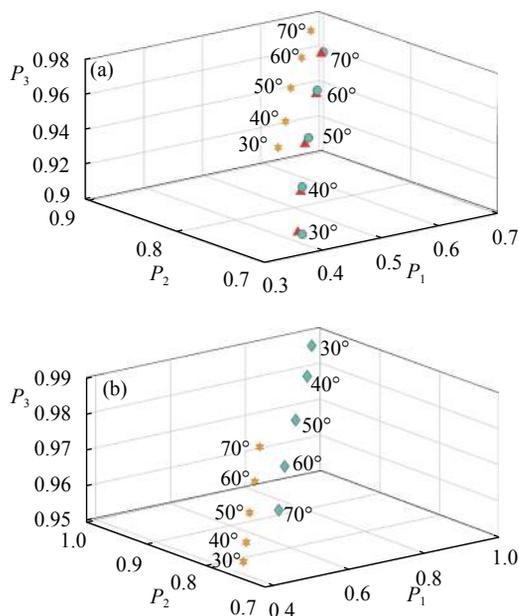


图 8 随着入射角的变化,不同目标的 $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$ 在纯度空间下的分布。(a) Cu、Au、Al; (b) Al、 $Al_2O_3$

Fig.8 Distributions of  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  corresponding to different incident angles. (a) Samples as Cu, Au, Al; (b) Samples as Al,  $Al_2O_3$

在 $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$ 构成的 IPPs 空间中,点 (1, 1, 1) 代表完全非退偏目标,其他点代表退偏目标,可以根据 IPPs 空间中的坐标来表示目标固有的退偏特性。图 8 说明随着入射角的增加,金属的退偏能力逐渐减弱而氧化物的退偏能力逐渐增强,这说明金属和氧化物对入射角的依赖性相反。此外,Cu 在 IPPs 空间分

布结果接近于 Au,而远离 Al 和  $Al_2O_3$ ,这一现象取决于目标的折射率。由于 Cu 的折射率与 Au 的折射率相似,但与 Al 和  $Al_2O_3$  的折射率有很大的不同,所以不同的材质的目标在 IPPs 空间中的分布不同,这使得伪装目标的探测、识别成为可能。同时,整个上半球的 $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$ 分布随入射角的变化情况如图 9 所示。

上半球网格中存在物理不可实现点<sup>[29]</sup>。以 Cu 为例,当 $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$ 的值为零时,说明由协方差矩阵  $H(M)$  导出的特征值为负,称为物理不可实现点,即其不在图 1 的可行域中。可以看出,物理不可实现点的数量随着入射角的增大而减少,入射角变大,物理可实现点有向圆心扩散的趋势。此外,不同网格的 $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$ 也不相同,意味着不同网格所表现的目标的退偏特性也是不同的。

该课题组同样研究了 IPPs 随目标表面粗糙度的变化情况,结果表明随着粗糙度的增大, $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$ 的值逐渐减小,说明无论是金属还是氧化物,其退偏能力都随着粗糙度的增大而增强。这是因为在粗糙的表面上,光会发生多次散射,导致入射光的退偏效应增强。此外,利用 IPPs 对伪装下的目标进行识别的过程中,因为目标对上半球不同网格接收到的光的编码不同,造成不同网格所展现出的目标的退偏特性不同。所以也可以结合不同网格的 IPPs 信息,实现伪装下的目标识别<sup>[57]</sup>。

