



## 量子增强星载光子计数激光雷达阈值检测性能

惠俊 柴洪洲 向民志 杜祯强 靳凯迪

### Detection performance of spaceborne photon-counting LiDAR based on quantum enhancement

Hui Jun, Chai Hongzhou, Xiang Minzhi, Du Zhenqiang, Jin Kaidi

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.3788/IRLA20220469>

#### 您可能感兴趣的其他文章

##### Articles you may be interested in

#### 星载微脉冲光子计数激光雷达的探测性能仿真分析

Analysis of the detection performance of spaceborne micropulse photon-counting lidar

红外与激光工程. 2021, 50(11): 20200502 <https://doi.org/10.3788/IRLA20200502>

#### 基于集成量子压缩光源的量子增强多普勒激光雷达 (特邀)

Quantum enhanced Doppler LiDAR based on integrated quantum squeezed light source(*Invited*)

红外与激光工程. 2021, 50(3): 20210031 <https://doi.org/10.3788/IRLA20210031>

#### 宽脉冲光子计数偏振激光雷达探测浅水层研究 (特邀)

Study of wide-pulse photon counting polarization lidar to detect shallow water layer (*Invited*)

红外与激光工程. 2021, 50(3): 20200452 <https://doi.org/10.3788/IRLA20200452>

#### 光子计数激光测深系统

Photon counting laser bathymetry system

红外与激光工程. 2019, 48(1): 106002 <https://doi.org/10.3788/IRLA201948.0106002>

#### 基于全光纤光子计数激光雷达的高分辨率三维成像

High-resolution three-dimensional imaging based on all-fiber photon-counting Lidar system

红外与激光工程. 2021, 50(7): 20210162 <https://doi.org/10.3788/IRLA20210162>

#### 基于深度学习的压缩光子计数激光雷达

Compressed photon-counting laser radar based on deep learning

红外与激光工程. 2020, 49(S2): 20200380 <https://doi.org/10.3788/IRLA20200380>

## 量子增强星载光子计数激光雷达阈值检测性能

惠 俊, 柴洪洲\*, 向民志, 杜祯强, 靳凯迪

(信息工程大学 地理空间信息学院, 河南 郑州 450001)

**摘要:** 星载光子计数激光雷达在遥感探测、导航测距等领域发挥着重要作用。依据光子数可分辨激光雷达的工作原理,建立了基于光量子统计理论的星载光子数可分辨激光雷达接收端的量子阈值检测模型。方案利用先进的光子数可分辨探测器件滤除未能达到最小检测信噪比的光子,并根据光量子统计规律重构信噪比检测公式,接收端的最小可检测信噪比相对经典光强检测方案进一步降低。同时分析了新型量子阈值检测方案的检测概率与虚警概率,数值仿真的结果表明,基于光子数可分辨探测的量子阈值检测方案的信噪比在少光子到达的条件下优于经典光强检测方案,且利用量子压缩态发射源可进一步增强量子阈值的检测性能。最后,进行了星载光子数可分辨激光雷达测高的仿真实验,结果表明在少量返回光子信号情形下的量子阈值检测方案的性能获得了显著增益。

**关键词:** 激光雷达; 光子计数; 量子增强; 信噪比; 检测性能

**中图分类号:** TN247      **文献标志码:** A      **DOI:** 10.3788/IRLA20220469

### 0 引 言

近年来量子信息科学飞速发展,单光子作为量子信息的载体,其检测技术对激光雷达系统的发展具有重要意义。相较于传统卫星遥感探测技术,星载光子计数激光雷达(light detection and ranging, LIDAR)应用了新一代单光子探测器件,具有探测距离远、测量精度高、作业效率高以及经济成本低的特点,而且系统的功耗低、体积小,易于装备,因而在三维成像、高精度对地探测、深空导航测距等诸多领域得到广泛应用<sup>[1-4]</sup>。

星载激光雷达系统通过卫星平台发射脉冲并接收检测回波信号实现对目标的探测,进而完成测距(测高)任务。根据发射和检测模式的不同,通常有两类工作模式:传统的线性体制以及光子计数体制<sup>[5]</sup>。传统的线性体制通过光强检测提取回波信号,这种检测方式对激光能量要求很高,没有充分利用光子信息,使得线性探测器的增益较低。相比而言,光子计数激光雷达则可以将系统的灵敏度提高到单个光子的响应极限,基于盖革模式的雪崩光电二极管阵列探

测器更是具备分辨多光子的能力<sup>[6]</sup>。实际应用中,激光脉冲信号需要在星地长距离空间中往返传输,即使激光强度很高,但可接收到的有效信号光子数往往很少。此时,若考虑到达激光雷达系统接收端的回波光子的量子统计特性,并设置合理的量子检测阈值进而对回波信号作出判决和估计,将有望在特定的情形下提升星载激光雷达系统的检测性能<sup>[7-9]</sup>。

为了进一步提高星载激光雷达系统的探测性能,新一代基于量子压缩等技术的激光雷达获得了广泛研究<sup>[10]</sup>。高丽等人<sup>[11-13]</sup>对基于集成量子压缩光源的量子增强多普勒激光雷达进行了研究,验证了在接收端引入低噪声量子压缩态光场代替相干态光场进行量子增强探测的可行性;王强等人<sup>[14-15]</sup>研究了实际环境下损耗和相位噪声对相干态量子激光雷达性能的影响;王书<sup>[16]</sup>等研究了大气损耗对量子干涉雷达的影响,表明卫星量子信号经过长距离空间信道反射回激光雷达接收端后,虽有部分能量损失,但仍可保持一定的相干压缩,且发射端采用量子态的激光雷达可根据探测光的大气损耗情况适当调节参考光的衰减来克服大气损耗带来的不良影响。虽然目前量子激光

收稿日期:2022-08-29; 修订日期:2022-10-27

作者简介:惠俊,男,博士生,主要从事量子传感与精密测量、激光雷达等方面的研究。

导师(通讯作者)简介:柴洪洲,男,教授,博士生导师,博士,主要从事测绘导航方面的研究。

雷达的大多研究仅停留在理论探讨和小型实验阶段, 受限于长距离自由空间量子传输损耗, 尚且难以在星地间实现长距离量子传感测量<sup>[17-19]</sup>, 但随着量子科学技术的发展, 这些难题终将克服, 预先对量子激光雷达系统的性能进行研究显得愈发重要。

文中依据光量子统计理论, 构建了量子阈值检测信噪比模型, 并对系统的检测概率和虚警概率进行了数值分析, 最后由星载光子数可分辨激光雷达测高的仿真实验表明量子阈值检测提升了传统光强检测的性能。