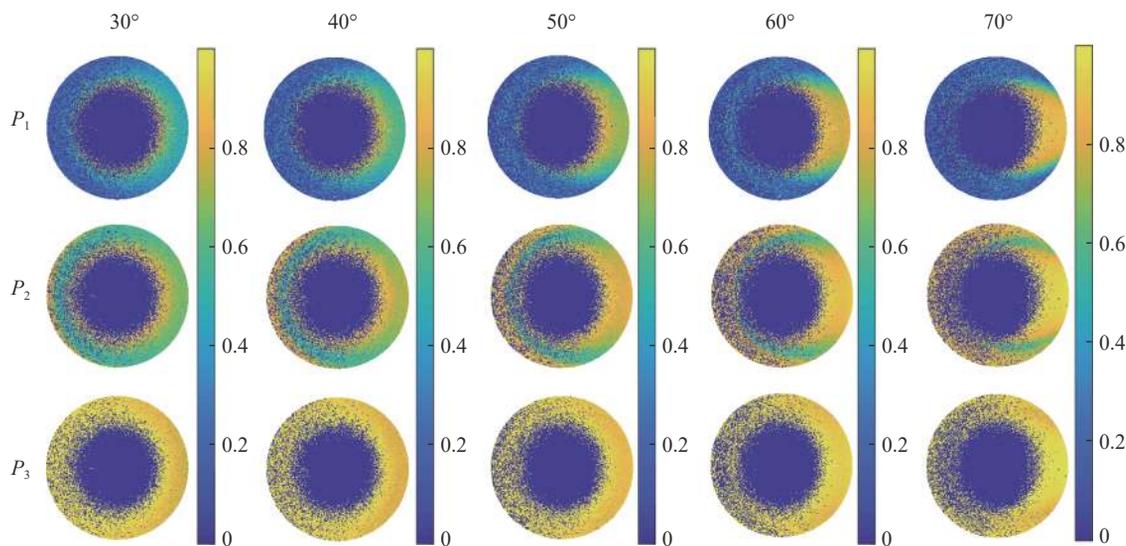


图 9  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$ 上半球的每个网格分布随入射角的变化(Cu)

Fig.9  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  of each grid in the upper hemisphere varying with the incident angles (Cu)

## 5 总结与展望

文中从 IPPs 的来源出发,综述了 IPPs 较传统偏振指标的优越性以及其在生物医学、目标识别等方面的重要应用。IPPs 从 MM 中来,但是比 MM 具有更简便的形式,较传统的偏振指标具有更多维的信息。在用于生物医学成像的过程中,因为组织中不同结构之间的退偏特性不同,从而可以对不同的结构进行分辨。并且,由于 IPPs 可以表征介质及目标更多维的信息,从而可以利用 IPPs 监测介质及目标的微小变化。正因如此,IPPs 可以用来对目标进行识别,即使目标被伪装,也可利用 IPPs 的变化对目标进行成像、识别。但目前利用 IPPs 对退偏结构进行成像时,IPPs 与特定退偏结构的对应编码关系,尚需要进一步深化研究。在今后的发展中,IPPs 可以用于在传统偏振指标所不能解决的问题领域发挥积极作用,可以进一步的探索其在生物医学领域的应用,探索不同退偏结构和 IPPs 之间对应的编码关系,也可以将 IPPs 信息与人工智能相结合,通过对 IPPs 偏振特性数据的相关特征学习,也许可以为下一代更加智能化、更高信息维度化的目标检测、识别提供强有力的技术方案。

### 参考文献:

- [1] Guo Z, Kang Q, Peng Z, et al. Progress of polarization-information detection technology based on manipulations of metasurface [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2020, 49(9): 20201041. (in Chinese)
- [2] Du E, He H, Zeng N, et al. Mueller matrix polarimetry for differentiating characteristic features of cancerous tissues [J]. *J Biomed Opt*, 2014, 19(7): 076013.
- [3] He H, Sun M, Zeng N, et al. Mapping local orientation of aligned fibrous scatterers for cancerous tissues using backscattering Mueller matrix imaging [J]. *J Biomed Opt*, 2014, 19(10): 106007.
- [4] Xu X, Tao Q, Shen F, et al. Retrieving the polarization information for light communication [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(9): 0922002. (in Chinese)
- [5] Qiu J, Zhang Z, Yu S, et al. Development of 1.5  $\mu\text{m}$  lidar for atmospheric detection (Invited) [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2021, 50(3): 20210079. (in Chinese)
- [6] Li X, Liu F, Han P, et al. Near-infrared monocular 3D computational polarization imaging of surfaces exhibiting nonuniform reflectance [J]. *Opt Express*, 2021, 29: 15616-15630.
- [7] Li X, Liu F, Han P, et al. Research on polarization dehazing through the coaxial and multi-aperture polarimetric camera [J]. *OSA Continuum*, 2019, 2: 2369-2380.
- [8] Li X, Hu H, Zhao L, et al. Polarimetric image recovery method combining histogram stretching for underwater imaging [J]. *Scientific Reports*, 2018, 8(1): 110.
- [9] Hu H F, Li X B, Liu T G, et al. Recent advances in underwater image restoration technique based on polarimetric imaging [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2019, 48(6): 0603006. (in Chinese)
- [10] Li X, Hu H, Zhao L, et al. Pseudopolarimetric method for dense haze removal [J]. *IEEE Photonics Journal*, 2019, 11(1): 1-11.
- [11] Shi K, Hao Y, Wang M, et al. Real-time simulation method of infrared sea background [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(1): 25-29. (in Chinese)
- [12] Zhang W G. Application of polarization detection technology under the background of sun flare on sea surface [J]. *Chinese Optics*, 2018, 11(2): 231-236. (in Chinese)
- [13] Hulburt E O. The polarization of light at sea [J]. *J Opt Soc Am*, 1934, 24: 35-42.
- [14] Chen B G, Li W P, He H H, et al. Analysis and calibration of linear birefringence orientation parameters derived from Mueller matrix for multi-layered tissues [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2021, 146: 106690.
- [15] Anderson R R. Polarized light examination and photography of the skin [J]. *Archives of Dermatology*, 1991, 127(7): 1000-1005.
- [16] Jacques S L, Ramella-Roman J C, Lee K, et al. Imaging skin pathology with polarized light [J]. *J Biomed Opt*, 2002, 7(3): 320-340.
- [17] Pierangelo A, Nazac A, Benali A, et al. Polarimetric imaging of uterine cervix: A case study [J]. *Opt Express*, 2013, 21(12): 14120-14130.
- [18] Lu S Y, Chipman R A. Interpretation of Mueller matrix based on polar decomposition [J]. *J Opt Soc Am A*, 1996, 13(5): 1106-1113.
- [19] Li X, Liao R, Zhou J, et al. Classification of morphologically similar algae and cyanobacteria using Mueller matrix imaging and convolutional neural networks [J]. *Appl Opt*, 2017, 56: 6520-6530.
- [20] Pierangelo A, Manhas S, Benali A, et al. Multispectral Mueller polarimetric imaging detecting residual cancer and cancer regression after neoadjuvant treatment for colorectal carcinoma