## 1 理论模型

### 1.1 光子计数测量

对于星载光子计数激光雷达系统, 当用光子数可分辨探测器 (photon-number-resolving detector, PNRD) 观测微弱的光信号时, 在一些随机的时间点上会探测到一系列独立的光电子。与传统波形估计不同, 由于光子计数过程是一种表现为一系列离散事件的随机过程, 在研究光子计数过程时通常假定两个或以上的偶然事件同时发生的概率为零, 通常记录一段时隙内的光子计数并分析其统计规律, 由此判断是否为回波到达信号。

卫星激光测距系统中包含很多噪声, 不考虑暗计数等情形时, 系统噪声主要包括量子散粒噪声和背景噪声, 其中量子散粒噪声是由于相干光源的光子数波动引起的。在白天测距的情况下, 来自太阳辐射的天空背景噪声在系统噪声中占有重要比重。太阳辐射是黑体辐射, 因而来自太阳辐射的天空背景噪声具有热态光子统计特性<sup>[20]</sup>:

$$p_b(n) = \frac{n_b^n}{(n_b + 1)^{n+1}} \quad (1)$$

式中:  $p_b(n)$  为在相干时间内探测到  $n$  个光子的概率;  $n_b$  为热背景噪声的平均光子数。在强噪声环境下, 即背景噪声平均光子数  $n_b \gg 1$  时, 有  $1/(n_b + 1) \sim 1/n_b$ , 由重要极限公式, 上述分布可近似为:

$$p_b(n) = \frac{1}{n_b + 1} \cdot \left(\frac{n_b}{n_b + 1}\right)^n \approx \frac{1}{n_b} \cdot \left(1 - \frac{1}{n_b}\right)^n \approx \frac{1}{n_b} \cdot e^{-n/n_b} \quad (2)$$

激光雷达系统通常采用相干光源, 此时回波信号

光子具有泊松统计分布特性:

$$p_s(n) = \frac{n_s^n}{n!} \cdot e^{-n_s} \quad (3)$$

式中:  $n_s$  为激光脉冲信号的平均光子数。

由于来自太阳背景辐射的天空背景噪声是持续存在的, 因此, 检测相干激光的回波信号相当于将相干态、热态混合光同单一热态背景光区分开来。单一热态背景光具有如公式 (1) 所示的统计分布特性, 而混合态光场则具有如下混合光子数统计分布特性<sup>[21]</sup>:

$$p(n) = \sum_{m=0}^n p_s(m)p_b(n-m) = \frac{n_b^n}{(n_b + 1)^{n+1}} e^{-n_s} \sum_{m=0}^n \frac{(n_s + n_b/n_b)^m}{m!} = \frac{n_b^n}{(n_b + 1)^{n+1}} \frac{1}{n!} e^{-n_s/n_b} \Gamma\left(n+1, \frac{n_s(n_b+1)}{n_b}\right) \quad (4)$$

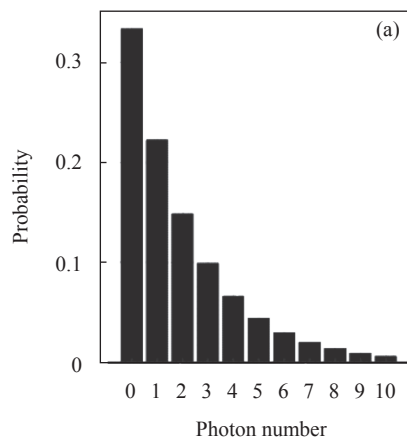
式中:  $\Gamma(n+1, x)$  为上不完全伽马函数。其定义如下:

$$\Gamma(n+1, x) = \int_x^\infty t^n e^{-t} dt$$

通过分部积分, 可以计算得递归关系:

$$\Gamma(n+1, x) = n\Gamma(n, x) + x^n e^{-x} = \dots = n! e^{-x} \sum_{m=0}^n \frac{x^m}{m!}$$

为了表明不同量子态的量子数统计分布差异, 图 1 展示了热态、相干态和混合态的光子数统计分布。由图 1(a)、(b) 可以看出, 热态光子数分布主要集中在小光子数附近, 而相干态光子数分布主要集中在平均光子数附近, 图 1(c) 则显示了  $n_b = 1$  时的混合态统计特征: 信号光子数较少时, 热态背景噪声对相干态激光的统计分布影响较大; 而当信号光子数较多时, 混合统计分布接近于相干态。



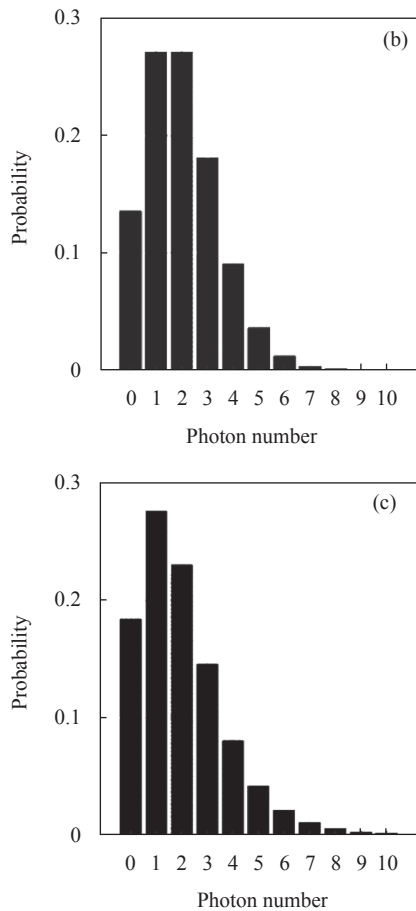


图 1 光子数统计分布。(a) 热态; (b) 相干态; (c) 混合态

Fig.1 Statistical distribution of photon numbers. (a) Thermal distribution; (b) Coherent distribution; (c) Mixed distribution

### 1.2 压缩态及其统计性质

利用量子压缩效应可进一步增强星载光子计数激光雷达的阈值检测性能,物理上可以通过压缩操作制备压缩态。压缩算符定义为 $\hat{S}(\xi) = \exp[(\xi^* \hat{a}^2 - \xi \hat{a}^{\dagger 2})/2]$ ,其中参数 $\xi = re^{i\theta}$ ,  $r$ 为压缩系数 ( $0 < r < \infty$ ),  $\theta$ 为压缩方向 ( $0 \leq \theta < 2\pi$ ),  $\hat{a}^\dagger$ 、 $\hat{a}$ 分别为光子数的产生和湮灭算符。对于一般的相干压缩态 $|\alpha, \xi\rangle$ ,其数态展开式为:

$$|\alpha, \xi\rangle = \frac{1}{\sqrt{\cosh r}} \exp\left(-\frac{1}{2}|\alpha|^2 - \frac{1}{2}\alpha^* e^{i\theta} \tanh r\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{1}{2}e^{i\theta} \tanh r\right)^{n/2}}{\sqrt{n!}} H_n\left[\gamma(e^{i\theta} \sinh 2r)^{-1/2}\right] |n\rangle \quad (5)$$

式中:  $\alpha = |\alpha|e^{i\varphi}$ 为复系数,  $\varphi$ 为 $\alpha$ 的相位,其模方 $|\alpha|^2$ 等于场的平均光子数;  $\gamma = \alpha \cosh r + \alpha^* e^{i\theta} \sinh r$ ;  $H_n(\cdot)$ 为厄米多项式。若激光雷达采用压缩态光源,则回波光子数统计分布满足:

$$p_{sq}(n) = \frac{(e^{i\theta} \tanh r/2)^n}{n! \cosh r} \exp\left[-|\alpha|^2 - (\alpha^{*2} e^{i\theta} + \alpha^2 e^{-i\theta}) \tanh r/2\right] \cdot \left|H_n\left[\gamma(e^{i\theta} \sinh 2r)^{-1/2}\right]\right|^2 \quad (6)$$

显然,压缩态光子数分布依赖于压缩系数 $r$ 和相干信号平均光子数 $\bar{n} ( \bar{n} = |\alpha|^2 )$ ,图 2 将相干态与相应的压缩相干态的光子数分布进行了对比。

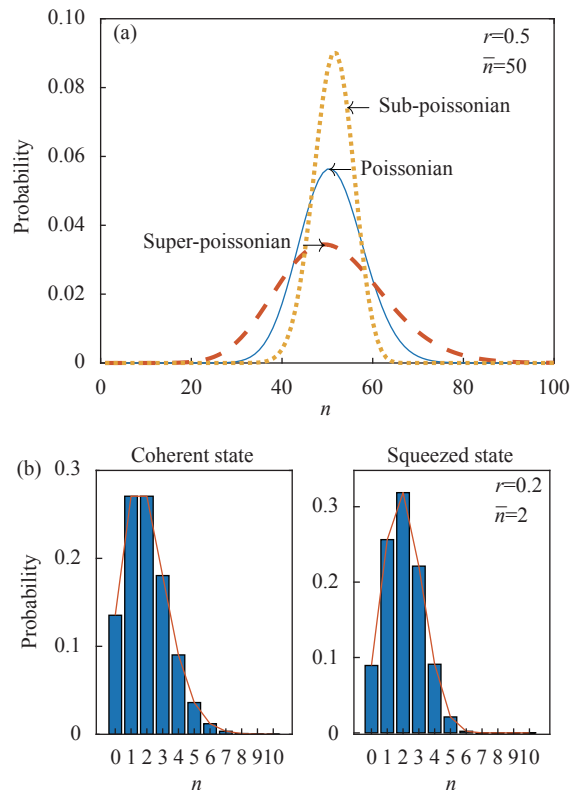


图 2 相干态与压缩态的统计分布。(a)  $r=0.5, \bar{n}=50$ ; (b)  $r=0.2, \bar{n}=2$

Fig.2 Statistical distribution of coherent and squeezed states. (a)  $r=0.5, \bar{n}=50$ ; (b)  $r=0.2, \bar{n}=2$

图 2(a) 中,相干信号平均光子数 $\bar{n} = 50$ ,压缩系数 $r = 0.5$ ,蓝色实线对应相干态,红色虚线对应 $\varphi - \theta/2 = \pi/2$ 时的压缩态,黄色短划线对应 $\varphi - \theta/2 = 0$ 时的压缩态。可以看出,当 $\varphi - \theta/2 = 0$ 时,光子数分布要比相干态窄(更加集中于均值)。这种压缩称为光子数压缩,其分布称为亚泊松分布;而红色虚线对应超泊松分布,光子数分布要比相干态宽,这是要避免的。图 2(b) 对比了小压缩系数 ( $r = 0.2$ )、弱信号 ( $\bar{n} = 2$ ) 时的相干态与压缩相干态的光子数统计分布。可以看出,在少光子回波脉冲情形下,压缩相干态与相干态的分布相近,

但压缩态的峰值更大,即能量更加集中于均值附近,从而增强了回波脉冲的信号强度。通过适当的量子操作制备服从亚泊松分布的压缩相干态脉冲信号,压缩信号平均光子数由 $n_s = \bar{n} + \sinh^2 r, r \in (0, \infty)$ 给出。经典相干激光雷达中,发射激光能量很高, $\bar{n}$ 为较大值,因此有 $\bar{n} = |\alpha|^2 \gg \sinh^2 r$ ,压缩相干态主要呈现相干特性。此时,采用压缩态获得的量子相干能量集中于均值附近,可近似认为其量子统计分布仍为相干态分布,所获得的增益十分有限。对于文中的星载光子数可分辨激光雷达系统,脉冲信号经过长距离传输,达到接收端的脉冲信号往往很少,如 $\bar{n} = 8$ ,此时, $\sinh^2 r$ 的影响将十分明显;当 $r = 1.5$ 时,压缩相干态的平均光子数将变为 $n_s = 8 + 4.5 = 12.5$ ,此时信号能量相对于相干态提升约 1.5 倍,因而此种情形下采用量子压缩态光源可进一步提高激光雷达系统的脉冲回波信号强度。

显然,压缩系数  $r$  的增大会导致  $\sinh^2 r$  的增大。当压缩光子数  $\sinh^2 r$  增大到与  $\bar{n}$  相当的水平时,回波脉冲能量将获得显著增强。但受限于目前的量子操控技术以及传输损耗影响,压缩系数  $r$  不可能无限增大,关于压缩量子态的传输仍是有待深入研究的问题。文献 [11] 指出,当  $r = 1.5$ 、传输路径损耗高到 94% 时,基于压缩真空态注入的干涉型量子激光雷达系统的灵敏度依然有望突破散粒噪声极限达到标准量子极限。

检测量子压缩态时,类似于公式 (4),混合热背景态的压缩相干态脉冲信号具有如下光子数统计分布特性:

$$p'(n) = \sum_{m=0}^n p_{sq}(m)p_b(n-m) \quad (7)$$

由于公式展开过于复杂,后面将其结合公式 (1) 和 (6),通过数值仿真对量子压缩增强的激光雷达检测性能进行分析。

### 1.3 虚警概率与检测概率

所有的激光雷达系统都基于某种判据来确定返回信号的存在:在经典情形下,激光雷达系统一般以光强电压阈值来确定返回信号的存在;而在到达光子数很少(可分辨)的情形下,光子计数激光雷达能够以光子数阈值来判定信号是否到达,相对于经典情形有望提升系统的检测概率。由于光电探测的随机特性,如果信号(或噪声)超过了该阈值,则认为探测到了返