- mas [J]. *J Biomed Opt*, 2013, 18(4): 046014.
- [21] Novikova T, Pierangelo A, Manhas S, et al. The origins of polarimetric image contrast between healthy and cancerous human colon tissue [J]. *Appl Phys Lett*, 2013, 102(24): 241103.
- [22] Van Eeckhout A, Garcia-Caurel E, Garnatje T, et al. Polarimetric imaging microscopy for advanced inspection of vegetal tissues [J]. *Sci Rep*, 2021, 11: 3913.
- [23] Eeckhout A V, Lizana A, Garcia-Caurel E, et al. Polarimetric imaging of biological tissues based on the indices of polarimetric purity [J]. *J Biomed Opt*, 2017, 11(4).
- [24] Gil J J, Correas J M, Melero P A, et al. Generalized polarization algebra [J]. *Monog Sem Mat G Galdeano*, 2004, 31: 161-167.
- [25] Gil J J. Invariant quantities of a Mueller matrix under rotation and retarder transformations [J]. *J Opt Soc Am A*, 2016, 33(52): 52-58.
- [26] Gil J J, Norrman A, Friberg A T, et al. Polarimetric purity and the concept of degree of polarization [J]. *Physical Review A*, 2018, 97(2): 023838.
- [27] Goldstein D. Polarized Light[M]. 2nd ed. New York: Marcel Dekker, 2003.
- [28] Moreno F, González F. Light Scattering from Microstructures[M]. New York: Springer, 2000.
- [29] Gil J J. Polarimetric characterization of light and media [J]. *European Physical Journal Applied Physics*, 2007, 40(1): 1-47.
- [30] Gil J J, Jose I S. Polarimetric subtraction of Mueller matrices [J]. *J Opt Soc Am A*, 2013, 30(6): 1078-1088.
- [31] Van Eeckhout A, Lizana A, GarciaCaurel E, et al. Synthesis and characterization of depolarizing samples based on the indices of polarimetric purity [J]. *Optics Letters*, 2017, 42(20): 41554158.
- [32] Jose I S, Gil J J. Invariant indices of polarimetric purity: Generalized indices of purity for  $n \times n$  covariance matrices [J]. *Opt Commun*, 2008, 284(1): 38-47.
- [33] Shen F, Zhang M, Guo K, et al. The depolarization performances of scattering systems based on the Indices of Polarimetric Purity (IPPs) [J]. *Opt Express*, 2019, 27: 28337-28349.
- [34] Wang P, Li D, Guo K, et al. Analyzing polarization transmission characteristics in foggy environments based on the indices of polarimetric purity [J]. *IEEE Access*, 2020, 8(1): 227703-227709.
- [35] Xu Q, Guo Z, Tao Qi, et al. A novel method of retrieving the polarization qubits after being transmitted in turbid media [J]. *Journal of Optics*, 2015, 17(3): 035606.
- [36] Xu Q, Guo Z, Tao Q, et al. Multi-spectral characteristics of polarization retrieve in various atmospheric conditions [J]. *Opt Communication*, 2015, 339: 167-170.
- [37] Guo Z, Wang X, Li D, et al. Advances on theory and application of polarization information propagation (Invited) [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2020, 49(6): 20201013. (in Chinese)
- [38] Tariq A, Li P, Chen D, et al. Physically realizable space for the purity depolarization plane for polarized light scattering media [J]. *Physical Review Letters*, 2017, 119(3): 033202.
- [39] Pires H D L, Monken C H. On the statistics of the entropy-depolarization relation in random light scattering [J]. *Opt Express*, 2008, 16: 21059.
- [40] Zeiger E, Hepler P. Production of guard cell protoplasts from onion and tobacco [J]. *Plant Physiol*, 1976, 58: 492-498.
- [41] Shtein I S. Stomatal cell wall composition: Distinctive structural patterns associated with different phylogenetic groups [J]. *Ann Bot*, 2017, 119: 1021-1033.
- [42] Chou C, Huang Y C, Feng C M, et al. Amplitude sensitive optical heterodyne and phase lock-in technique on small optical rotation angle detection of chiral liquid [J]. *Jpn J Appl Phys*, 1997, 36(1): 356-359.
- [43] Pu C, Zhu Z H, Lo Y, et al. A surface-micromachined optical self-homodyne polarimetric sensor for noninvasive glucose monitoring [J]. *IEEE Photon Technol Lett*, 2000, 12(2): 190-192.
- [44] Ablitt B P, Hopcraft K I, Turpin K D, et al. Imaging and multiple scattering through media containing optically active particles [J]. *Waves Random Media*, 1999, 9(4): 561-572.
- [45] Wang X D, Wang L V. Propagation of polarized light in birefringent turbid media: a Monte Carlo study [J]. *J Biomed Opt*, 2002, 7(3): 279-290.
- [46] Phan Q H, Lo Y L. Stokes-mueller matrix polarimetry system for glucose sensing [J]. *Opt Lasers Eng*, 2017, 92: 120-128.
- [47] Li D, Xu C, Zhang M, et al. Measuring glucose concentration in a solution based on the indices of polarimetric purity [J]. *Biomed Opt Express*, 2021, 12: 2447-2459.
- [48] Wang X, Hu T, Li D, et al. Performances of polarization-retrieve imaging in stratified dispersion media [J]. *Remote Sens*, 2020, 12: 2895.
- [49] Groth S, Greiner F, Tadsen B, et al. Mie ellipsometry to determine the time-resolved particle growth in nanodusty plasmas [J]. *J Phys D: Appl Phys*, 2015, 46: 465203.
- [50] Kirchschrager F, Wolf S, Greiner F, et al. In-situ analysis of optically thick nanoparticle clouds [J]. *Appl Phys Lett*, 2017, 110: 173106.
- [51] Peng B, Zhong K, Zhao H, et al. Laser circumferential scanning

- detection model and simulation analysis of underwater targets [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2019, 48(12): 1205002. (in Chinese)
- [52] Xu F, Wang H, Jin Y. Impact of cross-polarization isolation on polarimetric target decomposition and target detection [J]. *Radio Sci*, 2015, 50(4): 327-338.
- [53] Zhang Y, Zhang Y, Zhao H, et al. Improved atmospheric effects elimination method for pBRDF models of painted surfaces [J]. *Opt Express*, 2017, 25(14): 16458-16475.
- [54] Wang K, Zhu J, Liu H, et al. Expression of the degree of polarization based on the geometrical optics pBRDF model [J]. *J Opt Soc Am A*, 2017, 32(2): 259-263.
- [55] Lu M, Wang Z, Gao P, et al. Simulation experiment of polarization reflection characteristics of the oil slick [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2020, 49(4): 0426002. (in Chinese)
- [56] Wang C, Gao J, Yao T, et al. Acquiring reflective polarization from arbitrary multi-layer surface based on Monte Carlo simulation [J]. *Opt Express*, 2016, 9(24): 9397-9411.
- [57] Li D, Guo K, Sun Y, et al. Depolarization characteristics of different reflective interfaces indicated by indices of polarimetric purity (IPPs) [J]. *Sensors*, 2021, 21: 1221.