回信号,但也存在噪声超过阈值而又没有回波信号的情况,导致检测出错。通常用检测概率和虚警概率对激光雷达系统的性能进行评估。检测概率是指信号和噪声之和大于阈值的可能性;虚警概率是指在任一观察时刻只有噪声超过阈值的可能性。虚警概率  $P_{fa}$  定义为当只有背景噪声到达激光雷达系统接收端时,观测样本的光子数超过检测阈值  $N_t$  的概率,积分限为从  $N_t$  到  $\infty$ , 即:

$$P_{fa} = \int_{N_t}^{\infty} p_b(n)dn = \sum_{n=N_t}^{\infty} p_b(n) = 1 - \sum_{n=0}^{N_t-1} p_b(n) \quad (8)$$

检测概率  $P_D$  定义为观测样本在噪声加信号的情况下超过检测阈值  $N_t$  的概率, 即:

$$P_D = \int_{N_t}^{\infty} p(n)dn = \sum_{n=N_t}^{\infty} p(n) = 1 - \sum_{n=0}^{N_t-1} p(n) \quad (9)$$

### 1.4 量子阈值检测信噪比模型

在激光雷达接收机的输出端,微弱的回波信号总是和噪声及其他干扰混杂在一起。一般情况下,噪声是限制微弱信号检测的基本因素。假如只有信号而没有噪声,任何微弱的信号理论上都可以经过放大后被检测到,因此激光雷达系统的探测性能实质上取决于信号噪声比。与线性体制激光雷达相比,光子计数激光雷达虽然损失了波形信息,但却利用阈值检测方案提高了检测灵敏度,同时也避免了复杂的波形改正过程。

典型的量子传感测量技术可利用量子非经典统计特性、量子压缩或纠缠效应突破散粒噪声极限。本节即针对星载激光雷达系统只返回少光子回波信号的情形,根据光量子统计理论,建立能够分辨噪声和信号的量子阈值检测信噪比模型。

下面将对激光雷达系统中经典光强检测方案和量子阈值检测方案进行比较分析。这里假定回波信号为相干态激光脉冲,系统噪声仅含热背景噪声。由于标准光强检测方案仅对检测到的平均光子数敏感,因此噪声即为背景光的平均光子数,而信号为相干光与背景光的平均光子数之和。由此可得到经典信噪比计算公式为:

$$SNR_c = \frac{n_s + n_b}{n_b} \quad (10)$$

而基于光子数阈值检测的方案则具有二元判决

结果: 如果光子计数激光雷达检测到的光子数低于阈值, 则检测输出结果为 0; 如果大于或等于阈值, 则输出结果为 1。当相干光和热背景光一同到达探测器时, 回波信号强度与光子数超过检测阈值的概率成正比, 而噪声强度与仅有热光到达探测器时光子数超过检测阈值的概率成正比。两种情况下的检测概率都可以通过累加所有超过阈值的光子数统计结果得到。

从而, 信号强度和噪声强度可分别表示为:

$$E_{sig} = \nu \sum_{n=N_t}^{\infty} p(n) = \nu \left[ 1 - \sum_{n=0}^{N_t-1} p(n) \right] \quad (11)$$

$$E_{noi} = \nu \sum_{n=N_t}^{\infty} p_b(n) = \nu \left[ 1 - \sum_{n=0}^{N_t-1} p_b(n) \right] = \nu \left( \frac{n_b}{n_b + 1} \right)^{N_t} \quad (12)$$

式中:  $N_t$  为阈值光子数;  $\nu = 1/f$  为实验重复次数, 其中  $f$  为激光发射重复频率。将公式 (4) 的结果代入公式 (11), 化简合并可得:

$$E_{sig} = \nu \left\{ 1 - \sum_{m=0}^{N_t-1} p_s(m) \left[ 1 - \left( \frac{n_b}{n_b + 1} \right)^{N_t-m} \right] \right\} \quad (13)$$

由此可得相干态量子阈值检测方案的信噪比计算公式为:

$$SNR_q = \frac{E_{sig}}{E_{noi}} = \frac{1 - \sum_{n=0}^{N_t-1} \frac{n_b^n}{(n_b + 1)^{n+1}} \frac{1}{n!} e^{-n_s/n_b} \Gamma \left( n + 1, \frac{n_s(n_b + 1)}{n_b} \right)}{\left( \frac{n_b}{n_b + 1} \right)^{N_t}} \quad (14)$$

同理可知, 压缩相干态量子阈值检测方案的信噪比为:

$$SNR'_q = \frac{E'_{sig}}{E_{noi}} = \frac{\nu \sum_{n=N_t}^{\infty} p'(n)}{\nu \left( \frac{n_b}{n_b + 1} \right)^{N_t}} = \frac{1 - \sum_{n=0}^{N_t-1} p'(n)}{\left( \frac{n_b}{n_b + 1} \right)^{N_t}} \quad (15)$$

## 2 实验验证

### 2.1 理论公式验证

根据上节中的理论分析, 采用公式 (8)、(9) 计算不同检测阈值下的理论检测概率和虚警概率, 如图 3 所示。图 3 中, 不同颜色的曲线代表了不同检测阈值下光子计数激光雷达的检测概率随信号平均光子数的变化, 其中背景噪声平均光子数  $n_b$  固定为 1。对公式 (8)、(9) 进一步分析: 当使用较大的光子数阈值

$N_t$  时, 可以增大激光雷达的检测概率, 而过大的阈值光子数  $N_t$  同时也会导致虚警概率大幅上升。实际应用中, 应当按照某种权衡准则来确定阈值光子数。

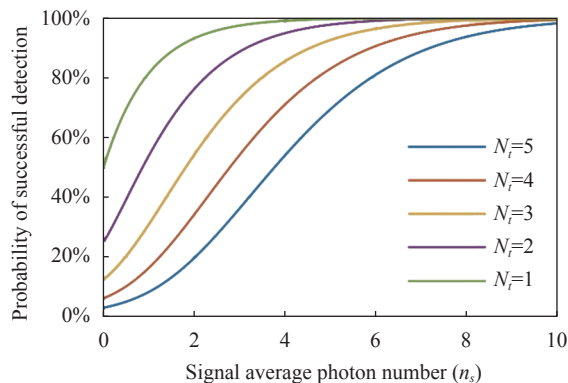


图 3 不同检测阈值下的光子计数激光雷达检测概率

Fig.3 Detection probability of photon-counting lidar under different thresholds

图 3 给出了不同检测阈值下的光子计数雷达检测概率随信号平均光子数的变化曲线, 其中背景噪声平均光子数  $n_b$  固定为 1。也可以看出, 检测概率随信号平均光子数的增大而增大且变化渐趋平缓。对于相同的脉冲信号强度而言, 光子数阈值越高, 检测概率越低。因此, 为了提高检测概率, 应尽可能降低检测阈值或提高脉冲信号强度。由虚警概率的分析可知, 为保证观测数据的可靠性, 阈值的设置不应过小, 因此, 在保证规定的小虚警概率的基础上, 只能通过提高脉冲信号强度来增大检测概率以满足系统的探测需求。对于  $N_t=2, 3, 4, 5$  而言, 为保证 90% 的检测概率, 所需脉冲信号平均光子数 (强度) 分别约 4、5、7、8。因此, 对于文中的星载光子计数激光雷达系统而言, 所需的发射能量只需使得返回接收端的平均信号光子数在 10 个左右即可, 极大降低了系统能耗。

图 4 给出了不同检测阈值下的光子计数激光雷达虚警概率随背景噪声平均光子数的变化曲线, 其中固定信号平均光子数  $n_s = 1$ 。可以看出, 不论阈值光子数为多少, 虚警概率总是随噪声光子数的增大而增大且变化渐趋平缓, 因此, 为了保证观测数据的可靠性, 需采取一定的措施尽可能降低背景噪声强度 (如在夜间观测、设置门控等)。在相同背景噪声强度下, 阈值越高, 虚警概率越低, 由图 4 右侧子图可以发现, 当背景噪声强度较弱时 ( $n_b < 1$ ), 除了阈值  $N_t = 1$  外, 曲

线具有凸性,此时虚警概率对背景噪声的敏感度较低,因此,应选择适当大的阈值 ( $N_i > 1$ ),使得虚警概率很小,从而保证观测数据的可靠性。

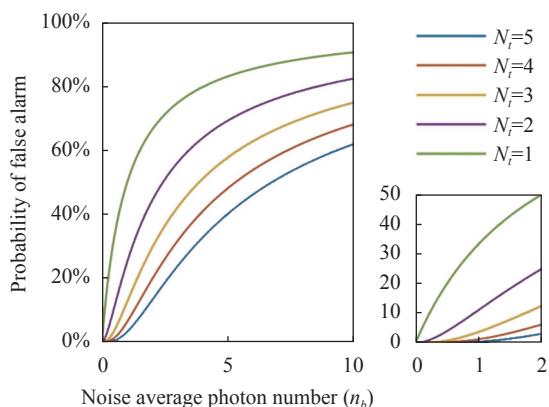


图 4 不同检测阈值下的光子计数激光雷达虚警概率

Fig.4 False alarm probability of photon-counting lidar under different thresholds

### 2.2 模拟数据验证

此节基于蒙特卡洛模拟方法对检测阈值影响下的检测概率和虚警概率进行仿真分析。蒙特卡洛方法也称统计实验方法,它是以一个概率模型为基础,按照某个模型所描绘的过程,把模拟实验得出的结果作为问题的近似解。随机进行 100 次光子计数探测事件,统计特定检测阈值下的相应检测概率及虚警概率,然后改变检测阈值大小,重复进行新的模拟实验。除检测阈值发生变化外,固定背景噪声光子数  $n_b = 1$ 。不同检测阈值下,使用蒙特卡洛方法进行仿真实验,由理论计算和模拟仿真数据得出不同检测阈值下的检测概率、虚警概率对比结果如表 1 所示。

表 1 不同阈值影响下检测概率和虚警概率的理论值与模拟仿真结果对比

Tab.1 Comparison between theoretical values and simulation results of detection probability and false alarm probability influenced by thresholds

Threshold	Detection probability		False alarm probability	
	Theoretical value	Simulation result	Theoretical value	Simulation result
$N_i=1$	81.61%	81.98%	50%	50.58%
$N_i=2$	54.02%	54.55%	25%	24.63%
$N_i=3$	31.02%	31.09%	12.5%	12.69%
$N_i=4$	16.46%	16.59%	6.25%	6.66%
$N_i=5$	8.41%	8.13%	3.13%	3.22%

表 2 给出了不同检测阈值下,采用相干态以及量子压缩态发射源后对激光雷达系统检测性能的影响结果。其中,压缩系数分别取  $r = 0.2$ 、1 和 2。

表 2 量子压缩态在不同阈值下的检测概率

Tab.2 Detection probability of quantum squeezed state at different thresholds

Threshold	Detection probability			
	Coherent state	Squeezed state ( $r=0.2$ )	Squeezed state ( $r=1$ )	Squeezed state ( $r=2$ )
$N_i=1$	81.61%	85.49%	96.39%	99.50%
$N_i=2$	54.02%	57.43%	83.40%	97.34%
$N_i=3$	31.02%	32.31%	67.01%	94.19%
$N_i=4$	16.46%	17.29%	57.57%	92.32%
$N_i=5$	8.41%	9.65%	51.66%	90.93%

由表 1 可以看出,仿真实验结果与图 3 和图 4 所得结论一致,且实验重复次数越多(脉冲发射重复频率越高),仿真结果越接近理论值。表 2 显示了量子压缩光源对激光雷达系统检测性能的增强作用,其增强效果随压缩系数  $r$  的增大而愈发凸显。从图 3、4 和表 1、表 2 可以看出,不同检测阈值对光子计数激光雷达的检测概率和虚警概率均有一定影响。阈值光子数  $N_i$  越小,检测概率越高,但虚警概率也随之升高。同时,虚警概率与回波信号的强弱无关,这与虚警概率表征无回波信号时噪声光子数超过阈值的可能性相一致。

### 2.3 激光测距仿真实验

测距是激光雷达系统的重要应用之一。在激光雷达测距、测高应用中,通常要求在一较低的给定虚警概率下,检测概率应尽可能增大。当虚警概率  $P_{fa}$  给定时,可由公式 (8) 计算得检测阈值  $N_i$ ,此时,为保证系统所需的检测概率,就需要通过提高信号平均光子数来实现系统性能的增强。换言之,若激光雷达系统发射功率不变,通过发射量子压缩光源并优化检测方案以提升信噪比,可使检测成功概率增大。

基于光子数可分辨探测器 (PNRD) 的激光雷达测距的基本过程为:将激光脉冲发送到远程目标,一小部分被反射回接收端,激光雷达接收端可以采用由多个雪崩光电二极管并联而成的光子数可分辨探测器进行检测,对单光子实现光子数目的计数,当计数结

果超过阈值,便认为检测到了测距目标。此时,通过记录的激光短脉冲的往返时间,就可以利用光速估计目标至探测器的距离。若距离信息扩展到三维则可进一步应用于具有特定空间分辨率的定位和三维成像。

为了阐明量子增强阈值检测方案的优势,将压缩态、相干态的量子阈值检测与经典光强检测的 SNR 进行比较。首先固定背景噪声平均光子数为 1,将公式 (14) 除以公式 (10) 得到量子阈值检测与经典光强探测下的信噪比比率,如图 5 所示。纵坐标为量子与经典信噪比的比率大小:若比率大于 1,说明量子信噪比优于经典信噪比;反之则说明光强检测信噪比优于阈值检测信噪比。图 5 分别展示了阈值光子数  $N_t = 1, 2, 3, 4, 5$  时,量子 and 经典 SNR 的比率随相干信号平均光子数的变化曲线(固定背景噪声平均光子数  $n_b = 1$ )。不同的阈值光子数以不同粗细的红色实线表示,其中较粗的线对应于较高的阈值。1 处的黑色虚线代表临界情形,高于该临界值,量子阈值检测方案可获得更好的 SNR。

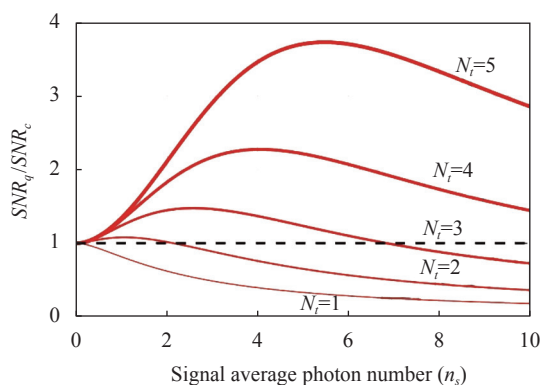


图 5 量子阈值检测与光强检测的 SNR 比率

Fig.5 SNR ratio of quantum threshold detection and light intensity detection

由图 5 可以看出,对于不同检测阈值的设定,量子 SNR 在许多情况下都优于经典 SNR,这一性能提升利用了相干态和热态光子数统计分布之间的差异。热态分布在较小光子数附近居主导地位,而泊松分布在平均光子数附近居主导地位。当回波光光子数较少时,通过使用量子阈值检测方案进一步滤除了占重要比重的噪声光子数。

此外,在图 5 中,对于每个检测阈值,都有一个信号平均光子数使得 SNR 比率提升最大。这一最大提

升情况下的平均回波信号光子数为检测阈值的函数,可以看出,当阈值在相干态平均光子数附近时,改进是最大的。这是由于泊松分布的方差等于均值,而热分布的方差等于均值与其平方之和。因此,如果阈值远高于相干信号的平均光子数,则检测会丢失大部分信号,如果远低于平均光子数,则检测会被背景噪声污染而不易获得信号光子。同时,由图 5 可以看出,量子 SNR 并不总是优于经典 SNR。

图 6 则展示了利用量子压缩态作为激光光源后,光子计数量子阈值检测与经典光强检测的 SNR 比率。当检测阈值相同时,由于量子压缩的增强效应,图 6 中的相应红色曲线总是高于图 5 中的红色曲线。从数值上看,当压缩系数  $r$  较小(如小于 0.2),量子压缩增强的阈值检测性能相对相干态阈值检测有微弱的提升,其提升性能总体上随压缩系数的增大而增强。对比图 6(a)和图 6(b)可以发现,当回波信号光子数较少时,量子压缩增强的效果最为显著,而当回波信号光子数较多时,无论压缩系数是大还是小,其

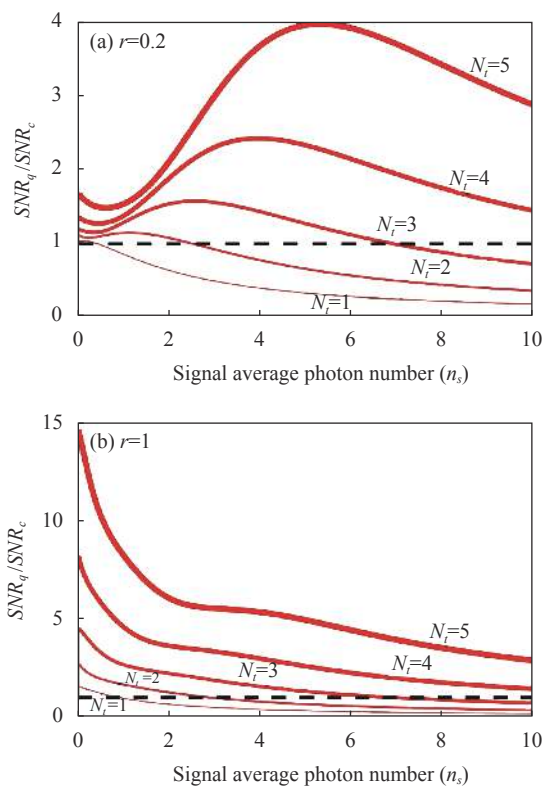


图 6 量子增强阈值检测与光强检测的 SNR 比率。(a)  $r=0.2$ ; (b)  $r=1$   
Fig.6 SNR ratio of quantum-enhanced detection and light intensity detection. (a)  $r=0.2$ ; (b)  $r=1$



检测性能也将趋于经典相干态检测性能,使得 SNR 接近于 1。因此,量子阈值检测增强的适用场景一般为少光子信号到达的情况,此时系统性能将获得显著改善。对于强信号探测而言,量子优势则是十分微弱的。

### 3 讨论与分析

虽然图 5、图 6 给出了相干态和量子压缩增强的 SNR 相对于经典 SNR 的理论提升效果,但绝大多数应用都需要在有限的时长内进行有限次数的重复观测。文中通过不同高度地物目标的测距仿真实验来展示有限观测次数下的星载激光雷达系统检测性能的提升。在仿真实验中,探测总时长被分为 1000 个时间片段,热噪声平均光子数仍固定为 1。每一时间片段都包含服从热态分布的噪声光子。所测目标分别出现在四个位置(时间片段),分别通过在第 200、400、600、800 km 处的时间片段中添加平均光子数为 10、7、5、2 的具相干或压缩信号的光子来模拟四处目标的回波强度。仿真运行 1000 次。测高距离  $R$  与往返时间  $t$  的关系为  $R = ct/2$ , 其中:  $c$  为光速。因此,可由回波信号往返时间估计实际距离,而所设 PNRD 的时间片段代表了最小可分辨距离。

仿真结果如图 7 所示,其中,相干态三光子阈值检测结果用红色点划线表示,五光子阈值检测用蓝色

实线表示,量子压缩增强 ( $r=1$ ) 的五光子阈值检测用绿色双划线表示,光强检测用黑色实线表示。图 7(b) 仅显示了具有脉冲信号的时间段比较,其中用黑圈表示强度检测,用红色星号绘制三光子阈值检测,用蓝色方框表示五光子阈值检测,用绿色叉号表示量子压缩增强的五光子阈值检测。显然,观测次数较少会导致较大的光子数波动,当模拟实验的次数不断增加,相干态、压缩态阈值检测与光强检测 SNR 的比率将不断逼近图 5(b) 和图 6(b) 的结果。对于  $n_s = 7$  的较强信号目标,五光子阈值检测方案输出结果为 28.18,三光子阈值检测方案输出结果为 7.88;而光强检测方案输出结果为 9.0,两种 SNR 的比率分别为  $(28.18/11.0) = 2.56$ 、 $(7.88/11.0) = 0.72$ ,与图 4 中所示的结果 2.86 和 0.88 相近。对于  $n_s = 2$  的较弱信号目标,三光子阈值检测结果为 4.25,五光子阈值检测结果为 6.31,而此时光强检测方案结果为 3.0,两种方案的 SNR 比率分别为 1.42 和 2.10,与图 5 结果 1.45 和 2.11 具有很好的一致性。若考虑量子压缩增强(图中绿色双划线所示),对于  $n_s = 7$  的较强信号,量子增强的五光子阈值检测方案输出结果为 31.75,对于  $n_s = 2$  的较弱信号,输出结果为 18.26。相对同样情形下的相干态发射源,量子压缩增强的激光雷达系统检测性能分别提高了 1.1 和 2.9 倍。

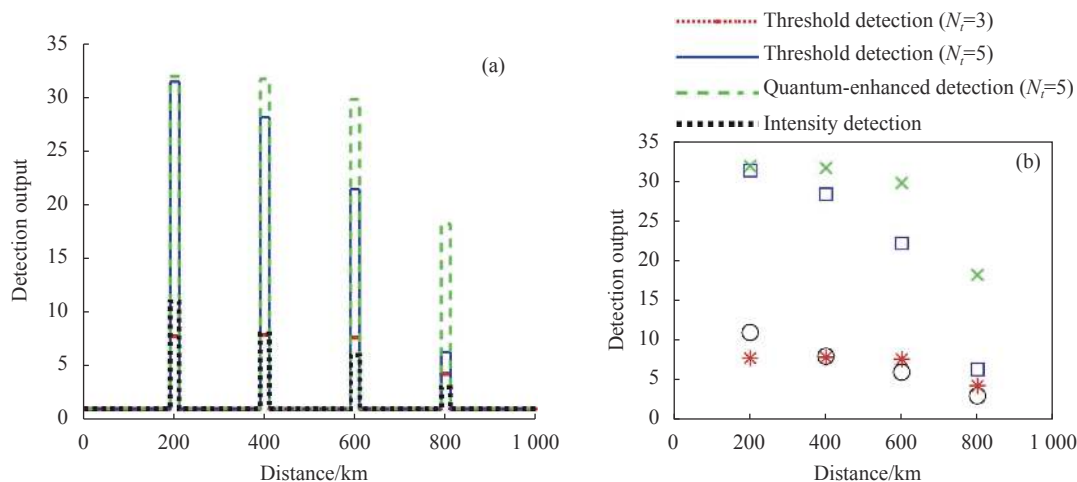


图 7 光强检测和量子阈值检测的模拟结果

Fig.7 Simulation results comparing of intensity detection and quantum threshold detection

由此可见,在脉冲信号较强时,应适当提高检测阈值光子数,而在较弱信号条件下,考虑量子统计分

布的阈值检测将显著优于经典光强检测的信噪比。因此,只要阈值的下限大于 1,上限满足不超过给定的

虚警概率,量子阈值检测方案均可在强噪声弱信号背景环境下获得相对经典光强检测的系统性能增益。由图 7 的分析可知,相对于经典光强信噪比,量子压缩增强的阈值检测信噪比在强背景噪声环境下具有更好的检测性能,这将十分有利于星载光子计数雷达系统中的微弱光子信号的检测。

## 4 总结与展望

平均光子数是光子计数测量的平均值,其结果包含了探测器的损失。而当利用 PNRD 进行光子计数时,其非线性损耗对结果的影响很小,在少光子情形下损耗可以忽略不计。光子计数激光雷达可以实现量子阈值检测的增益,而基于量子统计特性研究其他的检测方案也可能提供更高的局部光子分布增益,从而改善 SNR。很多检测方案需要有关于信号强度的信息,并且适用于具有已知信号强度的应用,而量子阈值检测不需要了解信号强度,因此适用于激光雷达测距、测高等先验信号强度未知的应用。文中研究表明,在弱信号强背景噪声情况下,PNRD 可以通过对光子数进行阈值化而不是直接检测光强来提供更好的 SNR,且采用量子压缩发射源还可进一步增强系统的检测性能。然而,非理想情况下的光子数分辨结果会导致 SNR 稍低,仍有待进一步研究。量子压缩激光光源结合量子阈值检测方法几乎总是可以提高强噪声弱信号情形下的 SNR,不仅可以在导航测距和遥感探测中应用,也可用于热噪声影响下进行弱信号检测的任何应用,这也为未来利用量子特性研制新型激光雷达卫星提供了一定的参考。

### 参考文献:

- [1] Kuzmenko K, Vines P, Halimi A, et al. 3D LIDAR imaging using Ge-on-Si single-photon avalanche diode detectors [J]. *Optics Express*, 2020, 28(2): 1330-1344.
- [2] Fang Yong, Cao Bincai, Gao Li, et al. Development and application of lidar mapping satellite [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2020, 49(11): 20201044. (in Chinese)
- [3] Wilkinson M, Schreiber U, Procházka I, et al. The next generation of satellite laser ranging systems [J]. *Journal of Geodesy*, 2019, 93: 2227-2247.
- [4] Liu Xiangnan, Li Yingfei, Xiang Chengyong, et al. Study on Integrated technique of laser ranging and communication and its applications in deep space [J]. *Journal of Deep Space Exploration*, 2018, 5(2): 147-153. (in Chinese)
- [5] Liu Hongbin, Li Ming, Shu Rong, et al. Estimation and verification of high-accuracy laser ranging on several photons [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2019, 48(1): 0106001. (in Chinese)
- [6] Sun Ying, Liang Yan. High-speed photon-number resolving detection with MPPC [J]. *Optical Instruments*, 2022, 44(1): 22-28. (in Chinese)
- [7] Cohen L, Matekole E, Sher Y. Thresholded quantum LIDAR: Exploiting photon-number-resolving detection [J]. *Physical Review Letters*, 2019, 123(20): 203601.
- [8] Wu C, Xing W, Xia L, et al. Receiver performance characteristics of single-photon lidar in a strong background environment [J]. *Applied Optics*, 2019, 58(1): 102-108.
- [9] Lin J, Huang H. Receiver performance and detection statistics of single photon lidar [J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2020, 14(1): 105-109.
- [10] Zhang Zijing, Xie Jiaheng, Huang Mingwei, et al. Overview of quantum LiDAR (Invited) [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2022, 51(1): 20211102. (in Chinese)
- [11] Wang Q, Hao L, Zhang Y, et al. Optimal detection strategy for super-resolving quantum lidar [J]. *Journal of Applied Physics*, 2016, 119(2): 023109.
- [12] Frascella G, Agne S, Khalili F, et al. Overcoming detection loss and noise in squeezing-based optical sensing [J]. *NPJ Quantum Information*, 2021, 7(72): 1-6.
- [13] Gao Li, Zhang Xiaoli, Ma Jingting, et al. Quantum enhanced Doppler LiDAR based on integrated quantum squeezed light source(Invited) [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2021, 50(3): 20210031. (in Chinese)
- [14] Wang Qiang, Hao Lili, Tang Hongxia, et al. Effects of real environments on the performance of quantum Lidar [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2018, 47(S1): S106006.
- [15] Wang Q, Hao L, Zhang Y, et al. Super-resolving quantum lidar: entangled coherent-state sources with binary-outcome photon counting measurement suffice to beat the shot-noise limit [J]. *Optics Express*, 2016, 24(5): 5045-5056.
- [16] Wang Shu, Ren Yichong, Rao Ruizhong, et al. Influence of atmosphere attenuation on quantum interferometric radar [J]. *Acta Physica Sinica*, 2017, 66(15): 150301. (in Chinese)
- [17] Spedalieri G, Pirandola S. Optimal squeezing for quantum target detection [J]. *Physical Review Research*, 2021, 3(4): L042039.
- [18] Nair R. Quantum-limited loss sensing: Multiparameter estimation and bures distance between loss channels [J].

- Physical Review Letters*, 2018, 121(23): 230801.
- [19] Gregory T, Moreau P, Mekhail S, et al. Noise rejection through an improved quantum illumination protocol [J]. *Scientific Reports*, 2021, 11: 21841.
- [20] Lan Doudou, Guo Xiaomin, Peng Chunsheng, et al. Photon number distribution and second-order degree of coherence of a chaotic laser: analysis and experimental investigation [J]. *Acta Physica Sinica*, 2017, 66(12): 120502. (in Chinese)
- [21] Dovrat L, Bakstein M, Istrati D, et al. Measurements of the dependence of the photon-number distribution on the number of modes in parametric down-conversion [J]. *Optics Express*, 2012, 20(3): 2266-2276.

## Detection performance of spaceborne photon-counting LiDAR based on quantum enhancement

Hui Jun, Chai Hongzhou\*, Xiang Minzhi, Du Zhenqiang, Jin Kaidi

(College of Geospatial Information, Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China)

### Abstract:

**Objective** Spaceborne photon-counting LiDAR plays a vital role in various optical detection applications such as ranging and remote sensing. The spaceborne lidar system transmits pulses and receives the detection echo signal through the satellite platform to detect the target, and then completes the ranging or altimetry task. The traditional linear system extracts the echo signal through light intensity detection, which requires high laser energy and does not make full use of photon information, resulting in low gain of linear detector. In contrast, photon-counting lidar can improve the sensitivity of the system to the response limit of a single photon, and the avalanche photodiode array detector based on Geiger mode is more capable of resolving multi-photon. In practical applications, the laser pulse signal needs to be transmitted back and forth in the space-ground long-distance space. Even though the laser intensity is very high, the number of effective signal photons that can be received is often very small. At this time, if the quantum statistical characteristics of the echo photons arriving at the receiving end of the lidar system are considered, and a reasonable quantum detection threshold is set to make judgments and estimates on the echo signal, it is expected to improve the detection performance of the spaceborne lidar system under specific circumstances.

**Methods** According to the working principle of spaceborne photon-counting LiDAR, a quantum threshold detection model based on quantum statistics theory is established. Advanced photon-number-resolving detection devices are used to filter out photons that fail to reach the minimum detection signal-to-noise ratio, and the signal-to-noise ratio detection formula are reconstructed according to the statistical law of photons. Compared with the classical intensity detection scheme, the minimum detectable signal-to-noise ratio is further reduced. At the same time, the detection probability and false alarm probability of the new quantum threshold detection scheme are analyzed.

**Results and Discussions** The numerical simulation results show that the signal-to-noise ratio of the quantum threshold detection scheme based on photon number-resolving detection is better than that of classical light intensity detection under the condition of few photons arriving (Fig.5). In addition, the quantum threshold detection performance can be further enhanced by using quantum squeezed state (Fig.6). Finally, a simulation experiment of spaceborne photon-counting lidar altimetry is carried out, and the results show that the performance of the quantum threshold detection scheme can obtain a significant gain in detection probability when returning a small number of photon signals (Fig.7).

**Conclusions** Photon-counting lidar can achieve the gain of quantum threshold detection, while other detection schemes based on quantum statistical properties may also provide higher local photon distribution gain, thus improving SNR. Many detection schemes need information about signal strength, and are suitable for applications with known signal strength. While quantum threshold detection does not need to know signal strength, so it is suitable for applications with lidar ranging and measuring unknown prior signal strength. This study shows that in the case of weak signal and strong background noise, PNRD can provide better SNR by thresholding the number of photons rather than directly detecting the intensity, and the detection performance of the system can be further enhanced by using quantum compression emission source. However, the results of photon number resolution under non-ideal conditions will lead to slightly lower SNR, which still needs further study. The combination of quantum compression laser source and quantum threshold detection method can almost always improve SNR in the case of strong noise and weak signal. It can be used not only in navigation ranging and remote sensing detection, but also in any application of weak signal detection under the influence of thermal noise, which also provides a certain reference for the development of new laser radar satellites using quantum characteristics in the future.

**Key words:** lidar; photon counting; quantum enhancement; signal-to-noise ratio; detection performance